

Déformabilité des sols. Tassements. Consolidation

par **Jean-Pierre MAGNAN**

Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées

Directeur technique au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris

Professeur de mécanique des sols et des roches à l'École Nationale
des Ponts et Chaussées, Paris

1. Présentation	C 214 - 2
2. Déformabilité des sols.....	— 3
2.1 Généralités	— 3
2.2 Compressibilité.....	— 4
2.3 Déformabilité déviatorique et volumique.....	— 9
3. Calcul des tassements.....	— 11
3.1 Généralités	— 11
3.2 Méthode oedométrique	— 12
3.3 Méthode pressiométrique.....	— 13
3.4 Accélération du tassement	— 14
3.5 Tassements admissibles	— 14
4. Consolidation	— 15
4.1 Phénomène de consolidation	— 15
4.2 Théorie de la consolidation unidimensionnelle.....	— 15
4.3 Calcul du tassement au cours du temps.....	— 20
4.4 Autres théories de la consolidation	— 21
5. Pratique des études de tassements.....	— 23
5.1 Généralités	— 23
5.2 Domaines d'emploi des méthodes de calcul	— 23
5.3 Choix des valeurs des paramètres de calcul.....	— 23
Pour en savoir plus.....	Doc. C 214

Tous les sols se déforment sous les charges qui leur sont appliquées, avec des amplitudes qui peuvent aller de quelques millimètres à quelques mètres. La prévision de ces déplacements est demandée par les nouvelles normes de calcul, pour vérifier qu'ils seront acceptables par les ouvrages à construire.

L'amplitude des déformations du sol dépend de la nature et de l'état du sol et des charges appliquées. Ces charges sont limitées par les conditions de stabilité qu'il faut respecter lors de la conception des ouvrages. En pratique, les fondations superficielles de bâtiments sont construites sur des sols relativement résistants et subissent des déformations faibles, que l'on peut habituellement estimer par un calcul linéaire. Les déformations les plus importantes sont celles des massifs d'argiles molles saturées, qui peuvent durer pendant des périodes longues (quelques mois à quelques dizaines d'années). Dans ce cas, on utilise une loi de déformabilité non linéaire (semi-logarithmique) pour évaluer l'amplitude finale du tassement et des déformations horizontales, et

l'évolution du tassement au cours du temps est analysée en tenant compte de l'effet de la perméabilité limitée du sol sur la vitesse de déformation (consolidation) et de la viscosité du sol (fluage).

Cet article traite successivement de la déformabilité des sols (compressibilité œdométrique, estimation des modules de déformabilité), du calcul de l'amplitude des tassements finals et de la description de l'évolution des déformations au cours du temps. Il se termine par quelques considérations sur le calcul pratique des tassements.

Notations et Symboles

Symbol	Unité	Définition
e		Indice des vides
e_0		Indice des vides initial
σ'_p	kPa, MPa	Pression de préconsolidation ($L^{-1}MT^{-2}$)
σ'_{v0}	kPa, MPa	Contrainte effective verticale initiale ($L^{-1}MT^{-2}$)
C_c		Indice de compression
C_s		Indice de gonflement (recompression)
$C_{\alpha e}$		Indice de fluage
a_v	kPa^{-1} , MPa^{-1}	Coefficient de compressibilité ($LM^{-1}T^2$)
m_v	kPa^{-1} , MPa^{-1}	Coefficient de compressibilité ($LM^{-1}T^2$)
E_{oed}	kPa, MPa	Module œdométrique ($L^{-1}MT^{-2}$)
E_M	kPa, MPa	Module pressiométrique ($L^{-1}MT^{-2}$)
k	m/s	Coefficient de perméabilité (LT^{-1})
c_v	m^2/s	Coefficient de consolidation verticale (L^2T^{-1})
c_r	m^2/s	Coefficient de consolidation radiale (L^2T^{-1})
γ	kN/m^3	Poids volumique du sol ($L^{-2}MT^{-2}$)
γ_w	kN/m^3	Poids volumique de l'eau ($L^{-2}MT^{-2}$)

(1) Dans la pratique de la mécanique des sols, on admet que l'accélération due à la pesanteur vaut $10 m/s^2$, d'où $\gamma_w = 10 kN/m^3$.

Les symboles et unités recommandés pour le traitement des problèmes de déformabilité des sols, de tassements et de consolidation ont été définis par la Société Internationale de Mécanique des Sols et de la Géotechnique. Les unités sont conformes au Système International (SI) et aux règles légales en France (décret n° 82-203 du 26 février 1982).

1. Présentation

Les sols, comme tous les autres matériaux, se déforment lorsqu'on leur applique une charge. Conformément aux principes généraux de la mécanique des sols, les déformations des sols saturés sont liées à des variations des contraintes effectives, c'est-à-dire à des variations de la différence entre les contraintes totales et la pression de l'eau interstitielle. Les contraintes totales sont créées par les forces de pesanteur et par les autres charges appliquées à la surface du sol (par des remblais, des fondations superficielles, des radiers, etc.) ou à l'intérieur du massif de sol (fondations profondes, tunnels, etc.). Les pressions interstitielles peuvent varier indépendamment par rabattement de nappe ou par variation du degré de saturation dans les sols non saturés. Dans le cas des sols secs, la pression de l'eau interstitielle est nulle et les déformations sont directement liées aux variations des charges appliquées. Quand le sol n'est pas saturé, l'évaluation des déformations est plus complexe (voir article [C 301] *Eau dans les sols non saturés*) mais elles proviennent aussi des variations des contraintes totales et des pressions de l'eau (et parfois de l'air). **Cet article est consacré aux déformations des sols saturés ou secs.**

Dans le cas général, les déplacements des particules d'un sol chargé sont tridimensionnels :

- la composante verticale du déplacement est appelée **tassement** ;
- les composantes horizontales sont appelées **déplacements horizontaux**.

L'amplitude des déplacements du sol dépend de nombreux facteurs comme la nature du sol, les conditions de drainage, le temps, la charge appliquée, la géométrie de la couche déformable, etc.

Le calcul des déplacements en chaque point d'un massif de sol est théoriquement possible si l'on connaît les caractéristiques du chargement et la loi de comportement du sol (relation entre les déformations et les contraintes effectives) (cf. article [C 218] *Lois de comportement et modélisation des sols*). Néanmoins, les lois de comportement des sols sont complexes et l'on effectue habituellement un calcul approché, en déterminant séparément les contraintes effectives induites par les charges appliquées, puis les déformations correspondantes.

Dans de très nombreux problèmes, la surface du massif de sol est horizontale et les charges appliquées sont verticales. Dans ce cas, les déformations verticales du sol sont, en général, prépondérantes. Si, de plus, la charge appliquée à la surface du sol est à peu près uniforme, et si les dimensions de la zone chargée sont grandes par rapport à l'épaisseur de la couche compressible (rapport largeur/épaisseur supérieur à 2 ou 3), on peut admettre que les déformations du sol au milieu de la zone chargée sont uniquement verticales, comme dans le cas d'un massif semi-infini soumis à une pression uniforme en surface (figure 1). Le sol se déforme alors sans déplacement horizontal, ce que l'on peut reproduire aisément

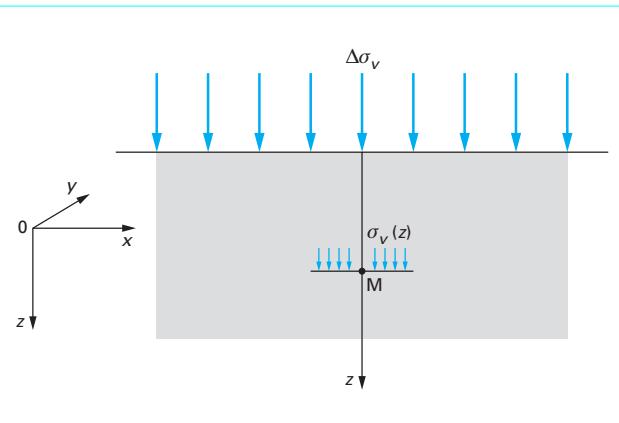


Figure 1 – Massif semi-infini soumis à une charge verticale uniforme $\Delta\sigma_v$ en surface

en laboratoire, en appliquant des charges sur une éprouvette contenue dans un cylindre rigide (œdomètre). La courbe de compressibilité obtenue à l'œdomètre est l'outil de base du calcul du tassement des sols. Les essais œdométriques et la courbe de compressibilité œdométrique sont décrits dans le paragraphe 2 de cet article. Ce même paragraphe décrit aussi la détermination des modules de déformabilité à partir d'autres essais de laboratoire (essai triaxial) ou en place (pressiomètre).

Le paragraphe 3 est consacré au calcul des tassements, dans le cas général où l'on ne peut pas se limiter à l'étude des effets d'une charge uniforme appliquée à la surface supérieure d'un demi-espace. Il décrit la méthode de calcul pratique des tassements sous les fondations superficielles et les remblais, et les méthodes utilisables pour accélérer les tassements. Il indique, d'autre part, les déformations admissibles en fonction de la nature des ouvrages à construire.

Dans les **sols fins saturés**, qui ont une perméabilité trop faible pour que l'eau interstitielle puisse se déplacer rapidement, les tassements ne sont pas instantanés lors de l'application de la charge. La charge appliquée est d'abord supportée par l'eau interstitielle. Il se produit ensuite le phénomène de consolidation, qui correspond à un transfert progressif de la charge de l'eau interstitielle au squelette du sol. L'analyse de la consolidation du sol permet de calculer les vitesses de tassement des sols fins. Le paragraphe 4 de cet article lui est consacré.

2. Déformabilité des sols

2.1 Généralités

La déformabilité prend des formes différentes selon la nature des sols et le type des ouvrages, comme le montrent les quelques exemples suivants :

■ **Sous une charge superficielle** (figure 2), on peut distinguer, comme le faisait L. Ménard pour les calculs pressiométriques, une zone située sous la charge où la déformation volumique domine et une zone externe où la déformation est plutôt déviatorique (distorsion du sol sans changement significatif de volume). Les fondations superficielles des murs et des poteaux correspondent généralement à la situation de la figure 2a, tandis que les radiers et remblais sont plutôt de type 2b.

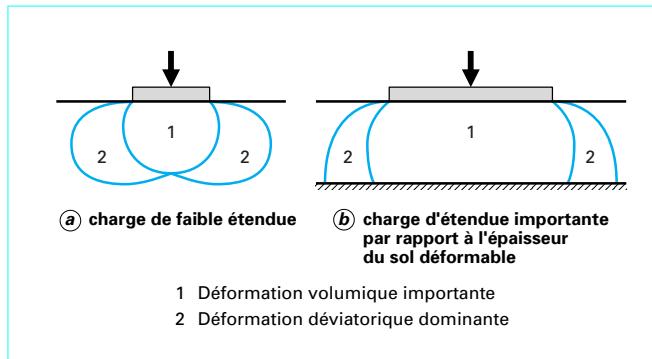


Figure 2 – Déformations d'un massif de sol sous une charge de surface

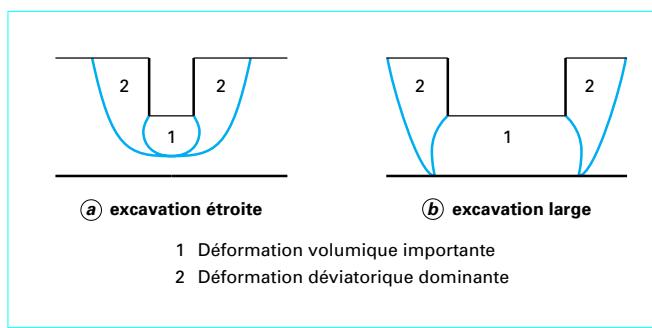


Figure 3 – Déformations d'un massif de sol sous l'effet d'une excavation

■ **Au voisinage d'une excavation** (figure 3), les champs de contraintes correspondent à une distorsion du sol dans les talus et à un gonflement de nature plutôt volumique sous le fond de l'excavation, de façon analogue mais de signe opposé au comportement du sol chargé. On doit distinguer aussi le cas des excavations étroites ou larges, à bord verticals (soutenus) ou inclinés.

■ **Dans une pente naturelle**, en l'absence de tout chargement ou déchargement, le sol est soumis par la pesanteur à un champ de contraintes déviatoriques qui tend à le déformer de façon progressive, sans changement de volume significatif.

S'ajoute à cette première distinction des zones à déformations plutôt volumiques et des zones à déformations plutôt déviatoriques, une différenciation des déformations par leur durée : déformations instantanées (sables et graviers) ou déformations visqueuses (argiles), déformations volumiques différenciées par la faible perméabilité du sol (sols fins peu perméables : argiles, tourbes, limons).

Tout ceci laisse une large place à la coexistence de descriptions différentes de la déformabilité des sols et de méthodes de calcul différentes pour les tassements.

Nous allons examiner dans ce paragraphe deux descriptions classiques de la déformabilité des sols : la compressibilité œdométrique, qui correspond aux zones de déformation volumique prédominante (figure 2b), et la déformabilité déviatorique, caractérisée par les modules de cisaillement que l'on détermine à l'appareil triaxial ou au pressiomètre. Une description plus générale des lois de comportement des sols est présentée dans l'article [C 218] *Lois de comportement et modélisation des sols*.

2.2 Compressibilité

2.2.1 Essais œdométriques

L'essai œdométrique reproduit les conditions de déformation des sols dans le cas d'un massif à surface horizontale chargé par une pression uniforme et où le sol ne peut se déplacer que verticalement. Le principe de l'œdomètre a été inventé au début du XX^e siècle et cet appareil fait partie de l'équipement de tous les laboratoires de mécanique des sols.

2.2.1.1 Œdomètre

L'œdomètre, utilisé pour réaliser les essais de compressibilité à déformation horizontale nulle, comporte deux parties :

- une cellule contenant l'éprouvette de sol ;
- un système de mise en charge.

2.2.1.1.1 Cellule œdométrique

Deux types de cellules œdométriques sont utilisés à l'heure actuelle. Ils se différencient par le fait que, dans un cas, on peut contrôler l'écoulement de l'eau qui sort de l'éprouvette ou la pression de l'eau pendant l'essai, tandis que, dans l'autre cas, on ne le peut pas.

Les **cellules œdométriques ouvertes**, qui ne permettent pas de contrôler l'eau pendant l'essai, comportent (figure 4a) :

- une bague annulaire rigide contenant l'éprouvette de sol ;
- deux pierres poreuses assurant le drainage des deux faces supérieure et inférieure de l'éprouvette ;
- un piston coulissant à l'intérieur de l'anneau et venant charger l'éprouvette ;
- un réservoir d'eau dans lequel l'ensemble précédent est immergé ;
- un ou deux comparateurs pour mesurer les déplacements verticaux du piston.

Si l'on remplace la pierre poreuse inférieure par une bague métallique, on peut réaliser les essais sur des éprouvettes drainées d'un seul côté.

Les **cellules œdométriques fermées**, qui permettent de contrôler la quantité d'eau qui sort de l'éprouvette ou la pression de l'eau dans le sol, comprennent (figure 4b) :

- une bague annulaire rigide contenant l'éprouvette de sol ;
- une embase comportant un logement pour la pierre poreuse inférieure et un conduit pour l'évacuation de l'eau interstitielle ;
- un piston coulissant à l'intérieur de l'anneau et comportant un logement pour la pierre poreuse supérieure et un conduit pour l'évacuation de l'eau interstitielle ;
- deux pierres poreuses assurant le drainage des deux faces de l'éprouvette ;
- un ou deux comparateurs pour mesurer les déplacements verticaux du piston.

Les éprouvettes œdométriques ont des dimensions variables selon le matériel utilisé. Les dimensions les plus fréquentes sont les suivantes :

- diamètre : 60 ou 70 mm ;
- hauteur : 20 ou 25 mm.

