

# Corrélations entre les propriétés des sols

par Jean-Pierre MAGNAN

Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées, Docteur ès Sciences  
Directeur technique au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées  
Professeur-adjoint à l'École Nationale des Ponts et Chaussées

<b>1. Relations et corrélations dans les sols : généralités .....</b>	C 219 - 2
1.1 Origine des relations et corrélations dans les sols .....	— 2
1.2 Domaines d'utilisation des corrélations .....	— 2
<b>2. Principales techniques d'étude des corrélations.....</b>	— 2
2.1 Définitions et caractéristiques des variables aléatoires .....	— 2
2.2 Relations entre variables aléatoires. Régression linéaire .....	— 3
2.3 Analyse factorielle .....	— 4
2.4 Variabilité spatiale .....	— 4
<b>3. Exemples de corrélations .....</b>	— 5
3.1 Relation entre la compressibilité et la teneur en eau des tourbes .....	— 5
3.2 Relation entre la perméabilité et l'indice des vides des argiles.....	— 5
3.3 Relation entre la limite de liquidité et l'indice de compression des vases .....	— 5
3.4 Relation entre la pression limite pressiométrique et la résistance de cône au pénétromètre statique .....	— 5
3.5 Relation entre les résistances de cône statique et dynamique.....	— 8
<b>4. Domaines de validité des corrélations .....</b>	— 9
<b>Références bibliographiques .....</b>	— 10

**L**es paramètres utilisés pour décrire les propriétés physiques et mécaniques des sols sont de nature très variée :

- paramètres d'**identification** et d'**état** (porosité, indice des vides, densité, densité relative, limites d'Atterberg, etc.) ;
- paramètres de **déformabilité** (indices de compression et de gonflement, module cédométrique, module pressiométrique, etc.) ;
- paramètres de **résistance** (cohésion et angle de frottement interne, pression limite pressiométrique, résistance de cône statique ou dynamique, etc.) ;
- paramètres de **perméabilité**.

Il est très rare que, sur un même site, tous ces paramètres soient mesurés en un nombre de points suffisant pour que l'on puisse juger bien connu l'ensemble du massif de sol. Habituellement, la reconnaissance géotechnique est limitée au strict minimum, et l'on dispose des valeurs de certains paramètres en certains points et d'autres paramètres en d'autres points. L'ingénieur géotechnicien doit tirer le meilleur parti possible de ces informations éparses et établir une coupe géotechnique représentative du site étudié.

C'est dans ce cadre général que l'utilisation de corrélations entre les propriétés physiques et mécaniques des sols peut contribuer efficacement au travail de synthèse du géotechnicien.

# 1. Relations et corrélations dans les sols : généralités

## 1.1 Origine des relations et corrélations dans les sols

S'il est difficile, voire impossible, de donner une justification théorique quantitative de l'existence de relations entre les propriétés d'un massif de sol naturel, il est facile d'admettre que les différents paramètres d'un sol donné doivent avoir des relations : la déformabilité comme la résistance au cisaillement ou la perméabilité dépendent à l'évidence de la forme et de la nature des particules, de la densité de leur empilement, de la quantité d'eau présente dans les pores... De plus, à l'intérieur d'une même catégorie de paramètres, par exemple les paramètres de résistance, il existe à l'évidence des relations entre les paramètres mesurés dans les différents types d'essais en place ou en laboratoire, même si l'on ne peut pas les exprimer de façon explicite. Et si les paramètres de résistance dépendent des mêmes propriétés physiques que les paramètres de déformabilité, il doit également exister des relations entre ces deux catégories de paramètres... Cette réflexion purement qualitative est confirmée par l'expérience : il existe effectivement, dans chaque dépôt de sols, des relations entre les paramètres géotechniques, ainsi que des relations plus générales, valables pour un type de sol, ou même pour plusieurs types de sols.