2.2.1.1.2 Système de mise en charge

Pour appliquer les charges nécessaires sur le piston de l'œdomètre, on utilise principalement :

- des systèmes mécaniques de chargement par poids, en général avec des bras de levier pour augmenter les efforts appliqués ;
- des systèmes pneumatiques ou hydrauliques.

Ces deux types de systèmes sont également adaptés à la réalisation des essais classiques de chargement par paliers. Toutefois, les systèmes hydrauliques et pneumatiques, plus faciles à automatiser,

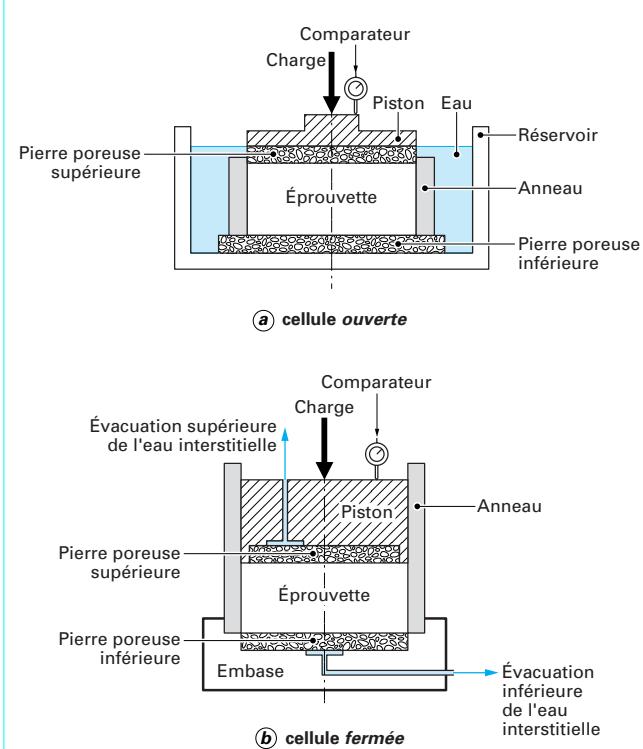


Figure 4 – Cellule œdométrique

s'avèrent souvent indispensables pour la réalisation des nouveaux types d'essais œdométriques.

Les systèmes de mise en charge utilisés pour les essais œdométriques permettent, en général, de faire varier la pression appliquée entre 5 ou 10 kPa (poids propre du piston) et 2 500 kPa. Pour les essais sur les sols raides (et les roches tendres), des œdomètres spéciaux, permettant des charges dix fois supérieures, sont utilisés.

2.2.1.2 Essai œdométrique à chargement par paliers

Cet essai, couramment appelé *essai œdométrique*, traduit dans la pratique l'idée qui vient à l'esprit quand on veut mesurer la compressibilité d'un matériau : on applique une charge, on mesure la déformation jusqu'à ce qu'elle se stabilise, puis on applique une charge plus forte et l'on recommence les observations, etc. L'interprétation de l'essai consiste à tracer la courbe donnant la variation de l'indice des vides de l'éprouvette en fonction de la contrainte appliquée : c'est la courbe de compressibilité œdométrique ou *courbe œdométrique*.

L'exécution de l'essai comporte les opérations suivantes :

- taille de l'éprouvette et mise en place dans l'œdomètre ;
- saturation de l'éprouvette (dans le cas des sols fins pour lesquels on s'intéresse à la vitesse de tassement, il est indispensable que le sol soit saturé pour que l'on puisse interpréter les courbes de tassement au cours du temps sous chacune des charges appliquées ; l'application d'une contre-pression est considérée comme la technique de saturation la plus efficace ; elle implique l'utilisation de cellules œdométriques fermées) ;
- application de la charge sur le piston par paliers de 24 heures et mesure du tassement au cours du temps sous chacune des charges successivement imposées à l'éprouvette ; on applique habituel-

lement des charges dont chacune est le double de la précédente ; en début d'essai, la succession des charges peut être différente, elle est précisée par les modes opératoires officiels des essais ;

— en fin d'essai, décharge de l'éprouvette, pesée avant et après séchage à l'étuve (pour déterminer l'indice des vides) ;

— dépouillement des résultats.

La procédure de l'essai cédométrique à chargement par paliers est décrite par la norme française XP P 94-091. Les modes opératoires détaillés des différents types d'essais cédométriques décrits dans cet article ont été publiés par le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées [6].

2.2.1.3 Courbe de compressibilité des sols pulvérulents

La perméabilité des sols pulvérulents est en général assez forte pour que l'eau ne s'oppose pas à la déformation du sol. Les déformations sont pratiquement instantanées. Elles sont dues :

- pour l'essentiel au réarrangement des particules qui constituent le squelette solide du sol ;
- pour une faible part, à la déformation des particules solides aux points de contact entre les particules.

La courbe de compressibilité cédométrique d'un sol pulvérulent a l'allure générale indiquée sur la figure 5, en termes d'**indice des vides** e (cf. article [C 208] *Description, identification et classification des sols*) et de **contrainte effective verticale** σ'_v (cf. article [C 212] *L'eau dans les sols*). Si l'on décharge puis recharge une éprouvette, on constate que le comportement du sol n'est pas réversible (trajets BC et CD sur la figure 5).

En pratique, l'essai cédométrique est peu utilisé pour les sables.

2.2.1.4 Courbe de compressibilité des sols fins

La perméabilité des sols fins est en général faible et l'écoulement de l'eau à travers les pores du sol ne s'effectue pas instantanément. Les charges appliquées à la surface de l'éprouvette se transmettent d'abord à l'eau puis, progressivement, au squelette solide, au fur et à mesure que l'eau sort du sol.

Les déformations de l'éprouvette sous chaque charge appliquée dépendent donc du temps et l'on est conduit à étudier le phénomène en deux étapes :

- la première (§ 2.2.1.4.1) concerne l'évolution du **tassemant** s (ou de l'indice des vides e) de l'éprouvette en fonction du temps, pour une valeur donnée de la pression σ_v appliquée ;
- la seconde (§ 2.2.1.4.2) concerne la variation de l'indice des vides e_f à la fin de chaque étape de chargement, en fonction de la pression σ'_v (à la fin de chaque étape de chargement, les pressions σ_v et σ'_v sont égales). Elle permet de construire la courbe de compressibilité du sol, appelée couramment *courbe cédométrique*.

2.2.1.4.1 Courbe de consolidation

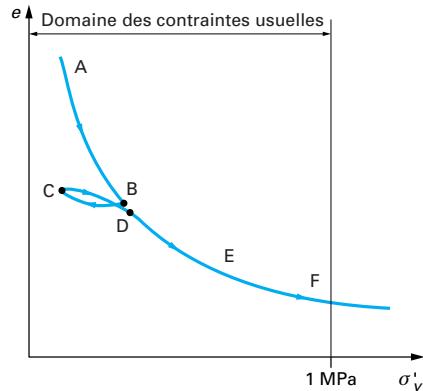
La courbe de variation du tassemant s en fonction du logarithme du temps t a l'allure indiquée sur la figure 6. On a l'habitude de distinguer trois parties dans cette courbe :

- la compression initiale ou instantanée, lors de l'application de la charge (a) ;
- la consolidation primaire, qui correspond à la dissipation de la pression interstitielle (b) ;
- la compression secondaire, qui se poursuit dans le temps après la dissipation de la surpression interstitielle (c).

En général, la consolidation primaire est le phénomène prépondérant et, pour les épaisseurs habituelles des éprouvettes, elle se termine en moins de 24 heures (temps t_{100} sur la figure 6).

2.2.1.4.2 Courbe cédométrique

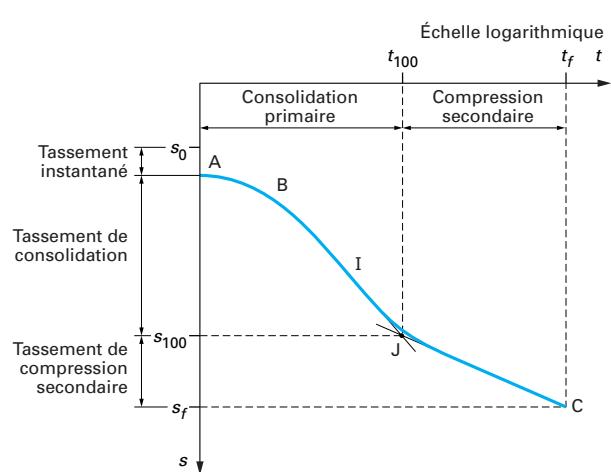
Par convention, l'essai est réalisé en augmentant toutes les 24 heures la pression appliquée à l'éprouvette et l'on admet que la déformation finale sous chaque charge est celle que l'on mesure au bout



Dans la partie AB de la courbe, la variation de volume est notable et provient surtout du réarrangement des grains. Dans la partie EF, elle est faible et provient de la déformation élastique des grains.

Si l'on décharge et recharge l'éprouvette (trajet BC et CD), on constate que le comportement du matériau n'est pas réversible ; seule, la partie liée à la déformation élastique des grains est récupérée.

Figure 5 – Courbe cédométrique d'un sol pulvérulent



La courbe présente d'abord un palier sensiblement horizontal AB, une partie BI décroissante, à concavité tournée vers le bas, puis, au-delà du point d'inflexion I, une partie IC à concavité tournée vers le haut.

La pression interstitielle est considérée comme dissipée au temps, noté t_{100} , correspondant au point d'intersection J de la tangente à la courbe au point d'inflexion I, et de l'asymptote à la partie IC de la courbe.

On note la valeur du tassemant correspondant s_{100} , ainsi que celle du tassemant en fin d'essai s_f , (indice des vides e_f).

Figure 6 – Courbe de consolidation d'un sol fin

des 24 heures. On peut alors tracer le diagramme donnant la variation de l'indice des vides e (en réalité, l'indice des vides e_f au bout des 24 heures) en fonction de la contrainte effective σ'_v (égale à la contrainte totale, c'est-à-dire à la pression appliquée σ_v puisque la

pression interstitielle est devenue négligeable à la fin de la consolidation primaire).

On a pris l'habitude de représenter les variations de l'indice des vides en fonction du logarithme de la contrainte effective. L'allure de la courbe obtenue est représentée sur la figure 7.

On notera que la définition de la déformation finale sous chaque charge conduit à confondre, dans le tassement œdométrique, les trois composantes du tassement mentionnées ci-avant. Ce choix aura des conséquences pour la méthode de calcul des tassements.

2.2.1.5 Paramètres de compressibilité

La courbe œdométrique (figure 7) peut être caractérisée par quatre paramètres :

- les coordonnées du point P (pression de préconsolidation σ'_p et indice des vides correspondant (e_p) ;
- la pente de la partie initiale de la courbe : C_s , appelée **indice de gonflement** (C_s est aussi appelé **indice de recompression**, pour le distinguer des paramètres caractérisant le comportement des sols gonflants) ;
- la pente de la partie finale de la courbe : C_c , appelée **indice de compression**.

Pour définir complètement la déformabilité du sol, il faut indiquer aussi son état initial (σ'_{v0} , e_0). La donnée de l'indice des vides initial rend inutile celle de l'indice des vides e_p correspondant à la pression de préconsolidation. Les cinq paramètres de compressibilité utilisés en pratique sont donc : e_0 , σ'_{v0} , C_s , σ'_p et C_c .

2.2.1.5.1 Pression de préconsolidation

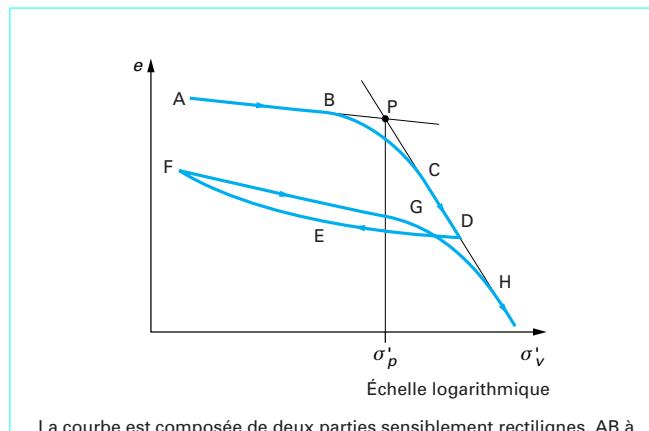
L'abscisse du point d'intersection P des deux parties rectilignes de la courbe de compressibilité œdométrique (figure 7) est appelée **pression de préconsolidation** et notée σ'_p . Différentes méthodes ont été proposées pour déterminer la pression de préconsolidation en pratique (méthodes de Casagrande, méthode de Schmertmann, méthode LPC, etc.). Elles sont exposées dans les ouvrages spécialisés de mécanique des sols et discutées dans [6] [12].

Si l'on réalise un essai œdométrique sur une éprouvette obtenue en laboratoire par sédimentation d'une suspension de sol, d'argile par exemple, on ne retrouve pas la première partie rectiligne AB de la courbe. Celle-ci n'apparaît qu'après application d'un premier cycle de déchargement-recharge. On en déduit que l'existence de la pression de préconsolidation est subordonnée à celle d'un chargement appliquée au sol antérieurement à l'essai et dont il a gardé la mémoire.

La pression de préconsolidation σ'_p n'est pas nécessairement égale à la contrainte effective initiale σ'_{v0} existant actuellement dans le sol où l'on a prélevé l'échantillon testé. Au cours de son histoire, le sol a pu être soumis au poids de couches de terrains ou de glace qui ont disparu par la suite. Le vieillissement du sol sous son propre poids peut aussi avoir produit un effet comparable. Lorsque la pression de préconsolidation est supérieure à la contrainte effective verticale actuelle σ'_{v0} , on dit que le sol est **surconsolidé**. Si les deux contraintes sont égales, le sol est dit **normalement consolidé**. La pression de préconsolidation ne peut être inférieure à la contrainte effective verticale actuelle σ'_{v0} . Si l'on se trouve dans ce cas, l'un des deux termes (ou les deux) est erroné (sont erronés) : il se peut, par exemple, que l'essai œdométrique ait été réalisé sur une éprouvette de sol perturbée par les opérations de prélèvement et de taille de l'éprouvette. Il se peut aussi que la contrainte effective verticale sur le site du prélèvement ait été mal évaluée, en général parce que l'on s'est trompé sur la valeur réelle de la pression interstitielle dans le sol.

Le **rapport de surconsolidation** caractérise l'état initial du sol. Il est égal à :

$$R_{oc} = \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}}$$



La courbe est composée de deux parties sensiblement rectilignes, AB à faible pente et CD à forte pente, raccordées par une partie courbe.

On constate en outre, lors d'un cycle de chargement-déchargement DEFGH, que le matériau n'a pas un comportement élastique et présente une boucle d'hystériséris.

σ'_p pression de préconsolidation

Figure 7 – Courbe œdométrique d'un sol fin

Il vaut 1 pour les sols normalement consolidés et est supérieur à 1 pour les sols surconsolidés. Le rapport de surconsolidation est souvent noté OCR , mais la notation R_{oc} est préférable.

2.2.1.5.2 Indices de compression et de gonflement

On appelle respectivement indice de gonflement (ou de recompression) C_s et indice de compression C_c les pentes des parties AB et PCHD de la courbe de compressibilité œdométrique (figure 7), soit :

$$C_s \text{ ou } C_c = \frac{\Delta e}{\Delta (\lg \sigma'_v)}$$

sur ABP et PCHD respectivement. Ces deux paramètres sont indépendants de la valeur de la contrainte effective.

La droite de pente C_c dans le diagramme semi-logarithmique de la figure 7 est appelée *courbe vierge*.