Si l'on poursuit l'analyse des relations qui peuvent exister entre les propriétés géotechniques d'un sol, on est conduit à distinguer trois types de relations :

— les **relations mathématiques exactes**, qui existent par exemple entre les paramètres décrivant l'état du sol. On peut illustrer ce type de relations par toutes les formules mathématiques reliant

- l'indice des vides  $e$  et la porosité  $n$  :

$$e = n/(1 - n)$$

- la teneur en eau  $w$ , le poids volumique du sol  $\gamma$  et le poids volumique du sol sec  $\gamma_d$  :

$$\gamma = \gamma_d (1 + w)$$

- la teneur en eau  $w$ , l'indice des vides  $e$ , le degré de saturation  $S_r$  et les poids volumiques de l'eau  $\gamma_w$  et des grains  $\gamma_s$  :

$$w = e \gamma_w S_r / \gamma_s$$

- les poids volumiques  $\gamma$ ,  $\gamma_d$ ,  $\gamma_s$  et  $\gamma_w$  d'un sol saturé :

$$\gamma = (\gamma_s \gamma_w + \gamma_s \gamma_d - \gamma_d \gamma_w) / \gamma_s$$

- etc. ;

— les **lois d'évolution en fonction de la profondeur**, dues à l'effet de la pesanteur et dont l'origine est liée à l'augmentation des contraintes quand on s'enfonce dans le sol. Par exemple, dans les dépôts homogènes de sols fins dont l'état s'est stabilisé, les contraintes effectives, pressions de préconsolidation, modules et résistances augmentent avec la profondeur ;

— les **relations empiriques (ou corrélations)** entre propriétés d'un même volume élémentaire de sol, par exemple la porosité et le coefficient de perméabilité, l'indice de densité d'un sable et son angle de frottement interne, la pression de préconsolidation et la cohésion non drainée d'une argile, etc. Ces relations, qu'il n'est possible de caractériser que de façon statistique, s'expliquent par la raison déjà citée que toutes les propriétés d'un même empilement de particules évoluent de façon coordonnée et traduisent l'existence d'une loi de comportement générale pour chaque grande classe de sol.

## 1.2 Domaines d'utilisation des corrélations

Dans la pratique de la mécanique des sols, les corrélations entre paramètres sont utilisées comme moyen de contrôle des résultats des essais en place et en laboratoire, et comme moyen de fabrication de valeurs complémentaires de certains paramètres en fonction des autres.

Par exemple, sur un site donné, on peut analyser la relation entre deux paramètres mesurés sur une même carotte de sol (indice des vides  $e$  et indice de compression  $C_c$ , etc.) ou mesurés en place dans le même essai (module pressiométrique  $E_M$  et pression limite pressiométrique  $p_\ell$ , etc.) et détecter les variations de la nature ou de l'histoire des sols d'après les modifications de leurs relations. Dans un tel cas, les corrélations servent d'outil de contrôle de l'homogénéité des sols (ou de la qualité des essais, si l'on sait de façon certaine que le sol est le même que celui qui a servi à établir la corrélation).

On utilise aussi les corrélations pour estimer certaines propriétés des sols (souvent, des propriétés mécaniques) en fonction des caractéristiques qui ont été mesurées (souvent, des propriétés physiques, comme la densité ou la teneur en eau). On peut ainsi, lors des études préliminaires et dans certaines situations de projets, disposer de valeurs des paramètres nécessaires au dimensionnement des ouvrages sans les avoir déterminées par des essais.

Les conditions d'utilisation de corrélations dans les études géotechniques dépendent de la fiabilité des corrélations utilisées. Certains paramètres sont liés, à l'intérieur d'une couche de sol d'un site déterminé, par des relations proches d'une relation mathématique exacte. Par contre, si l'on analyse simultanément des données provenant de deux sites, pour des sols de même nature, on trouve en général que les valeurs des paramètres sont plus dispersées, et cette dispersion augmente quand le nombre de sites s'accroît et quand on regroupe des données relatives à différents types de sols. Les erreurs expérimentales, lors de la détermination des paramètres qui servent à établir les corrélations, exercent également une influence défavorable sur la qualité des corrélations obtenues. Il est, pour cette raison, indispensable de connaître l'origine des corrélations que l'on envisage d'utiliser dans le cadre d'une étude géotechnique, et d'être conscient de la variabilité possible des paramètres autour de leur relation moyenne affichée, notamment quand les corrélations ont été établies entre des fonctions logarithmiques des paramètres.

# 2. Principales techniques d'étude des corrélations

L'étude des relations existant entre les propriétés des sols s'effectue au moyen des outils classiques de la statistique pour l'analyse des données. Les méthodes classiques de l'analyse statistique ont été exposées dans de nombreux ouvrages [2] [5] [6] [7], auxquels le lecteur pourra se reporter pour une description détaillée de ces méthodes. Dans le présent paragraphe, seront rappelés seulement les définitions essentielles et les principes des méthodes couramment utilisées pour les études de corrélations en mécanique des sols.

## 2.1 Définitions et caractéristiques des variables aléatoires

**Nota :** on se reporterà aux articles *Probabilités* [A 165] et *Statistiques* [A 166] du traité Sciences fondamentales.

Pour l'application des techniques de l'analyse statistique, chaque paramètre géotechnique du sol doit être considéré comme une variable aléatoire, c'est-à-dire comme une grandeur non déterminée

*a priori*, dont on sait qu'elle peut prendre telle ou telle valeur dans un ensemble de valeurs possibles, avec une certaine probabilité. Cette assimilation des propriétés du sol à des variables aléatoires n'implique pas qu'en un point donné les propriétés du sol ne soient pas parfaitement déterminées. Elle représente seulement l'ignorance de l'ingénieur vis-à-vis des valeurs exactes de chaque propriété en chaque point.

Toute variable aléatoire  $X$  peut être caractérisée par une densité de probabilité  $g(x)$ , qui représente la probabilité de chaque valeur possible  $x$  de la variable, ou, de façon parfaitement équivalente, par une fonction de répartition  $G(x)$ , variant de 0 à 1 et égale à la probabilité que  $X$  soit inférieur à  $x$ .

Connaissant la fonction  $g(x)$  ou  $G(x)$ , on peut calculer les moments de la variable aléatoire, qui sont, d'une part, les moments d'ordre  $r$  :

$$m_r = \int_{-\infty}^{+\infty} x^r g(x) dx$$

et, d'autre part, les moments centrés d'ordre  $r$  :

$$\mu_r = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m)^r g(x) dx$$

Le moment d'ordre 1 est appelé **espérance mathématique**, ou **moyenne**, et noté  $E[X]$  ou  $m$ . Le moment centré d'ordre 1 est nul. Le moment centré d'ordre 2 est appelé **variance** et noté  $\text{Var}[X]$  ou  $\sigma^2$ . Sa racine carrée positive est appelée **écart type** et notée  $\sigma$ . Le rapport de l'écart type à la moyenne est appelé **coefficient de variation** et noté  $CV[X]$  ou  $C_x$ .

Les notions précédentes sont définies pour des fonctions mathématiques appelées variables aléatoires. Dans la pratique, quand on analyse un ensemble de données, on ne connaît généralement pas les lois de probabilité des propriétés étudiées. On raisonne alors sur des valeurs estimées des paramètres statistiques (estimées d'après l'ensemble des données dont on dispose). Différents ensembles de données (différents « échantillons », dans le vocabulaire des statistiques) conduisent à des estimations différentes de ces paramètres, si bien que ces paramètres estimés peuvent eux-mêmes être traités comme des variables aléatoires...

## 2.2 Relations entre variables aléatoires. Régression linéaire

Pour analyser simultanément les valeurs de plusieurs propriétés d'un même sol, on fait en général l'hypothèse que les relations cherchées sont linéaires. Cette hypothèse n'exclut pas l'existence de relations de type non linéaire entre les propriétés du sol : les variables aléatoires liées par des relations linéaires peuvent être des fonctions non linéaires des propriétés du sol (logarithmes, fonctions puissances, exponentielles, etc.), ce qui donne une grande souplesse à ce type d'analyse linéaire.