2.2.1.5.3 Coefficients de compressibilité et module œdométrique

Si l'on veut décrire la courbe de compressibilité en coordonnées linéaires et non plus semi-logarithmiques, on utilise des paramètres de compressibilité définis de la façon suivante :

- coefficient de compressibilité a_v :

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta \sigma'_v}$$

- coefficient de compressibilité m_v :

$$m_v = \frac{a_v}{1 + e_0} = \frac{\Delta e}{(1 + e_0) \Delta \sigma'_v}$$

Chacun de ces coefficients peut être défini localement, autour d'un état de contrainte donné (coefficient calculé d'après la tangente à la courbe) ou entre un état initial et un état final (coefficient sécant).

Le **module œdométrique** E_{oed} est une autre représentation classique de la compressibilité des sols à l'œdomètre. Il est défini de la façon suivante :

$$E_{oed} = \frac{(1 + e_0) \Delta \sigma'_v}{\Delta e} = \frac{1}{m_v}$$

On peut définir comme précédemment des modules œdométriques tangents ou des modules œdométriques sécants. Il faut toujours noter les valeurs des contraintes pour lesquelles les valeurs de ces modules ont été définies.

2.2.1.6 Essai de fluage

On a noté au paragraphe 2.2.1.4.1 que les courbes de tassement au cours du temps observées dans les essais œdométriques comportent habituellement une partie finale linéaire en fonction du logarithme du temps. Cette partie de la courbe de tassement a été appelée *compression secondaire*. Pour certains sols, comme les tourbes ou les vases fortement organiques, cette compression secondaire représente une partie importante du tassement total du sol et il est important de bien définir la pente de cette courbe de compression secondaire. L'essai de fluage permet d'obtenir cette information.

Cet essai, simplifié par rapport aux pratiques antérieures pour limiter sa durée, consiste à observer le tassement d'une éprouvette sous une charge maintenue constante pendant au moins 7 jours. Il comporte normalement trois paliers de chargement (σ'_{v0} , σ'_p et la contrainte effective finale sous l'ouvrage σ'_{vf}). La pente de la partie linéaire finale de la courbe de déformation en fonction du logarithme du temps est appelée **taux de fluage** et notée C_α :

$$C_\alpha = \frac{\Delta H / H_0}{\Delta \lg t}$$

avec H_0 épaisseur initiale de l'éprouvette.

On peut définir aussi l'**indice de fluage** C_{ae} , qui est la pente de la courbe de variation de l'indice des vides en fonction du logarithme du temps, après la dissipation des surpressions interstitielles :

$$C_{ae} = \frac{\Delta e}{\Delta \lg t} = (1 + e_0) C_\alpha$$

2.2.1.7 Autres types d'essais œdométriques

L'essai œdométrique à chargement par paliers reste l'essai de référence pour l'évaluation de la compressibilité des sols fins et l'expérience quotidienne des projeteurs confirme que les tassements déduits des résultats de cet essai sont proches des valeurs observées sur le terrain (à 10 ou 20 % près). Néanmoins, la durée de l'essai (de deux à trois semaines) a fait rechercher des formes d'essai œdométrique plus rapides qui, sans donner des résultats identiques aux résultats de l'essai classique, permettent d'augmenter un peu la productivité des laboratoires d'essai. Dans la plupart des cas, ces nouveaux essais permettent des prévisions de tassement aussi fiables que l'essai classique et leur utilisation s'est répandue depuis le début des années 1960. Les modes opératoires de ces essais œdométriques, ainsi que celui de l'essai œdométrique à drainage radial, ont été publiés par le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées [6].

2.2.1.7.1 Essai à vitesse de déformation constante

Le principe de cet essai est de placer une cellule œdométrique de type fermé entre les deux plateaux d'une presse à vitesse de déplacement constante et de mesurer l'évolution, en fonction de la déformation imposée (donc du temps), de la pression appliquée sur le piston de l'œdomètre et de la **surpression interstitielle** Δu_b à la base, non drainée, de l'éprouvette. L'essai est normalement réalisé avec une **contre-pression** u_{cp} . Le choix de la vitesse de déformation est le point le plus délicat de l'essai. On admet actuellement que cette vitesse a été bien choisie si Δu_b reste inférieur à 0,15 ($\sigma_v - u_{cp}$). Une

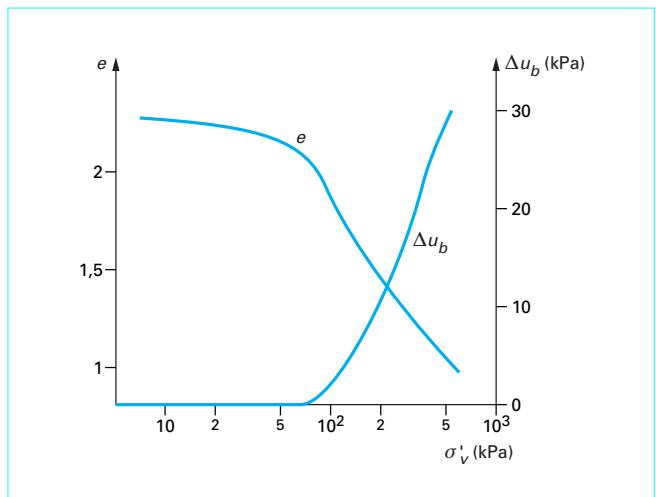


Figure 8 – Essai œdométrique à vitesse de déformation constante : variation de l'indice des vides e et de la surpression interstitielle Δu_b en fonction de la contrainte effective σ'_v

vitesse de déformation de 10^{-4} min^{-1} paraît adaptée pour une large gamme de sols compressibles.

L'interprétation de l'essai repose sur l'hypothèse d'une distribution parabolique des surpressions interstitielles dans l'éprouvette. La **contrainte effective moyenne** $\bar{\sigma}'_v$ peut alors être calculée au moyen de la formule :

$$\bar{\sigma}'_v = \sigma_v - \frac{2}{3} \Delta u_b - u_{cp}$$

Les résultats des mesures faites au cours de l'essai sont représentés sous forme de deux courbes tracées sur le même graphique (figure 8) :

$$e = f(\lg \bar{\sigma}'_v)$$

$$\Delta u_b = g(\lg \bar{\sigma}'_v)$$

La pression de préconsolidation σ'_p correspond aux coudes de ces deux courbes, qui ne sont pas toujours en correspondance dans la pratique. Les pentes C_s et C_c correspondent aux parties linéarisables de la courbe $e = f(\lg \bar{\sigma}'_v)$. Les **coefficients de consolidation** c_v et de **perméabilité** k_v (§ 4.2.6 et § 4.2.7) sont égaux à :

$$c_v = \frac{H^2}{2 \Delta u_b} \left(\frac{d \bar{\sigma}'_v}{dt} \right)$$

$$k_v = \frac{H^2 \gamma_w}{2(1 + e_0) \Delta u_b} \left(\frac{de}{dt} \right) = \frac{H^2 \gamma_w \dot{e}}{2 \Delta u_b}$$

avec H épaisseur de l'éprouvette,
 \dot{e} vitesse de déformation imposée.

2.2.1.7.2 Essai à gradient contrôlé

Dans l'essai à gradient contrôlé, on adapte la charge σ_v appliquée sur le piston de l'œdomètre de façon à maintenir constante la différence Δu entre les pressions interstitielles à la surface supérieure drainée et à la base non drainée de l'éprouvette, ce qui permet de faire varier les contraintes effectives de façon quasi uniforme pendant l'essai. L'essai est normalement réalisé avec une contre-pression u_{cp} . L'essai est d'autant plus rapide que la valeur de Δu est forte. On peut adopter une valeur de Δu de 20 kPa.

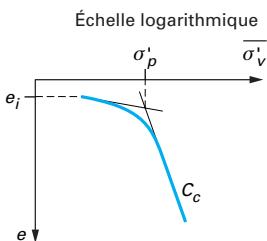


Figure 9 – Essai cédométrique à gradient contrôlé : courbe de compressibilité

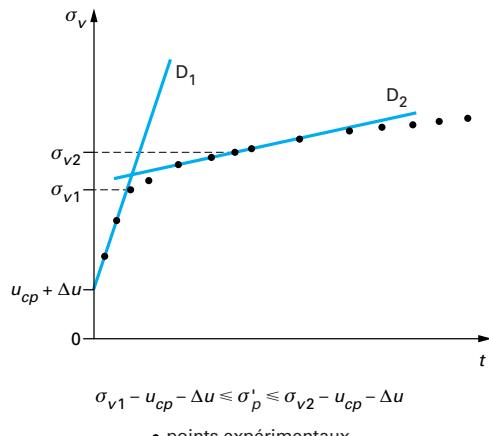


Figure 10 – Essai cédométrique à gradient contrôlé : courbe de chargement en fonction du temps

Les résultats de l'essai se présentent sous forme d'une courbe de compressibilité (figure 9) :

$$e = f(\lg \sigma'_v) = f\left[\lg\left(\sigma_v - \frac{2}{3}\Delta u - u_{cp}\right)\right]$$

et d'une courbe de variation de la pression appliquée σ_v en fonction du temps (figure 10). On en déduit la valeur de σ'_p (figures 9 et 10) et celle de C_c (figure 9). Les valeurs de C_s déduites de la partie initiale de la courbe $e = f(\lg \sigma'_v)$ sont peu fiables.

2.2.1.7.3 Essai accéléré par chauffage

Plutôt que d'un essai spécial, il s'agit à proprement parler d'une technique expérimentale développée au Centre Expérimental du Bâtiment et des Travaux Publics (CEBTP) au début des années 1970 pour diminuer d'un facteur 3 environ la durée de l'essai de compressibilité classique [13]. Il s'agit de réaliser l'essai en maintenant le sol et la cellule cédométrique dans un bain thermostaté à 70 °C. La courbe de compressibilité $e = f(\lg \sigma'_v)$ ainsi obtenue est peu différente de la courbe obtenue aux températures habituelles, mais l'essai ne permet pas la détermination du coefficient de consolidation.

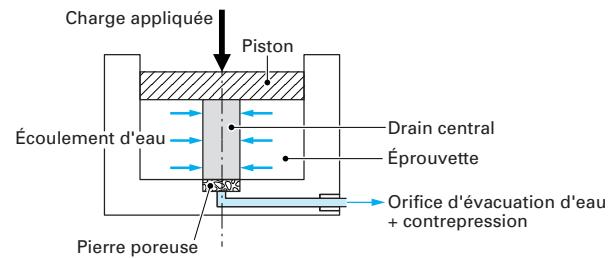


Figure 11 – Principe de l'essai cédométrique à drainage radial

2.2.1.7.4 Essai à drainage radial

Cet essai a été développé pour la mesure du coefficient de consolidation radiale, nécessaire pour le dimensionnement des réseaux de drains verticaux (§ 4.4). Il est dérivé de l'essai de compressibilité par paliers. Son principe est représenté sur la figure 11. Le détail de l'essai est décrit dans les références [12] [6].

2.2.2 Expression du tassement cédométrique

Dans ce qui précède, on n'a pas expliqué comment on passe des variations de l'épaisseur de l'éprouvette aux variations de l'indice des vides du sol, que l'on représente dans la courbe de compressibilité cédométrique. Cette transformation est décrite dans ce paragraphe, avec la transformation inverse qui permet d'utiliser la courbe cédométrique pour calculer des tassements.

Dans un essai cédométrique, comme les déformations horizontales du sol sont nulles, les variations de volume du sol se réduisent à celles qui résultent de la composante verticale du déplacement :

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta H}{H}$$

avec H épaisseur de l'éprouvette,
 V volume de l'éprouvette.

Si l'on suppose négligeable la déformation des particules du squelette solide, on peut écrire que le volume de ces particules reste constant pendant l'essai, ce qui se traduit par la condition :

$$\frac{H}{1+e} = \text{constante}$$

On en déduit que :

$$\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{\Delta e}{1+e_0}$$

Lors de l'essai cédométrique, on détermine l'épaisseur finale de l'éprouvette sous chacune des charges qui lui sont successivement appliquées, de sorte que l'on dispose d'une série de valeurs de $s = \Delta H$. Connaissant l'épaisseur initiale de l'éprouvette H_0 et l'indice des vides initial e_0 (que l'on détermine en fin d'essai à partir de l'état final du sol et de sa déformation totale), on peut calculer les valeurs successives de l'indice des vides au moyen de la formule :

$$e = e_0 - \Delta e = e_0 - \frac{1+e_0}{H_0} \Delta H$$

Inversement, pour déduire le tassement cédométrique d'un sol (c'est-à-dire son tassement en l'absence de déplacements horizontaux) de la courbe de compressibilité cédométrique, on utilisera la formule :

$$\Delta H = H_0 \frac{\Delta e}{1+e_0}$$

qui donne le tassement entre l'état initial du sol et son état actuel.

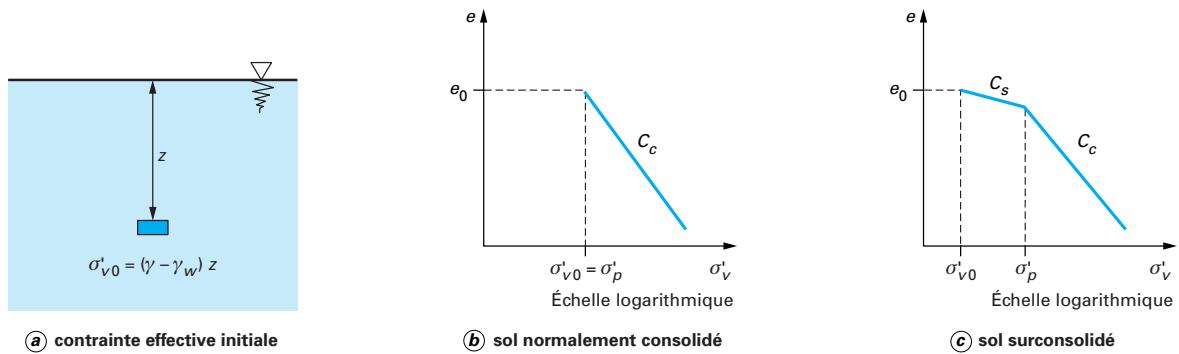


Figure 12 – Compressibilité du sol selon son état de consolidation en place

La variation de l'indice des vides Δe est facile à calculer connaissant les valeurs des indices de gonflement C_s et de compression C_c et celles de la contrainte effective initiale σ'_{v0} de la **pression de préconsolidation** σ'_p et de la contrainte effective finale σ'_{vf} (figure 12) :

— si le sol est normalement consolidé ($\sigma'_{v0} = \sigma'_p$) :

$$\Delta e = C_c \lg \frac{\sigma'_{vf}}{\sigma'_p}$$

— si le sol est surconsolidé ($\sigma'_{v0} < \sigma'_p$) :

$$\Delta e = C_s \lg \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}} + C_c \lg \frac{\sigma'_{vf}}{\sigma'_p}$$

En règle générale, le premier terme de la formule correspondant au cas du sol surconsolidé est nettement plus faible que le second

Pour calculer le tassement œdométrique d'une couche de sol, on doit donc connaître :

- l'épaisseur initiale de la couche considérée (H_0) ;
- l'état initial du sol (e_0, σ'_{v0}) ;
- ses paramètres de compressibilité (C_s, C_c, σ'_p) ;
- la charge $\Delta\sigma'_v$ appliquée ($\sigma'_{vf} = \sigma'_{v0} + \Delta\sigma'_v$) .

La formule de calcul du tassement peut être extrapolée au cas d'une succession de n couches horizontales, caractérisées chacune par son épaisseur initiale, et par l'état initial et les caractéristiques du sol ;

En termes de coefficients de compressibilité ou de module œdométrique, la formule de calcul du tassement œdométrique s'écrit :

$$\Delta H = H_0 m_v \Delta\sigma'_v$$

ou :

$$\Delta H = \frac{H_0 a_v}{1 + e_0} \Delta\sigma'_v$$

ou :

$$\Delta H = H_0 \frac{\Delta\sigma'_v}{E_{\text{oed}}}$$

On observe que ces formules ne tiennent pas compte des différences de comportement du sol de part et d'autre de la pression de préconsolidation. Les valeurs des coefficients de compressibilité ou du module œdométrique doivent donc être adaptées à l'intervalle de contraintes effectives correspondant à la charge appliquée.

2.2.3 Valeurs usuelles de l'indice de compression

L'indice de compression C_c est un paramètre sans dimension, dont les valeurs peuvent être très variables d'un sol à l'autre. Ces valeurs sont en général comprises entre 0,1 et 3. À titre indicatif, le tableau 1 donne les valeurs de C_c de différents sols.

Tableau 1 – Valeurs de l'indice de compression C_c de différents sols

Type de sol	Origine	C_c
Tourbe	Caen	3,5
Argile vasarde très plastique	Palavas	0,7
Argile molle très plastique	Lanester	0,6
Argile molle organique	Cubzac-les-Ponts	1,2
Argile peu plastique	Narbonne	0,2
Limon argileux	Plaine de l'Aude	0,13
Limon	Orly	0,1

Il existe en général, pour les sols d'une même région, des relations entre les différents paramètres caractérisant l'état et les propriétés mécaniques du sol. Ainsi, de nombreuses relations entre l'indice de compression et la limite de liquidité, l'indice des vides ou la teneur en eau du sol ont été proposées. Ces relations peuvent être utilisées pour contrôler la cohérence des résultats des essais.

2.3 Déformabilité déviatorique et volumique

2.3.1 Généralités

Lorsque les déformations des sols sont faibles et peuvent être considérées comme linéaires, on les représente souvent au moyen de la théorie de l'élasticité linéaire, qui prend différentes formes suivant le degré d'anisotropie du comportement observé.

Dans le cas assez fréquent où le sol s'est formé dans un environnement calme, par augmentation progressive de l'épaisseur d'un massif à surface horizontale, l'anisotropie est de type axisymétrique et le comportement du sol peut être décrit par cinq paramètres d'élasticité qui relient les composantes des déformations ε_{ij} aux composantes des contraintes (effectives dans les sols saturés) σ_{ij} :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/E_v & -v_{vh}/E_v & -v_{vh}/E_v & 0 & 0 & 0 \\ -v_{vh}/E_v & 1/E_h & -v_{hh}/E_h & 0 & 0 & 0 \\ -v_{vh}/E_v & -v_{hh}/E_h & 1/E_h & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1+v_{hh})/E_h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 G_{vh} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 G_{vh} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \sigma_{zz} \\ \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{pmatrix}$$

avec E_v module d'Young vertical,
 E_h module d'Young horizontal,
 v_{vh} coefficient de Poisson vertical-horizontal,
 v_{hh} coefficient de Poisson horizontal,
 G_{vh} module de cisaillement dans un plan vertical.

Dans un sol isotrope, les modules d'Young et les coefficients de Poisson sont égaux dans les différentes directions et l'équation s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{pmatrix} = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} 1 & -v & -v & 0 & 0 & 0 \\ -v & 1 & -v & 0 & 0 & 0 \\ -v & -v & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1+v \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \sigma_{zz} \\ \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{pmatrix}$$

Si l'on sépare les composantes isotrope et déviatorique des contraintes (σ_m, τ_{oct}) et des déformations ($\varepsilon_{vol}, \gamma$), on peut écrire deux relations indépendantes :

$$\varepsilon_{vol} = \frac{\sigma_m}{K} \quad \gamma = \frac{\tau_{oct}}{G}$$

Les modules de déformabilité volumique K et de cisaillement G sont liés au module d'Young E et au coefficient de Poisson v par les relations :

$$K = \frac{E}{3(1-2v)}$$

et

$$G = \frac{E}{2(1+v)}$$

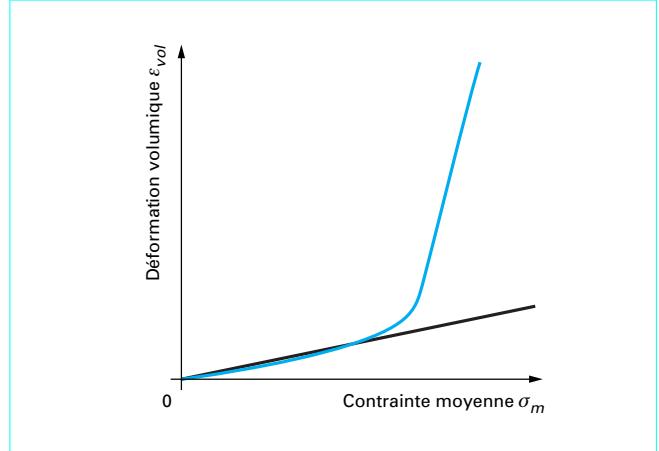


Figure 13 – Courbe de compressibilité volumique d'un sol argileux à l'appareil triaxial

Dans les sols courants, la valeur du coefficient de Poisson est généralement comprise entre 0,2 et 0,4, de sorte que le rapport K/G varie entre 1,33 (pour $v = 0,2$) et 4,67 (pour $v = 0,4$). Les déformations volumiques sont donc toujours plus faibles que la distorsion du sol, mais les modules restent du même ordre de grandeur.

L'amplitude des déformations des massifs de sols est souvent calculée en simplifiant encore le modèle élastique isotrope, où l'on impose la valeur de v (souvent 0,3, notamment pour les sables), en gardant un seul paramètre de déformabilité, le module d'Young. La détermination du module d'Young s'effectue en laboratoire au moyen d'essais triaxiaux (ou d'essais cédométriques). Sur le terrain, on peut réaliser des essais pressiométriques ou des essais de plaque. On peut aussi utiliser des corrélations entre la déformabilité et la résistance au cisaillement de certains types de sols.

2.3.2 Essais triaxiaux

2.3.2.1 Rappels

Les essais triaxiaux sont utilisés principalement pour déterminer la résistance au cisaillement des sols (article [C216] *Résistance au cisaillement*). Ils sont aussi les essais de référence pour l'étude des lois de comportement des sols (article [C218] *Lois de comportement et modélisation des sols*) et, en particulier, pour l'étude de la déformabilité des sols quand on sort des conditions unidimensionnelles de l'essai cédométrique. L'essai triaxial est réalisé sur une éprouvette cylindrique, placée dans une cellule permettant d'appliquer simultanément à l'éprouvette une pression latérale isotrope et une charge axiale. En pratique, les essais triaxiaux sont surtout utilisés pour caractériser le comportement mécanique des sols argileux.

2.3.2.2 Compression isotrope

Lorsque la contrainte verticale reste toujours égale à la pression horizontale, l'éprouvette est soumise à une compression isotrope. Les essais réalisés sur des sols argileux ont montré que les déformations volumiques évoluent à peu près proportionnellement à la pression isotrope appliquée, jusqu'à un seuil qui correspond approximativement à 60 % de la pression de préconsolidation cédométrique (figure 13).

La pente de la partie initiale de la courbe est égale au module de déformabilité volumique K .

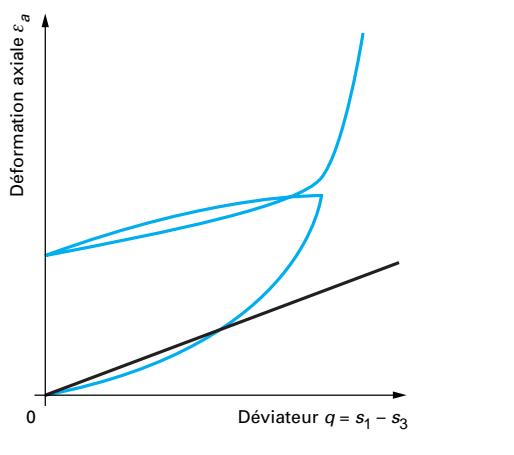


Figure 14 – Courbe de déformation de l'éprouvette lors de la phase de compression axiale d'un essai triaxial

2.3.2.3 Déformations de cisaillement

Dans la phase de cisaillement de l'essai triaxial, lorsque l'on impose à l'éprouvette une vitesse de déformation constante en gardant la pression de la cellule constante, le sol subit une déformation pour partie volumique et pour partie déviatorique. Si l'on représente la déformation axiale en fonction de la contrainte axiale (contrainte effective dans les sols saturés), on peut définir la déformabilité du sol par la pente de la partie initiale de la courbe (figure 14). On en déduit directement la valeur du module d'Young E :

$$E = \frac{\Delta \sigma_1}{\varepsilon_1}$$

En pratique, la détermination d'un module n'est pas toujours simple : il faut choisir entre la tangente à l'origine, une droite sécante ou une tangente à un point de la courbe. Les pentes varient très vite et les modules peuvent varier sensiblement.

2.3.2.4 Modules

La valeur représentative du module d'un sol doit correspondre à l'intervalle de contraintes qui provoquera la déformation. En principe, si le sol est réellement isotrope, toutes les méthodes de mesure doivent donner le même résultat. Dans la pratique, des différences parfois importantes peuvent être observées.

2.3.3 Essais pressiométriques

2.3.3.1 Rappels

Les essais pressiométriques sont très fréquemment utilisés en France pour les calculs de fondations, tant pour la vérification de la stabilité que pour le calcul des tassements. Cet essai est décrit dans l'article [C 220] *Propriétés mécaniques des sols déterminées en place*. Ses applications au calcul des tassements des fondations superficielles sont décrites pour leur part dans l'article [C 246] *Fondations superficielles*. L'essai pressiométrique Ménard est réalisé dans un forage exécuté au préalable, par une technique adaptée à la nature et à l'état du sol. Le gonflement d'une sonde cylindrique à pression et volume contrôlés permet d'établir une relation expérimentale entre la pression appliquée sur la paroi latérale du forage et la déformation volumique de la sonde. Cette relation est utilisée pour déterminer d'une part la résistance du sol et d'autre part sa déformabilité.

2.3.3.2 Module pressiométrique

Le module pressiométrique E_M est déduit de la pente de la partie de la courbe de déformation qui précède la rupture du sol. Il est utilisé directement dans la formule de calcul du tassement associée à la méthode pressiométrique (voir paragraphe 3.3).

2.3.4 Détermination des modules par corrélations

La déformabilité des sols est souvent liée à leur résistance. Cette observation justifie la recherche de corrélations entre les résultats d'essais de résistance : essais de pénétration statique au cône, essais de pénétration au carottier (SPT).

Pour l'essai de pénétration statique, la relation proposée par [14] a la forme :

$$E_{oed} = \frac{q_c}{\alpha}$$

et relie le module œdométrique E_{oed} et la résistance à l'enfoncement du cône q_c . Le paramètre α varie de 0,4 pour les tourbes de teneur en eau supérieure à 300 % à 8 pour les argiles et limons organiques. Pour les sables, il vaut 1,5 ou 2 selon que q_c est supérieur à 10 MPa ou inférieur à 1,5 MPa.

Pour l'essai de pénétration au carottier (SPT), le calcul des tassements des sables et graviers est lié de façon complexe à la valeur du nombre N de coups nécessaires pour enfoncer le carottier.

Ces deux corrélations sont décrites dans l'article [C 246] *Fondations superficielles*.

2.3.5 Valeurs usuelles des modules de déformabilité des sols

Les modules de déformabilité des sols dépendent beaucoup de la nature et de l'état des sols étudiés, mais aussi de l'amplitude des déformations. Ils sont aussi sensibles au remaniement du sol lors des opérations préalables aux essais. L'influence de l'amplitude des déformations a été méthodiquement étudiée à l'École Centrale de Paris sous la direction de J. Biarez. Elle fait passer le module sécant d'une valeur de référence élevée pour les très petites déformations (de l'ordre de 10^{-5}) à 200 ou 300 fois moins pour les ouvrages courants du génie civil. Pour ces ouvrages, les ordres de grandeur suivants sont souvent rencontrés :

- tourbe 0,2 à 0,5 MPa ;
- argile molle (récente, normalement consolidée) 1 à 5 MPa ;
- argile raide (surconsolidée) 10 à 50 MPa ;
- sable lâche 5 à 20 MPa ;
- sable dense 100 à 200 MPa.

Mais ils ne peuvent remplacer les résultats des essais réalisés sur chaque site.

3. Calcul des tassements

3.1 Généralités

Il existe trois classes de méthodes de calcul pour les tassements des massifs de sols :

- les calculs de type œdométrique, généralement appliqués pour les remblais, les radiers et les charges de grandes dimensions par rapport à l'épaisseur des sols déformables, en particulier les sols argileux saturés et compressibles ;
- les calculs de type pressiométrique, utilisés de façon fréquente en France pour évaluer le tassement des fondations super-

ficielles, notamment pour les sols grenus (sables et graves, souvent difficiles à prélever et caractériser en laboratoire) ;
— les calculs globaux en élasticité ou élastoplastique, mis en œuvre par la méthode des éléments finis.

Les deux premiers types de calcul sont présentés dans ce paragraphe. La mise en œuvre de modèles numériques sera décrite dans un article spécialisé, présentant des exemples d'application des méthodes de calcul des tassements.

3.2 Méthode œdométrique

3.2.1 Rappels

Si l'on connaît la variation de la contrainte verticale $\Delta\sigma_v$ créée dans un massif de sol par une charge $\Delta\sigma$ appliquée en surface, on peut déterminer en utilisant la courbe de compressibilité œdométrique (§ 2.2.1) le tassement d'une couche homogène d'épaisseur H_0 (de l'ordre de quelques mètres, au maximum), au moyen de la formule :

$$s = \Delta H = \frac{H_0}{1 + e_0} \left(C_s \lg \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}} + C_c \lg \frac{\sigma'_{vf}}{\sigma'_p} \right)$$

qui admet deux cas particuliers :

— pour un **sol normalement consolidé** :

$$s = \Delta H = \frac{H_0}{1 + e_0} C_c \lg \frac{\sigma'_{vf}}{\sigma'_p}$$

— pour un **sol surconsolidé chargé en dessous de la pression de préconsolidation** :

$$s = \Delta H = \frac{H_0}{1 + e_0} C_s \lg \frac{\sigma'_{vf}}{\sigma'_{v0}}$$

Les notations sont les mêmes qu'au paragraphe 2.2.1.

Pour une succession de couches, on admet que le tassement total est égal à la somme des tassements calculés pour chaque couche.

Pour pouvoir calculer le tassement au moyen des formules précédentes, il suffit de savoir décomposer le dépôt de sols compressibles en couches homogènes superposées et de calculer les suppléments de contraintes apportés dans chacune de ces couches par le chargement appliqué.

3.2.2 Décomposition du sol en couches homogènes

On rencontre rarement dans la nature des sites constitués par un sol compressible homogène et isotrope sur toute son épaisseur. Par exemple, pour un sol de nature donnée constante, normalement consolidé, la pression de préconsolidation σ'_p et l'indice des vides e_0 varient avec la profondeur.

Enfin, le supplément de contrainte apporté par le chargement ne peut être considéré comme constant que sur des épaisseurs réduites, limitées à quelques mètres.

On divise alors le site en autant de couches qu'il y a de sols de natures différentes, et l'on subdivise chaque couche en sous-couches d'épaisseur réduite (3 à 4 m). On considère ensuite, pour le calcul du tassement, le supplément de contraintes apporté par le chargement au milieu de chaque couche ou sous-couche, et les caractéristiques moyennes du sol ou de la sous-couche considérée.