Pour décrire la simultanéité des variations de deux variables aléatoires  $X$  et  $Y$ , on utilise une fonction voisine de la variance, appelée **covariance**, notée  $\text{Cov}[X, Y]$  ou  $\sigma_{XY}$  et définie comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Cov}[X, Y] &= \sigma_{XY} = E\{(X - E[X])(Y - E[Y])\} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x)(y - m_y) g(x, y) dx dy \end{aligned}$$

où  $g(x, y)$  est la densité de probabilité de  $(X, Y)$ . La variance de  $X$  est égale à  $\text{Cov}[X, X]$ .

Le coefficient de corrélation linéaire  $\rho_{XY}$  représente sous forme adimensionnelle cette même variabilité :

$$\rho_{XY} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y}$$

en notant  $\sigma_X$  et  $\sigma_Y$ , respectivement, les écarts types de  $X$  et  $Y$ .

Dans le cas de deux variables aléatoires  $X$  et  $Y$ , la procédure de recherche de la meilleure relation linéaire entre ces variables commence par le choix de la **variable explicative**, qui sera notée  $X$ , et de la **variable expliquée**, qui sera notée  $Y$  :

$$Y = aX + b$$

Ce choix préliminaire inévitable introduit une dissymétrie entre  $X$  et  $Y$  et l'on n'obtient pas le même résultat en écrivant  $Y = aX + b$  et  $X = cY + d$ , bien que le coefficient de corrélation soit le même dans les deux cas. Cette différence vient de la procédure utilisée pour estimer les valeurs des coefficients  $a$  et  $b$  (respectivement  $c$  et  $d$ ).

Si l'on dispose d'un ensemble (échantillon) de  $n$  couples de valeurs  $(x_i, y_i)_{i=1, n}$  de  $X$  et  $Y$  pour déterminer la relation entre ces deux variables, on recherche ensuite les **valeurs estimées** de  $a$  et  $b$ , notées ici  $\underline{a}$  et  $\underline{b}$ , qui minimisent l'écart quadratique moyen entre les  $y_i$  et les expressions calculées ( $\underline{a}x_i + \underline{b}$ ) [méthode des moindres carrés], c'est-à-dire :

$$\delta^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (\underline{a}x_i + \underline{b})]^2$$

Tous calculs faits, on obtient :

$$\underline{a} = m_y - \underline{b}m_x$$

$$\underline{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - nm_x m_y}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - nm_x^2} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_x^2}$$

Ces expressions peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$[\alpha] = \begin{bmatrix} \underline{a} \\ \underline{b} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Sigma x_i^2 - nm_x^2} \begin{bmatrix} 1 & m_x \\ m_x & (\Sigma x_i^2)/n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma x_i y_i \\ nm_y \end{bmatrix} = ({}^t[X][X])^{-1} {}^t[X][Y]$$

$$\text{avec } [Y] = \begin{bmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix} \quad [X] = \begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ \dots & \dots \\ x_n & 1 \end{bmatrix} \quad {}^t[X] = \begin{bmatrix} x_1 & \dots & x_n \\ 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{d'où } {}^t[X][X] = \begin{bmatrix} \Sigma x_i^2 & \Sigma x_i \\ \Sigma x_i & n \end{bmatrix}$$

$$({}^t[X][X])^{-1} = \frac{1}{n[\Sigma x_i^2 - n(\Sigma x_i/n)^2]} \begin{bmatrix} n & \Sigma x_i \\ \Sigma x_i & \Sigma x_i^2 \end{bmatrix}$$

qui se généralise facilement au cas de  $(k+1)$  variables  $(Y, X_1, \dots, X_n)$ , parmi lesquelles l'une sera la variable expliquée  $Y$  et les  $k$  autres les variables explicatives  $X_j$ :

$$Y = a_0 + \sum_{j=1}^k a_j X_j$$

En posant :

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_i \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix} \quad [X] = \begin{bmatrix} x_{11} \dots x_{j1} \dots x_{k1} \dots 1 \\ \dots \\ x_{1i} \dots x_{ji} \dots x_{ki} \dots 1 \\ \dots \\ x_{1n} \dots x_{jn} \dots x_{kn} \dots 1 \end{bmatrix} \quad [\alpha] = \begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_j \\ \dots \\ a_k \\ \dots \\ a_0 \end{bmatrix}$$

on obtient, toujours par la méthode des moindres carrés, la même équation matricielle que précédemment :

$$[\alpha] = ({}^t[X][X])^{-1} {}^t[X][Y]$$

avec  ${}^t[X]$  = matrice transposée de  $[X]$ .