3.2.3 Calcul des suppléments de contraintes

Le calcul des suppléments de contraintes apportés par le chargement à différents niveaux dans le sol s'effectue en utilisant les résul-

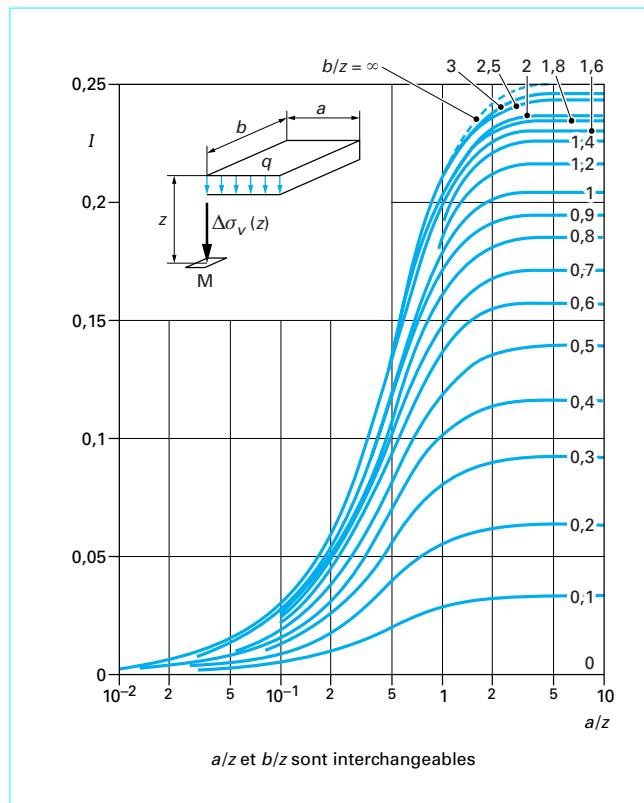


Figure 15 – Coefficient d'influence I donnant le supplément de contrainte verticale $\Delta\sigma_v(z)$ en un point M situé sous un angle d'un rectangle uniformément chargé

tats de la théorie de l'élasticité, pour un massif semi-infini, élastique linéaire, homogène et isotrope (solution de Boussinesq).

En intégrant la formule de Boussinesq donnant la composante verticale de la contrainte s'exerçant sur un plan horizontal en un point du massif de sol sous l'effet d'une charge concentrée en surface, on a pu tracer les diagrammes d'influence d'une charge uniformément répartie. La figure 15 reproduit l'abaque correspondant au cas d'une surface rectangulaire uniformément chargée (fondation superficielle). La figure 16 donne celui qui correspond à une bande infinie de section trapézoïdale (cas d'un remblai).

Ces deux abaques permettent de calculer le **coefficient d'influence** I de la charge en tout point du milieu, repéré par ses coordonnées (profondeur z) :

$$\Delta\sigma_v(z) = I \Delta\sigma$$

avec $\Delta\sigma$ la pression uniforme appliquée à la surface du sol.

Dans le cas d'une charge rectangulaire, le coefficient d'influence est donné sous l'un des sommets du rectangle. On peut combiner les valeurs des coefficients d'influence correspondant à plusieurs rectangles pour déterminer les contraintes à la verticale d'un point quelconque d'un massif de sol soumis à une charge uniformément répartie sur une surface rectangulaire (figure 17) :

— en un point M intérieur au rectangle chargé (figure 17a), on fait la somme des coefficients d'influence relatifs à chaque rectangle :

$$I(M) = I^I(M) + I^{II}(M) + I^{III}(M) + I^{IV}(M)$$

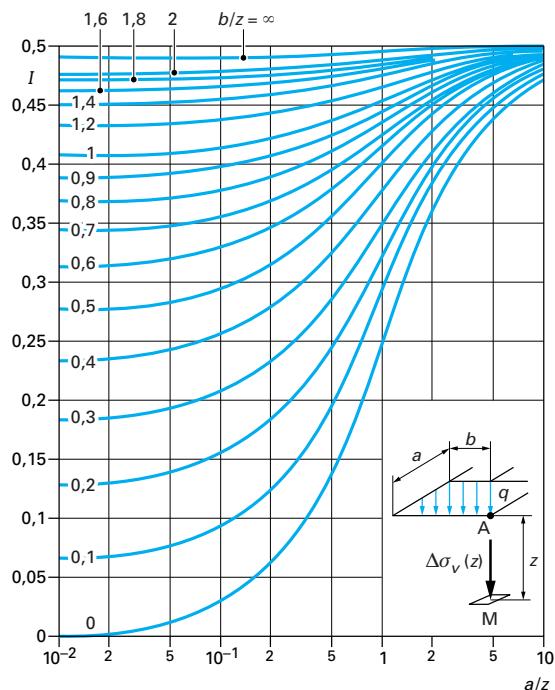


Figure 16 – Coefficient d'influence I donnant le supplément de contrainte verticale $\Delta\sigma_v(z)$ en un point du plan vertical passant par A dans le cas d'une bande infinie de section trapézoïdale (remblai)

— en un point M extérieur au rectangle chargé (figure 17b), on additionne ou soustrait les coefficients d'influence, comme on le ferait avec les surfaces des quatre rectangles pour retrouver la surface de la zone chargée :

$$I(M) = I^I(M) + I^{II}(M) - I^{III}(M) - I^{IV}(M)$$

avec

$$\begin{aligned} I &= MM_2M_4M_6 \\ II &= MM_1M_8M_7 \\ III &= MM_2M_3M_7 \\ IV &= MM_1M_5M_6 \end{aligned}$$

D'autres abaques existent pour des zones chargées de forme différente ou quelconque [2] [5] [3] [16] [11].

3.3 Méthode pressiométrique

La méthode pressiométrique est utilisée principalement pour le calcul des tassements des fondations superficielles et elle est exposée en détail dans l'article [C 246]. L'essai pressiométrique, qui fournit les valeurs du module pressiométrique nécessaires au calcul du tassement, est décrit pour sa part dans l'article [C 220] *Propriétés mécaniques des sols déterminées en place*. Nous nous limiterons ici à un bref exposé de la méthode de calcul utilisée.

Le tassement s d'une couche de sol chargée en surface par une fondation de diamètre ou de largeur B est défini comme la somme de deux termes :

$$s = s_d + s_c$$

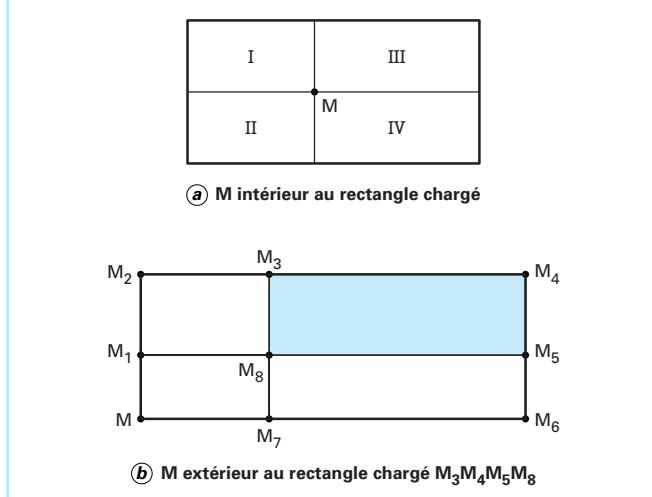


Figure 17 – Calcul du coefficient d'influence dans le cas d'un rectangle uniformément chargé

égaux à :

$$\begin{aligned} s_d &= \frac{2}{9E_M} q B_0 \left(\lambda_d \frac{B}{B_0} \right)^\alpha \\ s_c &= \frac{\alpha}{9E_M} q \lambda_c B \end{aligned}$$

avec E_M module pressiométrique,
 q pression appliquée à la surface du sol,
 B_0 distance de référence, égale à 60 cm,
 B diamètre ou largeur de la fondation,
 λ_c et λ_d coefficients de structure,
 α coefficient rhéologique.

Cette formule est dérivée de la théorie de l'élasticité, corrigée empiriquement par :

— un coefficient α , appelé coefficient rhéologique, lié à la granulométrie du sol et à son état ; ce coefficient est généralement inférieur à 1, sauf dans le cas des tourbes et argiles surconsolidées, pour lesquelles il vaut 1 ;

— des coefficients de forme λ_c et λ_d , qui dépendent de la forme de la fondation et de ses dimensions.

Le premier terme représente le **tassement dû aux déformations de cisaillement ou de distortion**. On l'appelle **tassement déviatoire** s_d .

Le second terme s_c provient de la **compression du terrain sous l'influence de la contrainte moyenne**. On le calcule au moyen du module de **compressibilité volumique** K_M , analogue au module œdémétrique et relié empiriquement au **module pressiométrique** E_M . Ce tassement est prépondérant dans le volume de sol situé juste au-dessous de la fondation, tandis que le tassement déviatoire s'étend à un volume beaucoup plus important dans le massif de fondation.

Si l'on introduit le **module de cisaillement** G_M et le **module de compressibilité** K_M dans la formule pressiométrique de calcul du tassement, on obtient :

$$s = \frac{1}{12G_M} q B_0 \left(\lambda_d \frac{B}{B_0} \right)^\alpha + \frac{\alpha}{9K_M} q \lambda_c B$$

Cette formule est utilisée dans le cas des **sols homogènes**. Pour les sols hétérogènes, on utilise des formules de calcul complexes qui tiennent compte de la répartition des valeurs du module pressiométrique et de la nature des sols sur l'épaisseur de la couche déformable. Les formules correspondantes sont données dans l'article [C 246] *Fondations superficielles*.

Il faut garder à l'esprit que la méthode pressiométrique est avant tout une méthode de calcul empirique des amplitudes des tassements et que la valeur de ses prévisions est très étroitement liée au respect du mode opératoire de l'essai et de la procédure de dimensionnement qui lui est associée, et qui a été étalonnée sur le comportement réel des sols sous les ouvrages.

3.4 Accélération du tassement

Si l'on ne peut agir que de façon limitée sur l'amplitude du tassement final des sols (action sur l'intensité de la contrainte, sur la surface chargée ou le niveau de fondation), on dispose par contre de plusieurs procédés permettant d'agir sur la vitesse de tassement, c'est-à-dire sur le délai nécessaire pour atteindre ce tassement final.

En dehors du précharge, on peut jouer sur (voir paragraphe 4) :

- les conditions de drainage, qui commandent la valeur du facteur temps de la théorie de la consolidation unidimensionnelle ;
- l'épaisseur de la couche de sol compressible (dragage ou déblai à la pelle) ;
- l'application d'une surcharge temporaire ;
- la combinaison de deux ou plusieurs de ces méthodes.

Les méthodes d'accélération du tassement sont traitées en détail dans l'article [C 255] *Amélioration des sols*.

3.5 Tassements admissibles

3.5.1 Généralités

Le tassement, composante verticale du déplacement de la surface d'un massif de sol sous l'effet des charges qui lui sont appliquées, est habituellement noté s .

Le **tassement total** s est souvent décomposé en plusieurs termes, liés chacun à un phénomène différent :

$$s = s_i + s_c + s_\alpha + s_{lat}$$

- avec s_i le tassement initial instantané, sans expulsion d'eau,
 s_c le tassement de consolidation (sans déformation latérale),
 s_α le tassement résultant de la compression secondaire (sans déformation latérale),
 s_{lat} le tassement lié au déplacement latéral du sol au cours du temps.

Cette décomposition a un caractère arbitraire, dans la mesure où elle sépare les effets des déplacements latéraux sur les composantes verticales de la déformation. Néanmoins, elle est régulièrement utilisée en pratique, parce qu'elle fait apparaître le terme s_c que l'on sait calculer et qui constitue la majeure partie du tassement, en général.

Différentes méthodes ont été proposées pour calculer les termes du tassement (voir par exemple les références [7] [9]). Nous nous limitons dans cet article au terme principal, le tassement de consolidation, qui inclut une partie du tassement secondaire. Dans certains sols très organiques, comme les tourbes, le terme de compression secondaire ne peut plus être négligé.

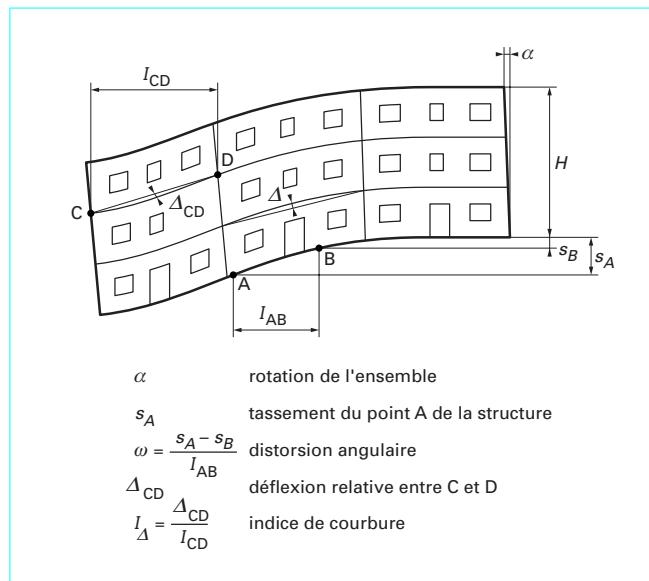


Figure 18 – Déformations caractéristiques des bâtiments soumis à des mouvements du sol

Quel que soit leur mode de calcul, les tassements des sols sous les ouvrages sont l'un des objets des vérifications des projets d'ouvrages géotechniques. Les valeurs calculées sont comparées à des seuils limites communément admis.

3.5.2 Tassement différentiel

3.5.2.1 Définition

Vis-à-vis des structures que porte le sol, l'amplitude absolue des tassements n'a en général qu'une importance secondaire : les efforts induits par les tassements dans les bâtiments et les structures des ouvrages de génie civil dépendent de la différence des tassements entre les points de la structure. Cette différence entre les tassements de deux points A et B est appelée **tassement différentiel** :

$$s_{AB} = s_A - s_B$$

D'autres paramètres caractéristiques des tassements différentiels des structures sont aussi utilisés pour déterminer les déformations admissibles en fonction du type des constructions et ouvrages : distortion angulaire ω , déflexion relative Δ , indice de courbure I_Δ (figure 18) [17].

3.5.2.2 Origine

Les tassements différentiels peuvent avoir plusieurs origines :

- **origine liée au chargement** :
 - inégalité de l'intensité des charges d'un appui à l'autre,
 - répartition non uniforme des charges sous un appui,
 - aires des surfaces chargées différentes d'un appui à l'autre ;
- **origine liée aux appuis** :
 - géométrie des appuis (dimensions, profondeur),
 - rigidité des appuis ;
- **origine liée au site** :
 - variations des caractéristiques géométriques des couches (épaisseur, notamment),
 - variations ou hétérogénéité des propriétés des sols.

La part des tassements différentiels qui n'est pas due à l'hétérogénéité des sols peut être calculée en utilisant les méthodes décrites aux paragraphes 3.2 et 3.3. L'influence de l'hétérogénéité des sols est, en général, estimée en pourcentage (par exemple 50 %) du tassement moyen calculé.

3.5.3 Valeurs admissibles

La **distorsion angulaire** ω , égale au tassement différentiel de deux points divisé par leur distance horizontale, est souvent utilisée pour décrire les tassements différentiels admissibles pour les structures d'ouvrages et de bâtiment.

À titre indicatif, on trouvera dans le tableau 2 quelques ordres de grandeur des distorsions angulaires admissibles.

Tableau 2 – Quelques ordres de grandeur des distorsions angulaires admissibles

Distorsion angulaire ω	Commentaires
Ouvrages d'art courants, à poutres continues, de 14 à 15 m de portée :	
$\omega = 1/350$ à $1/250$	Ouvrages en béton armé.
$\omega = 1/200$ à $1/150$	Ouvrages en béton précontraint.
$\omega = 1/200$	Ouvrages en métal.
Bâtiments	
$\omega > 1/750$	Le fonctionnement des mécanismes sensibles aux tassements est perturbé.
$\omega > 1/600$	Des désordres apparaissent dans les structures aux entretoises.
$\omega > 1/500$	Des fissures apparaissent.
$\omega > 1/300$	Les premières fissures dans les murs panneaux peuvent apparaître ; des difficultés sont possibles avec les ponts roulants.
$\omega > 1/250$	L'inclinaison des constructions hautes et rigides peut devenir visible.
$\omega > 1/150$	Des fissurations considérables peuvent apparaître dans les panneaux et les murs en briques : des dommages structuraux sont à craindre pour tous les bâtiments.

4. Consolidation

4.1 Phénomène de consolidation

On a défini, au paragraphe 2.2.1.4.1, la consolidation (ou consolidation primaire) d'un sol fin comme le phénomène conduisant à la dissipation des surpressions interstitielles et à la diminution du volume du sol au cours du temps sous les charges qui lui sont appliquées. L'application rapide d'une charge à la surface d'un massif ou d'une éprouvette de sol se traduit, à l'instant initial, par l'apparition de surpressions interstitielles (excès de pression par rapport à la distribution d'équilibre, généralement hydrostatique) dans la phase liquide du sol. S'il existe des possibilités de drainage aux limites du massif ou de l'éprouvette, il s'établit un écoulement transitoire régi :

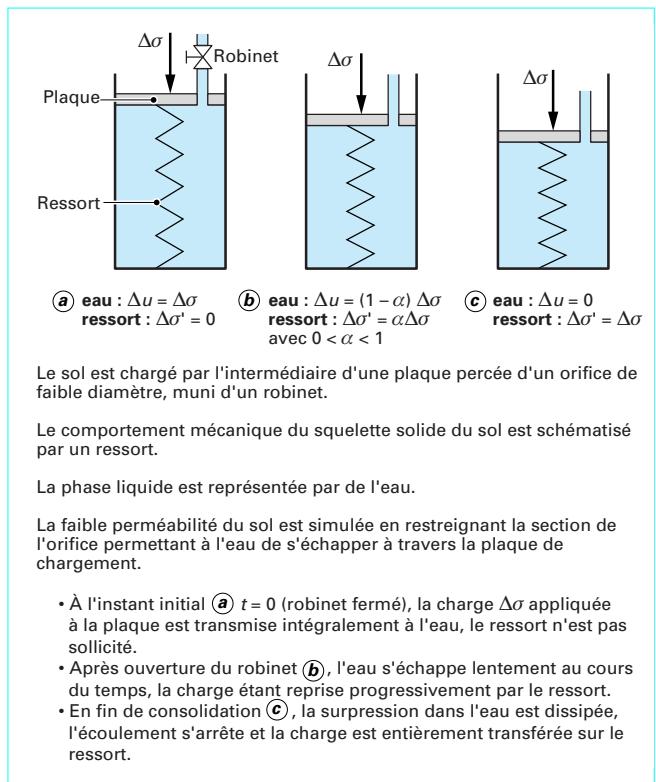


Figure 19 – Schéma de principe du phénomène de consolidation

— par l'équation générale de l'écoulement de l'eau dans les sols (cf. article [C 212] *L'eau dans le sol*) :

$$k \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = - \frac{\partial n}{\partial t}$$

avec n la porosité,
 k le coefficient de perméabilité,
 h la charge hydraulique ;

— par les conditions initiales et aux limites.

Au cours de cet écoulement, les surpressions interstitielles diminuent, les contraintes effectives augmentent et le volume du sol diminue, à une vitesse compatible avec la vitesse d'écoulement de l'eau hors du sol. Le phénomène est illustré par l'analogie représentée sur la figure 19. Son évolution est résumée dans le tableau 3.

4.2 Théorie de la consolidation unidimensionnelle

La théorie de la consolidation unidimensionnelle proposée par Terzaghi, au début du XX^e siècle, traite la consolidation d'une couche dans laquelle les déformations et les écoulements sont uniquement verticaux et où la charge est appliquée instantanément à l'instant initial. Elle correspond aux conditions de l'essai cédométrique, sous chaque palier de chargement, et au schéma des couches de sols compressibles horizontales sans déplacements horizontaux. Malgré des hypothèses simplifiant fortement certains aspects du comportement des sols, cette théorie reste la référence pour les calculs de consolidation, car elle contient les composantes principales du phénomène et représente correctement les phénomènes observés dans les sols saturés compressibles sous les ouvrages.

Tableau 3 – Évolution des contraintes au cours de la consolidation

Temps	Contrainte totale (charge appliquée)	Contrainte effective	Pression interstitielle	Tassement	État du phénomène de consolidation
0	$\Delta\sigma_v$	0	$\Delta\sigma_v$	0	Début ($\alpha = \beta = 0$)
t	$\Delta\sigma_v$	$\alpha\Delta\sigma_v$	$(1 - \alpha)\Delta\sigma_v$	$\beta\Delta H$	En cours ($0 < \alpha < 1$) ($0 < \beta < 1$)
t_{100}	$\Delta\sigma_v$	$\Delta\sigma_v$	0	ΔH	Fin ($\alpha = \beta = 1$)

4.2.1 Hypothèses

Les hypothèses de la théorie de la consolidation unidimensionnelle de Terzaghi sont les suivantes :

1. Le sol est homogène.
2. Le sol est saturé et le reste pendant toute la consolidation ; il est donc composé de deux phases seulement : le squelette et l'eau interstitielle.
3. L'eau et les particules solides sont incompressibles.
4. Les déformations du squelette sont uniquement verticales.
5. Il existe une relation linéaire entre la contrainte effective appliquée au squelette et ses variations de volume (qui sont proportionnelles aux déformations verticales) ; cette compressibilité peut être décrite par la relation :

$$de = -a_v d\sigma'_v$$

entre la variation de l'indice des vides et la variation $d\sigma'_v$ de la contrainte effective verticale.

6. L'écoulement de l'eau interstitielle est uniquement vertical.
7. La loi de Darcy (cf. [C 212] *L'eau dans le sol*) s'applique quelle que soit la valeur du gradient hydraulique.
8. Le coefficient de perméabilité k est constant dans la couche de sol et pendant toute la consolidation.
9. Les déformations du sol restent petites pendant la consolidation.

La plupart de ces hypothèses ne sont que des approximations assez grossières de la réalité :

- l'homogénéité des sols est toute relative : dans les dépôts de sols naturels, les propriétés physiques et mécaniques varient d'un point à l'autre ; elles dépendent, en particulier, de l'état des contraintes initiales, qui varie en fonction de la profondeur ;
- pour les sols très compressibles, les propriétés du sol varient au cours de la consolidation et ne sont pas indépendantes du temps ;
- pour la plupart des sols, l'indice des vides est une fonction linéaire du logarithme de la contrainte effective et non de la contrainte effective elle-même. La linéarité de la loi de compressibilité de l'hypothèse (5) n'est donc valable que pour des variations de contraintes d'amplitude limitée ;
- les sols naturels contiennent, en général, un certain pourcentage de gaz, même très faible, qui fait que la compressibilité du fluide (eau + gaz) qui remplit les pores du sol n'est pas tout à fait négligeable ;
- dans les dépôts de sols naturels, les déplacements horizontaux ne peuvent pas toujours être négligés et l'écoulement de l'eau a souvent une composante horizontale ;
- dans certains types de sols, les tourbes par exemple, on ne peut pas négliger la compressibilité secondaire qui accompagne la consolidation ;

— enfin, dans certains sols particuliers ou pour des valeurs très faibles du gradient hydraulique, la loi de Darcy peut ne pas être rigoureusement applicable.

4.2.2 Équation de la consolidation

Comme, par hypothèse, tous les phénomènes sont unidimensionnels (nous les supposerons verticaux), nous pouvons limiter l'analyse au comportement d'une colonne de sol de section unité, dont les plans horizontaux sont repérés par rapport à l'axe Oz (figure 20).

L'équation de la consolidation unidimensionnelle de Terzaghi s'obtient en combinant les équations de conservation de la masse de l'eau et de la masse des particules solides, la loi de Darcy et la loi de compressibilité du squelette, écrites sous forme unidimensionnelle.

Les équations citées s'écrivent, en coordonnées d'Euler puis en coordonnées de Lagrange :

— conservation de la masse d'eau :

$$\operatorname{div} \vec{n} v_w + \frac{\partial n}{\partial t} = 0$$

soit : $\frac{\partial n v_w}{\partial x} + \frac{\partial n}{\partial t} = 0$

— conservation de la masse des particules solides :

$$\operatorname{div} (1 - n) \vec{v}_s + \frac{\partial (1 - n)}{\partial t} = 0$$

soit : $\frac{\partial (1 - n) v_s}{\partial x} - \frac{\partial n}{\partial t} = 0$

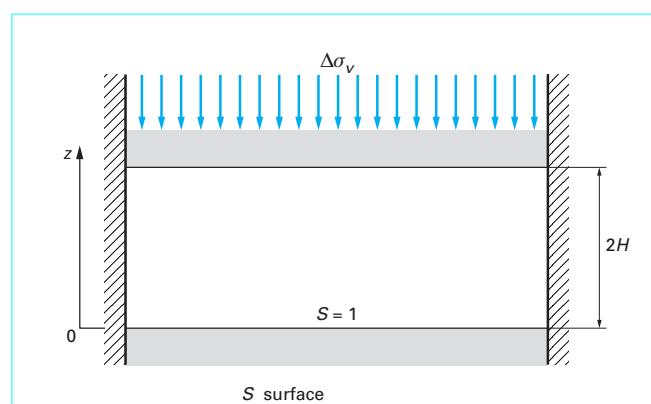


Figure 20 – Couche compressible saturée chargée en surface et drainée sur ses deux faces

— **loi de Darcy** (la vitesse moyenne réelle relative de l'eau par rapport au squelette est proportionnelle au gradient hydraulique) :

$$\vec{v}_w - \vec{v}_s = \frac{k}{n} \vec{i} = -\frac{k}{n} \vec{\text{grad}} h$$

avec $h = \frac{u}{\gamma_w} + x$ et $n = \frac{e}{1+e}$

soit : $\vec{v}_w - \vec{v}_s = -\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial x} (u + \gamma_w x)$

— **loi de compressibilité du squelette** :

$$de = -a_v d\sigma'_v$$

avec n porosité du sol,

e indice des vides,

\vec{v}_w vitesse moyenne réelle d'écoulement de l'eau (cf. article [C 212] *L'eau dans le sol*),

\vec{v}_s vitesse moyenne réelle de déplacement des particules du squelette solide,

k coefficient de perméabilité, constant dans tout le sol,

\vec{i} gradient hydraulique de l'écoulement de l'eau dans le sol,

h charge hydraulique,

u pression interstitielle,

γ_w poids volumique de l'eau interstitielle,

a_v coefficient de compressibilité du squelette,

σ'_v contrainte effective verticale,

σ_v contrainte totale verticale,

z ordonnée initiale du point (plan horizontal) considéré (coordonnées de Lagrange),

x ordonnée actuelle du point (plan horizontal) considéré (coordonnées d'Euler).

Ces équations permettent d'établir l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{k}{(1+e)\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial x} \right] = \frac{a_v}{(1+e)^2} \frac{\partial u}{\partial t}$$

qui s'écrit finalement, en coordonnées fixes z :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{(1+e_0)^2 k}{(1+e)\gamma_w} \frac{1}{a_v} \frac{\partial u}{\partial x} \right] = \frac{\partial u}{\partial t}$$

La démonstration détaillée de cette équation a été donnée dans [4] [15]. Si l'on se limite aux petites déformations (jusqu'à des déformations de l'ordre de 10 %), on peut admettre que l'indice des vides e reste voisin de l'indice des vides initial e_0 pour écrire l'équation précédente sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{(1+e_0)k}{\gamma_w a_v} \frac{\partial u}{\partial x} \right] = \frac{\partial u}{\partial t}$$

En introduisant le coefficient constant :

$$c_v = \frac{(1+e_0)k}{\gamma_w a_v}$$

on obtient l'équation proposée par Terzaghi pour décrire le phénomène de consolidation unidimensionnelle :

$$c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$$

Le coefficient constant c_v de cette équation différentielle aux dérivées partielles est appelé **coefficient de consolidation** (ou **coefficient de consolidation verticale**).

4.2.3 Solution de l'équation de la consolidation

L'équation de la consolidation unidimensionnelle et les conditions aux limites de l'écoulement permettent de déterminer la fonction $u(z,t)$ et, par suite, l'évolution au cours du temps des contraintes effectives à l'intérieur de la couche de sol.

Pour des conditions initiales et aux limites suffisamment régulières, la solution est donnée par un développement en série. La résolution s'effectue, après transformation de l'équation différentielle en une équation adimensionnelle, au moyen du changement de variables suivant :

— le temps t devient le **facteur temps** :

$$T_v = \frac{c_v t}{H^2}$$

— la coordonnée verticale z devient la **profondeur réduite** :

$$Z = z/H$$

avec H la **distance de drainage de la couche**, égale à l'épaisseur ou à la demi-épaisseur selon que la couche est limitée par une surface drainante et une surface imperméable ou par deux surfaces drainantes.

On obtient ainsi une équation différentielle de la forme :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} = \frac{\partial u}{\partial T_v}$$

qui ne dépend plus des valeurs de c_v ni H et peut être résolue une fois pour toutes.

Exemple de conditions initiales et aux limites : pour une couche compressible d'épaisseur $2H$, comprise entre deux couches drainantes, à laquelle on applique instantanément au temps $t = 0$ une charge $\Delta\sigma_v$, les conditions appliquées à la surpression interstitielle sont les suivantes :

— conditions aux limites (pour tout temps t)

• $z = 0$ (bas de la couche) :

$$\Delta u(0, t) = 0$$

• $z = 2H$ (surface de la couche) :

$$\Delta u(2H, t) = 0$$

— conditions initiales (pour $t = 0$)

$$\Delta u(z, 0) = \Delta\sigma_v$$

sauf pour $z = 0$ et $z = 2H$.

Si l'on voulait trouver directement la valeur de la pression interstitielle $u(z,t)$ et non celle de la surpression interstitielle $\Delta u(z,t)$, on devrait donner les conditions initiales et aux limites suivantes :

— conditions aux limites (pour tout temps t) :

• $z = 0$ (bas de la couche) :

$$u(0, t) = 2H\gamma_w$$

• $z = 2H$ (surface de la couche) :

$$u(2H, t) = 0$$

— conditions initiales (pour $t = 0$) :

$$u(z, 0) = \gamma_w(2H - z) + \Delta\sigma_v$$

sauf pour $z = 0$ et $z = 2H$.

4.2.4 Degré de consolidation

Le degré de consolidation est défini comme le rapport de l'augmentation moyenne de la contrainte effective dans la couche au temps t à sa valeur finale, égale à la valeur de la charge appliquée $\Delta\sigma_v$:

$$U_v = \frac{\overline{\Delta\sigma'_v(t)}}{\Delta\sigma_v} = \frac{\Delta\sigma_v - \overline{\Delta u(t)}}{\Delta\sigma_v} = 1 - \frac{\overline{\Delta u(t)}}{\Delta\sigma_v}$$

avec $\overline{\Delta u(t)}$ valeur moyenne de $\Delta u(z,t)$ dans la couche au temps t considéré.

Comme on a fait l'hypothèse d'une relation linéaire entre la variation de l'indice des vides et la variation de la contrainte effective verticale, U_v est aussi le rapport du tassement au temps t au tassement final (pour $t = \infty$) :

$$U_v = \frac{s(t)}{s_\infty}$$

Le degré de consolidation U_v est lié au facteur temps T_v par la relation :

$$U_v(T_v) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} \exp\left[-(2m+1)^2 \frac{\pi^2 T_v}{4}\right]$$

Cette relation peut être représentée de façon approchée par les deux fonctions suivantes :

— pour $U_v < 50\% :$ $U_v = 2\sqrt{\frac{T_v}{\pi}}$

— pour $U_v > 50\% :$ $U_v(T_v) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left[\frac{\pi^2 T_v}{4}\right]$

Les valeurs du degré de consolidation sont couramment représentées sous forme de courbes (figures 21 et 22) et sous forme d'un tableau de valeurs (tableau 4).