Le coefficient de corrélation multiple, qui a pour expression :

$$\rho = \sqrt{{}^t[V_{XY}][V_{XX}]^{-1}[V_{XY}]} / \sigma_Y$$

avec :

$$[V_{XX}] = [\text{Cov}(X_i, X_j)] = {}^t[X_i - E(X_i)][X_j - E(X_j)]/n$$

$$[V_{XY}] = [\text{Cov}(X_j, Y)] = {}^t[X_j - E(X_j)][Y - E(Y)]/n$$

$\sigma_Y$  = écart type de  $Y$

traduit l'écart relatif moyen entre les  $y_i$  et les  $(a_0 + \sum a_j x_j)$  de l'ensemble des données  $(y_i, x_{1i}, \dots, x_{ki})$  disponibles.

Le coefficient de corrélation peut varier entre  $-1$  et  $+1$ . Les valeurs proches de zéro indiquent une forte dispersion des valeurs de  $Y$  par rapport à la relation linéaire estimée, donc une mauvaise représentativité de l'équation :

$$Y = a_0 + \sum_{j=1}^k a_j X_j$$

Néanmoins, cela n'exclut pas l'existence d'une meilleure relation non linéaire entre les variables [On cite souvent l'exemple de points  $(x_i, y_i)$  répartis sur un cercle et dont le coefficient de corrélation (par rapport à une relation linéaire) est nul]. Il est pour cette raison toujours recommandé de représenter, dans la mesure du possible, les données à analyser.

Dans le cas de deux variables  $X$  et  $Y$ , le coefficient de corrélation  $a$ , comme indiqué précédemment, pour expression :

$$\rho = \frac{\text{Cov}[X, Y]}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{b}{\sigma_Y}$$

Une fois établie la relation entre la variable expliquée  $Y$  et les variables explicatives  $\{X_j\}$ , on peut :

— déterminer l'erreur moyenne sur l'équation obtenue, caractérisée par la variance de la régression  $\sigma_e^2$  :

$$\sigma_e^2 = \text{Var}[Y - (\underline{a}X + \underline{b})] = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n [y_i - (\underline{a}x_i + \underline{b})]^2$$

— tester la représentativité des valeurs estimées des coefficients  $\underline{a}$  et  $\underline{b}$  pour décider s'ils sont significativement différents de zéro. Pour ce type d'analyse, le lecteur pourra se reporter à l'un des ouvrages cités en références bibliographiques ;

— estimer la valeur de  $Y$  correspondant à une valeur déterminée  $x_0$  de  $X$ , ainsi que la variance correspondante. Ces deux valeurs sont données par les formules suivantes :

$$E[Y(x_0)] = \underline{a} + \underline{b}x_0$$

$$\sigma_{E[Y(x_0)]}^2 = \frac{\sigma_e^2}{n} \left[ 1 + \frac{(x_0 - m_x)^2}{\sigma_x^2} \right]$$

On observe sur la figure 1 l'effet du second terme de l'expression de la variance : l'incertitude (l'écart type) sur la valeur estimée de  $Y(x_0)$  est minimale lorsque  $x_0$  est égal à la valeur moyenne  $m_x$  des  $x_i$  de l'ensemble des données ayant servi à estimer les paramètres  $\underline{a}$  et  $\underline{b}$  de la régression linéaire. Elle augmente progressivement, selon une loi parabolique, lorsque  $x_0$  s'éloigne de cette valeur moyenne  $m_x$ . Ce résultat est important pour les applications pratiques, où l'on ne peut donc estimer avec une égale fiabilité les valeurs de  $Y$  correspondant aux différentes valeurs possibles de  $X$ .