Tableau 4 – Degré de consolidation U_v en fonction du facteur temps T_v

T_v	U_v (%)
0	0
0,004	7,1
0,008	10,1
0,012	12,4
0,020	16,0
0,028	18,9
0,048	24,7
0,072	30,3
0,100	35,7
0,150	43,7
0,200	50,4
0,250	56,2
0,300	61,3
0,350	65,8
0,400	69,8
0,500	76,4
0,600	81,6
0,700	85,6
0,800	88,7
0,900	91,2
1,000	93,2
1,500	98,0

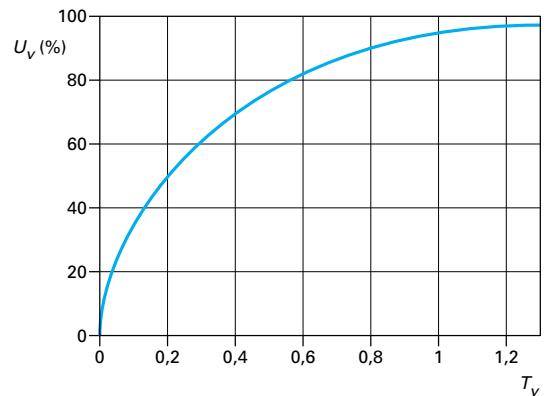


Figure 21 – Degré de consolidation U_v en fonction du facteur temps T_v

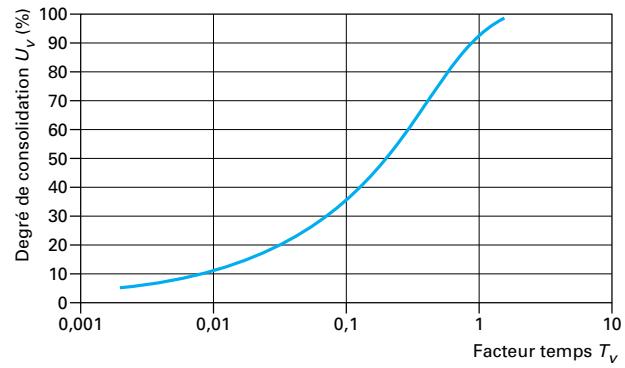


Figure 22 – Degré de consolidation U_v en fonction du logarithme du facteur temps T_v

4.2.5 Isochrones de surpression interstitielle

La résolution de l'équation différentielle de la consolidation unidimensionnelle de Terzaghi fournit la valeur de la **surpression interstitielle** $\Delta u(z,t)$ en chaque point du maillage et à tout instant, sous forme d'une série :

$$\Delta u(z, T_v) = \frac{4\Delta u_0}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2m+1} \sin\left(\frac{2m+1}{2}\pi z\right) \exp\left[-(2m+1)^2 \frac{\pi^2 T_v}{4}\right]$$

Les courbes isochrones de surpression interstitielle correspondant à cette expression sont représentées sur la figure 23. La figure montre les variations du rapport adimensionnel $\Delta u/\Delta u_0$ ($\Delta u_0 = \Delta\sigma_v$) en fonction du facteur temps T_v . Pour différentes raisons liées aux approximations faites lors de l'établissement de la théorie, les pressions interstitielles sont moins bien reproduites par la théorie que l'évolution du tassement.

4.2.6 Coefficient de consolidation

4.2.6.1 Généralités

Le coefficient de consolidation c_v n'est pas un paramètre auto-nome, dans la mesure où il dépend à la fois de l'indice des vides e ,

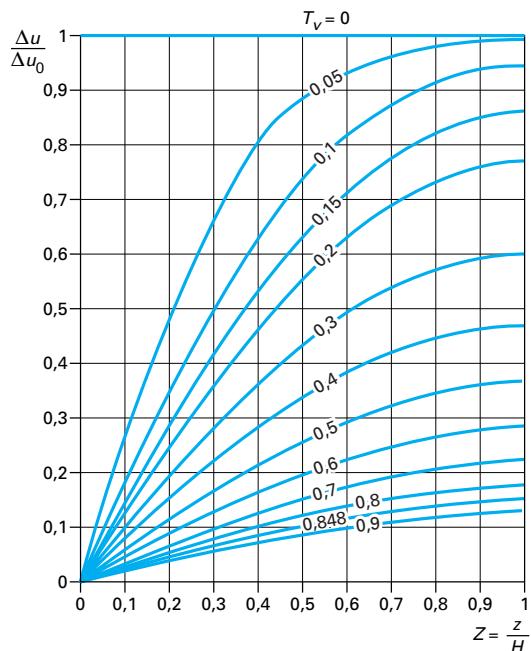


Figure 23 – Isochrones de surpressions interstitielles en fonction du facteur temps T_v (théorie de la consolidation unidimensionnelle de Terzaghi)

du coefficient de perméabilité k et du coefficient de compressibilité verticale a_v . Comme chacun de ces paramètres varie au cours de la consolidation, le coefficient de consolidation n'est pas constant non plus. Néanmoins, pour pouvoir utiliser la théorie de la consolidation unidimensionnelle de Terzaghi, on est conduit à adopter une valeur moyenne du coefficient c_v dans l'intervalle de contrainte effective correspondant à la charge appliquée.

4.2.6.2 Détermination du coefficient de consolidation

Pour déterminer la valeur du coefficient de consolidation dans les essais oédémétriques à chargement par paliers, on utilise les courbes de consolidation obtenues sous chacune des charges successivement appliquées à l'éprouvette (§ 2.2.1.4.1). Ces courbes sont analysées au moyen de la solution de la théorie de la consolidation unidimensionnelle de Terzaghi (courbes de tassement, § 4.2.4).

Différentes méthodes sont utilisées pour déterminer la valeur de c_v . Les plus courantes sont :

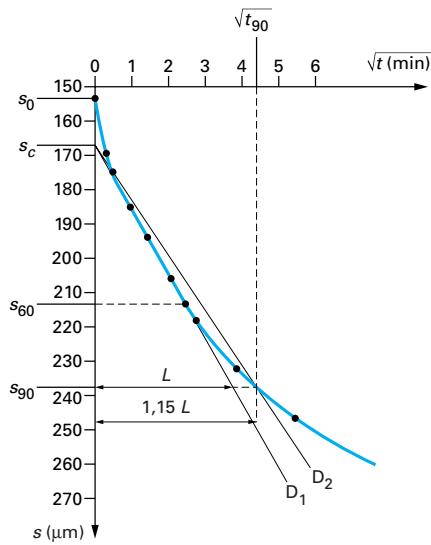
— la méthode de Casagrande, qui détermine le temps t_{50} correspondant à un degré de consolidation de 50 % sur la courbe de consolidation représentée en fonction du logarithme du temps ;

— la méthode de Taylor, qui détermine le temps t_{90} correspondant à un degré de consolidation de 90 % sur la courbe de consolidation représentée en fonction de la racine carrée du temps. Cette seconde méthode (figure 24) est celle que recommande le mode opératoire des Laboratoires des Ponts et Chaussées [6].

Selon le cas, on calcule le coefficient de consolidation au moyen de la formule donnée par :

— la méthode de Casagrande :

$$c_v = \frac{0,197 H^2}{t_{50}}$$



On trace successivement la droite D_1 , puis la droite D_2 passant par s_c et de pente 1,15 fois plus faible.

L'intersection de D_2 avec la courbe de tassement fournit $\sqrt{t_{90}}$.

Figure 24 – Courbe de tassement s en fonction de la racine carrée du temps, sous une charge constante : méthode de détermination du temps t_{90}

— ou la méthode de Taylor :

$$c_v = \frac{0,848 H^2}{t_{90}}$$

avec H la distance de drainage de l'éprouvette (épaisseur si l'éprouvette n'est drainée que d'un côté ; demi-épaisseur si l'éprouvette est drainée par ses faces supérieure et inférieure).

4.2.6.3 Valeurs du coefficient de consolidation

Les valeurs du coefficient de consolidation de la plupart des sols fins sont comprises entre 10^{-6} et $10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$. Le tableau 5 donne les valeurs du coefficient de consolidation c_v de quelques sols fins.

Tableau 5 – Valeurs du coefficient de consolidation c_v pour différents sols fins

Type de sol	Origine	$c_v (\text{m}^2/\text{s})$
Tourbe	Caen	10^{-7}
Argile vasarde très plastique	Palavas	10^{-8}
Argile molle très plastique	Lanester	$0,8 \times 10^{-8}$
Argile molle organique	Cubzac	10^{-7}
Argile peu plastique	Narbonne	10^{-7}
Limon argileux	Plaine de l'Aude	5×10^{-7}
Limon	Orly	5×10^{-6}

4.2.7 Coefficient de perméabilité

4.2.7.1 Généralités

Le coefficient de consolidation c_v déterminé pour un palier de chargement d'un essai cédométrique est lié à la perméabilité et la compressibilité du sol par la relation :

$$c_v = \frac{k_v E_{oed}}{\gamma_w}$$

avec k_v coefficient de perméabilité verticale du sol,

E_{oed} module cédométrique du sol,

γ_w poids volumique de l'eau.

Comme on mesure la déformation du sol sous la charge appliquée, on peut déterminer le module cédométrique correspondant au palier de chargement considéré et calculer :

$$k_v = \frac{c_v \gamma_w}{E_{oed}}$$

4.2.7.2 Détermination du coefficient de perméabilité

En pratique, on va raisonner sur la partie de la courbe de consolidation allant de l'instant du chargement t_0 au temps t_{100} où se termine la consolidation primaire (figure 25). Le module vaut :

$$E_{oed} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta h_{100} - \Delta h_0}$$

On effectue ensuite le calcul indiqué au paragraphe 4.2.7.1.

4.2.7.3 Valeurs du coefficient de perméabilité

Les valeurs de k_v déduites des paliers successifs d'un essai cédométrique sont en général différentes. Si l'on associe chaque valeur de k_v à la valeur moyenne de l'indice des vides pour le palier de chargement correspondant, on trouve en général que les points (e , $\lg k_v$) sont alignés pour les valeurs des charges supérieures à la pression de consolidation σ'_p (figure 26). Cette relation :

$$e = e_k - C_k \lg k_v$$

établie pour les valeurs élevées des contraintes effectives, peut être extrapolée vers la valeur initiale de l'indice des vides e_0 pour obtenir le coefficient de perméabilité initial du sol k_{v0} .

Les variations désordonnées des valeurs de k_v déterminées pour les premiers paliers du chargement sont dues à l'imprécision de la détermination de c_v sur les courbes expérimentales.

Les valeurs de k_{v0} déduites des essais cédométriques ont les ordres de grandeur indiqués dans l'article [C 212] *L'eau dans le sol* (de 10^{-8} à 10^{-11} m/s). Le paramètre C_k , taux de variation du coefficient de perméabilité, est souvent voisin de $e_0/2$ dans les argiles molles.

4.3 Calcul du tassement au cours du temps

4.3.1 Généralités

L'étude de la compressibilité des sols à l'œdomètre a permis de calculer l'amplitude finale de leur tassement. La théorie de la consolidation unidimensionnelle donne, pour les sols fins saturés, l'évolution du tassement au cours du temps. Elle suppose la connaissance :

- du coefficient de consolidation c_v ;
- de l'épaisseur de la couche (H ou $2H$ suivant les conditions de drainage) ;
- du tassement final s_∞ .

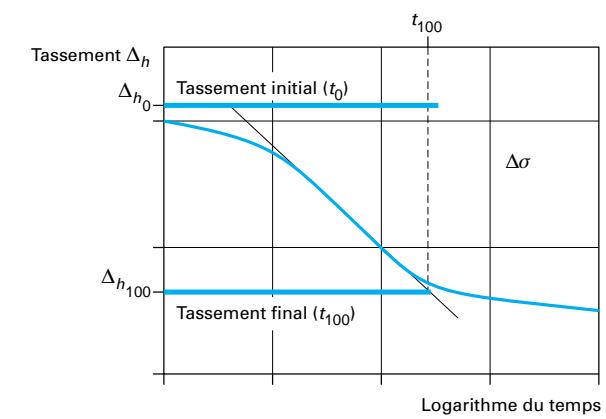


Figure 25 – Détermination du module cédométrique pour le calcul du coefficient de perméabilité

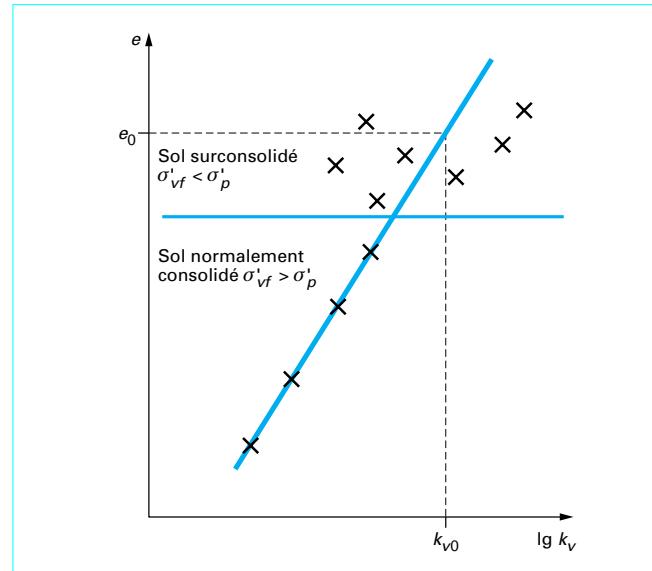


Figure 26 – Relation de l'indice des vides et du coefficient de perméabilité (sols fins saturés)

4.3.2 Calcul du tassement à un temps donné

Connaissant le temps t , la distance de drainage H et le coefficient de consolidation c_v , on calcule le facteur temps T_v .

On détermine ensuite la valeur de U_v correspondant à T_v sur la courbe $U_v = f(T_v)$ de la figure 21.

Connaissant $U_v(t)$, on peut ensuite calculer le tassement au temps t cherché :

$$s(t) = U_v(t) s_\infty$$

4.3.3 Calcul du temps nécessaire pour atteindre un tassement donné

Dans ce cas, on détermine d'abord le degré de consolidation U_v , auquel correspond le tassement fixé.

Puis, connaissant U_V , on utilise la courbe $U_V = f(T_V)$ pour déterminer la valeur du facteur temps T_V .

Connaissant T_V , c_V et H , on détermine la valeur du temps cherché.

4.4 Autres théories de la consolidation

De nombreuses études ont été consacrées à la consolidation des sols fins, en modifiant tout ou partie des hypothèses (§ 4.2.1) de la théorie de la consolidation unidimensionnelle de Terzaghi.

On citera, à titre d'exemple :

- consolidation bi- ou tridimensionnelle ;
- répartition non uniforme des surpressions interstitielles initiales en fonction de la profondeur ;
- variation en fonction du temps des propriétés des sols ;
- perméabilité anisotrope du sol ;
- combinaison des phénomènes de consolidation et de compression secondaire ;
- autre loi de comportement mécanique du sol ;
- sol constitué d'une succession de couches de caractéristiques différentes ;
- chargement progressif et non instantané ;
- calcul en grandes déformations.

Le développement des méthodes d'analyse numérique, en différences finies ou en éléments finis, a permis de lever la plupart des hypothèses restrictives de la théorie initiale de Terzaghi et de modéliser de façon plus précise le comportement au cours du temps des sols fins [10] [7].

Nous nous limiterons ici à la présentation de quelques abaques d'utilisation courante pour les études de déformation des sols fins au cours du temps.