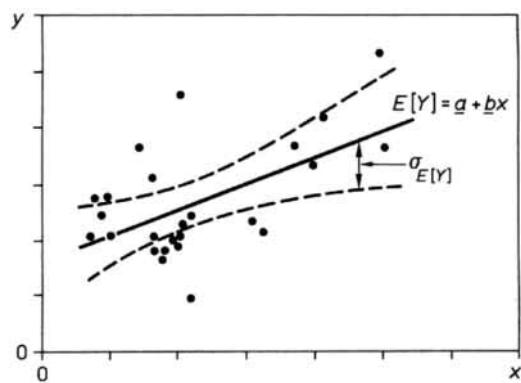
## 2.3 Analyse factorielle

En pratique, on s'intéresse souvent aux relations qui peuvent exister à l'intérieur d'un groupe de  $m$  variables, et l'utilisation des techniques de régression linéaire conduit à répéter l'analyse décrite au paragraphe précédent en donnant tour à tour à chacune des variables le rôle de variable expliquée et en étudiant l'ensemble des relations qui la lient aux autres, prises isolément, puis par deux, par trois, etc. Pour limiter le nombre des opérations nécessaires, différentes procédures ont été développées. Par exemple, la méthode de régression « pas à pas » ne teste qu'une partie des combinaisons possibles des variables en recherchant la variable  $X_j$  la mieux corrélée avec  $Y$ , soit  $X_a$ , puis la variable qui maximise le coefficient de corrélation multiple de  $Y$  avec  $X_a$  et une seconde variable  $X_b$ , etc. Mais cette méthode ne garantit pas que l'on n'oublie pas une combinaison éventuellement plus favorable, mais dont aucune variable n'est la plus corrélée avec  $Y$ .

L'analyse factorielle, qui recherche les « facteurs » (combinaisons linéaires des variables) représentant le mieux les variations des données analysées, constitue une alternative efficace aux méthodes précédentes. Cette méthode d'analyse a été décrite en [4] [5]. Son principe est de construire un ensemble de nouvelles variables indépendantes en procédant pas à pas et en retenant à chaque étape, parmi les facteurs possibles, celui qui fait diminuer le plus la variance résiduelle. Les applications de l'analyse factorielle en géotechnique sont encore assez rares et ce thème ne sera pas développé dans le présent article, mais l'analyse factorielle offre des possibilités intéressantes pour guider les études sur le comportement des sols et des roches.

## 2.4 Variabilité spatiale

Il est bien établi que les couches de sols naturels sont rarement homogènes et que leurs propriétés physiques et mécaniques fluctuent avec des amplitudes variables selon les propriétés considérées, la nature et l'origine des sols. Le coefficient de variation donne une mesure utile de cette variabilité. Ainsi, la teneur en eau a souvent un coefficient de variation de l'ordre de 20 %, le poids volumique de 5 %, les paramètres de résistance au cisaillement de 30 %, avec des valeurs plus fortes pour la cohésion non drainée (souvent 50 %) [6]. Dans certains sols, les variations sont très rapides et l'on peut considérer, par exemple, qu'à 50 cm de distance les propriétés du sol n'ont pas de lien. Dans d'autres cas, les valeurs d'une même propriété restent voisines sur quelques mètres, voire quelques dizaines de mètres.



**Figure 1 – Estimation de la valeur la plus probable de  $y$  pour une valeur donnée de  $x$ , sur la base de l'analyse de régression de  $X$  et  $Y$**

Ces variations spatiales des propriétés des sols exercent une influence sur les résultats des études de corrélations. Cette influence se traduit par :

— la plus faible corrélation des propriétés mesurées en des points éloignés qu'en des points voisins (beaucoup de corrélations sont malheureusement établies avec des données provenant de sondages ou essais assez distants les uns des autres, de telle sorte qu'elles incluent non seulement la corrélation réelle des paramètres en un même point, mais aussi une certaine partie de leur variabilité spatiale. La seule solution pour éviter ce phénomène est de faire des campagnes d'essais spéciales comportant des essais ou sondages très voisins) ;

— la diminution de la variabilité des paramètres du sol lorsque le volume du sol concerné par l'essai augmente. Ce phénomène peut influencer les corrélations établies, par exemple, entre des propriétés mesurées sur de très petits volumes de sol (teneur en eau, coefficient de perméabilité d'éprouvettes de laboratoire, compressibilité ou résistance au cisaillement mesurée en laboratoire, etc.) et des propriétés mesurées sur de plus grands volumes de sols (pression limite ou module pressiométrique, perméabilités mesurées en place, essais de plaque, etc.).