4.4.1 Consolidation bidimensionnelle plane

Les abaques de la figure 27 permettent de calculer le degré de consolidation moyen dans une couche homogène d'épaisseur finie,

caractérisée par un coefficient de consolidation isotrope c_V , sous une bande uniformément chargée. On détermine la valeur du facteur temps T correspondant au temps t et aux valeurs de c_V et H , puis on lit la valeur de U sur la courbe correspondant à la géométrie du problème.

Les abaques peuvent être utilisés en cas d'anisotropie (coefficient de perméabilité verticale k_V différent du coefficient de perméabilité horizontale k_H) en se ramenant au cas isotrope par une transformation de la largeur de la fondation :

$$B_{\text{isotrope équivalent}} = B_{\text{réel}} \frac{k_H}{k_V}$$

4.4.2 Consolidation radiale

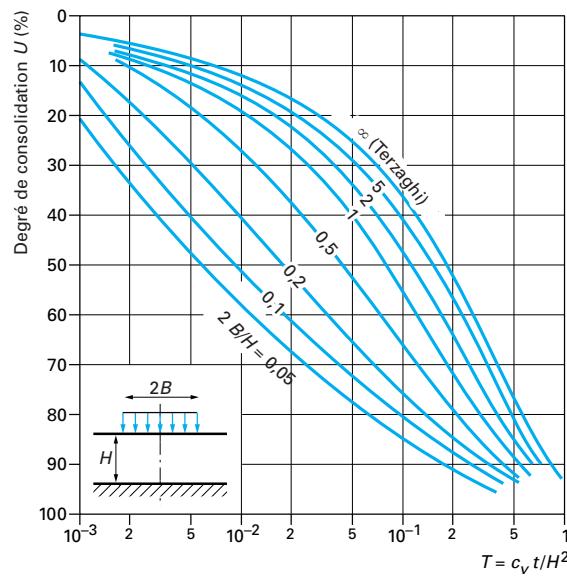
Le calcul de la consolidation du sol autour des drains verticaux a provoqué le développement d'une théorie de la consolidation tridimensionnelle radiale et verticale inspirée de la théorie de la consolidation unidimensionnelle de Terzaghi. On admet que le sol se déforme uniquement verticalement et que sa déformation est proportionnelle à la contrainte effective, que le sol est saturé, que la loi de Darcy est valable, que l'eau interstitielle et les particules solides sont incompressibles et que les déformations restent petites. La seule différence est que l'eau peut s'écouler horizontalement vers les drains, et verticalement vers les extrémités drainantes de la couche compressible.

Dans ces conditions, on montre [8] que le degré de consolidation U est donné par la formule :

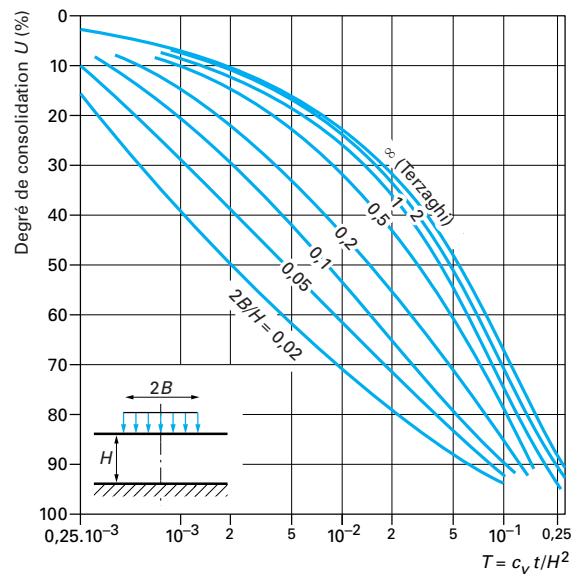
$$1 - U = (1 - U_V)(1 - U_r)$$

avec U_V degré de consolidation verticale, défini au paragraphe 4.2.4, et lu sur l'abaque de la figure 21 (ou figure 22 ou tableau 3),

U_r degré de consolidation radiale, défini de façon analogue pour un écoulement uniquement radial et donné par les abaques de la figure 28.



(a) drainage simple



(b) drainage double

Figure 27 – Aboques de consolidation bidimensionnelle plane (abaque de Mécasol)

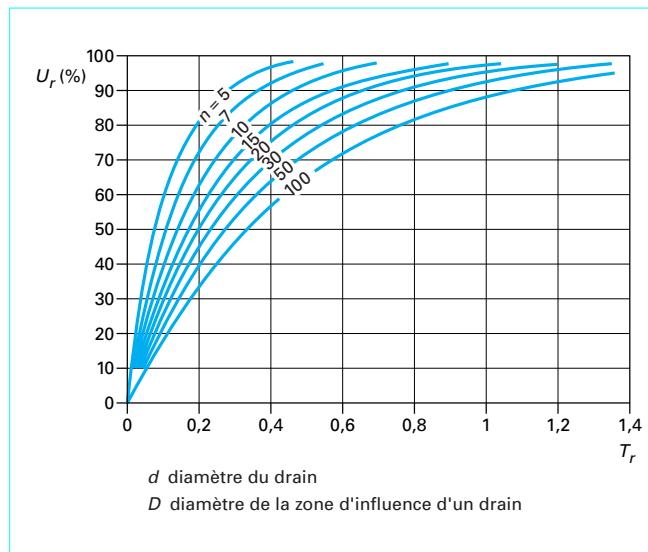


Figure 28 – Degré de consolidation radiale U_r en fonction du facteur temps T_r et du rapport $n = D/d$ (abaque de Barron)

Le degré de consolidation radiale $U_r = f(T_r, n)$ dépend :

— du facteur temps : $T_r = \frac{c_r t}{D^2}$

avec $c_r = c_v \frac{k_h}{k_v}$ coefficient de consolidation radiale,

c_v coefficient de consolidation verticale,

k_h coefficient de perméabilité horizontale,

k_v coefficient de perméabilité verticale ;

— du rapport : $n = D/d$

avec d diamètre du drain,

D diamètre de la zone d'influence du drain, égal respectivement à 1,13 ou 1,05 fois la distance des axes des drains selon que les drains sont disposés en carré ou en triangle équilatéral.

La solution de la théorie de la consolidation radiale (de Barron) peut s'écrire aussi sous la forme suivante :

$$D^2 F(n) = - \frac{8c_r t}{\ln(1 - U_r)}$$

qui peut être mise sous forme d'abaques de détermination des valeurs de D et n qui fournissent un degré de consolidation radiale U_r donné, au bout d'un temps t , dans un sol de coefficient de consolidation radiale c_r donné (figure 29). Cet abaque évite les calculs itératifs nécessaires avec l'abaque classique de Barron (figure 28).

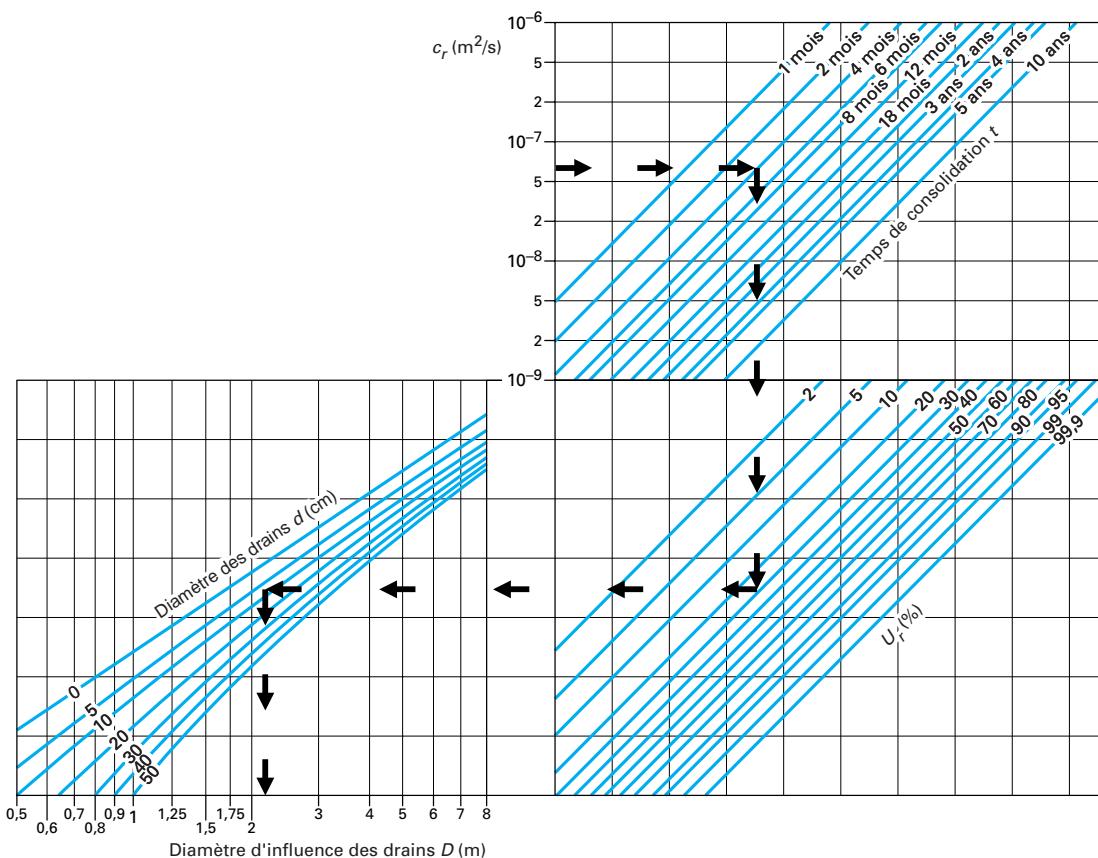


Figure 29 – Abaque à lecture directe de la solution de la théorie de la consolidation radiale de Barron [1]

5. Pratique des études de tassements

5.1 Généralités

La maîtrise des méthodes d'essai et des méthodes de calcul, même les plus modernes et complexes, est importante pour la réussite des études de tassements dans les projets d'ouvrages géotechniques. Toutefois, elle doit être complétée par quelques connaissances « de bon sens » sur les événements possibles ou impossibles, sur les ordres de grandeur et sur les relations des calculs de tassements et de stabilité. Ce paragraphe est consacré à ces connaissances issues de l'expérience ou du raisonnement de l'ingénieur.

5.2 Domaines d'emploi des méthodes de calcul

On peut classer les méthodes de calcul des déformations des sols en deux grands ensembles : les méthodes linéaires et les méthodes non linéaires. Les premières utilisent des modules constants, les autres des lois de comportement non linéaires, dont la première est la loi de compressibilité semi-logarithmique des essais cédométriques sur sols argileux saturés.

L'utilisation très courante de schémas de calcul linéaires peut paraître étonnante si l'on pense au caractère non linéaire affirmé de toutes les lois de comportement modernes, où des formes complexes de plasticité sont combinées à un comportement élastique de base. Le domaine de validité des schémas de calcul linéaires a son origine dans une particularité des charges appliquées aux sols par les ouvrages : ces charges sont limitées par des coefficients de sécurité globaux ou partiels à des valeurs compatibles en moyenne avec la sensibilité des ouvrages aux déformations. Pour les fondations superficielles, les charges de service sont limitées environ au tiers des charges de rupture. Pour les remblais, elles peuvent atteindre la moitié de ces charges de rupture. On peut montrer, en s'appuyant sur les corrélations classiques entre la résistance et la déformabilité des sols argileux, que les deux tiers (coefficients de sécurité de 1,5) de la charge de rupture d'un massif d'argile molle correspondent à une charge un peu supérieure à la pression de préconsolidation. Les tassements des sols sous les remblais doivent donc en général être calculés avec des lois de compressibilité cédométriques. Pour les fondations superficielles, par contre, le tiers de la charge de rupture correspond, toujours dans le cas des argiles saturées, à une charge finale inférieure à la pression de préconsolidation et donc à des déformations faibles et linéarisables. La figure 30 illustre cette particularité des charges appliquées aux sols et de leurs conséquences sur le choix de la méthode de calcul.

Pour les calculs de tassements ou plus généralement de déformations des sols sous les charges de service, on peut donc souvent se contenter de méthodes de calcul linéaires ou faiblement non linéaires.

Notons que les lois non linéaires ne sont pas pour autant inutiles : lors des phases de précharge des sols argileux compressibles, par exemple, on peut dépasser nettement la pression de préconsolidation initiale du sol et utiliser largement la courbe de compressibilité cédométrique.

5.3 Choix des valeurs des paramètres de calcul

Les valeurs attribuées aux paramètres de calcul doivent représenter le comportement réel moyen des sols du site étudié. Cela sup-

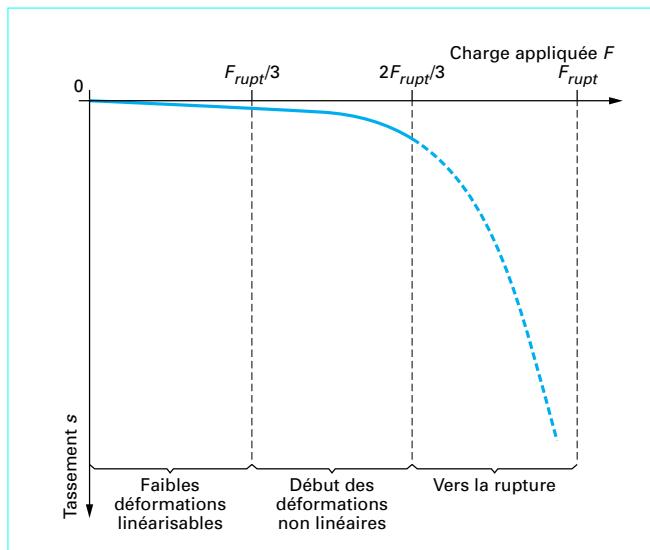


Figure 30 – Relation du niveau de chargement avec les déformations des sols

pose que les essais soient correctement faits, sur des échantillons représentatifs (ou à un emplacement représentatif pour les essais en place), que les paramètres retenus correspondent aux domaines de variations des contraintes effectives...

Les erreurs ou imperfections les plus fréquentes conduisent toutes à exagérer la déformabilité des sols dans les calculs : le remaniement des éprouvettes, le choix d'échantillons taillables dans la carotte extraite (même si les couches argileuses, qui sont à la fois les plus faciles à tailler et les plus déformables, sont minoritaires dans la carotte), la saturation des éprouvettes au début des essais cédométriques, qui augmente parfois sensiblement la compressibilité du sol testé... La situation la plus fréquente est donc que les calculs surestiment les déformations réelles du sol sous les charges de projet. Dans tous les cas où l'amplitude des tassements est décisive pour le projet, par exemple parce qu'elle oblige à changer la technique de construction, la vérification des données du calcul, notamment en croisant des résultats d'essais de nature différente, est indispensable.

La définition des conditions de drainage aux frontières des couches d'argiles molles, qui sont les principaux types de sols sur lesquels on effectue des calculs de consolidation, est très importante. La surface du terrain naturel ou la base des remblais (ou l'on place habituellement des couches de matériaux drainants) sont normalement des surfaces drainantes. Pour les couches profondes, on se fie habituellement à la nature des matériaux et aux mesures piézométriques réalisées lors des reconnaissances géotechniques.

Pour les calculs de tassements cédométriques, l'état initial des contraintes effectives joue un grand rôle. Il est donc important de déterminer, lors des reconnaissances géotechniques, l'existence d'éventuels écoulements verticaux permanents, vers le haut (nappe artésienne) ou vers le bas (en cas de pompes, par exemple).

En règle générale, les imprécisions dans l'estimation d'un paramètre bien identifié ont des conséquences mineures. Les erreurs principales proviennent plutôt d'aspects du projet que l'on a oublié d'étudier. Une grande attention est donc nécessaire lors de la préparation des calculs et du choix des hypothèses, pour ne pas oublier un aspect essentiel du problème.