### 3. Exemples de corrélations

De très nombreuses corrélations ont été publiées pour les propriétés des sols. Beaucoup d'entre elles n'existent que sous la forme d'une relation entre paramètres, sans accès possible aux données étudiées ni même d'indication du coefficient de corrélation correspondant, et il convient d'être prudent quand on les utilise. Nous nous limiterons ici à quelques exemples de corrélations entre les paramètres des sols déterminés en place et en laboratoire pour lesquels les données expérimentales seront présentées en même temps que les fonctions de régression entre les paramètres.

#### 3.1 Relation entre la compressibilité et la teneur en eau des tourbes

La durée importante des essais œdométriques conduit à utiliser, chaque fois que c'est possible, des corrélations avec des paramètres de détermination plus rapide, comme la teneur en eau, pour compléter la caractérisation des sols compressibles sur les sites de projets de grande ampleur. Il existe, pour cette raison, de nombreuses corrélations entre ces paramètres. L'exemple présenté sur la figure 2 concerne différentes tourbes de Normandie [9]. Les figures 2a et b montrent les relations observées sur deux sites, relations assez marquées et pratiquement linéaires, mais nettement différenciées d'un site à l'autre. Les figures 2c et d rassemblent tous les points disponibles sur les sites de tourbes de la région : on observe que les relations linéaires prévalent sur chaque site disparaissent au profit d'un nuage de points dont la meilleure approximation n'est pas linéaire (figure 2c), mais exponentielle (figure 2d), avec une corrélation nettement moins forte. En pratique, l'utilisation de corrélations est donc très recommandable au niveau d'un site, mais l'est moins si l'on passe d'un site à un autre.

#### 3.2 Relation entre la perméabilité et l'indice des vides des argiles

Il est généralement admis que le coefficient de perméabilité  $k$  des argiles est lié à l'indice des vides  $e$  par une relation de la forme

$$\Delta e = C_k \Delta(\lg k)$$

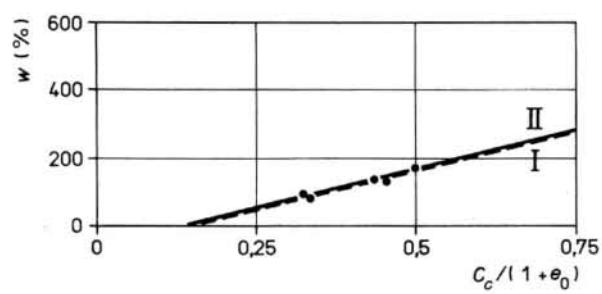
Le coefficient  $C_k$  de cette relation est lui-même lié à l'indice des vides initial du sol  $e_0$ , comme on le voit sur les figures 3a, b et c. On observe, dans ce cas, que les différences entre les droites de régression linéaire sont peu importantes, avec des coefficients de corrélation élevés dans chaque cas. Une telle corrélation peut donc, à la différence des précédentes, être utilisée sur des sites autres que ceux où elle a été établie.

#### 3.3 Relation entre la limite de liquidité et l'indice de compression des vases

La figure 4 présente les droites de régression obtenues par Vidalie [10] entre la limite de liquidité  $w_L$  et l'indice de compression  $C_c$  de sols fins organiques (vases) d'origines variées. La droite d'équation  $C_c = 0,009 (w_L - 10)$  est celle donnée par Terzaghi pour représenter le comportement moyen des argiles. Cette fois aussi, le coefficient de corrélation est élevé et la relation obtenue peut être considérée comme assez fiable.

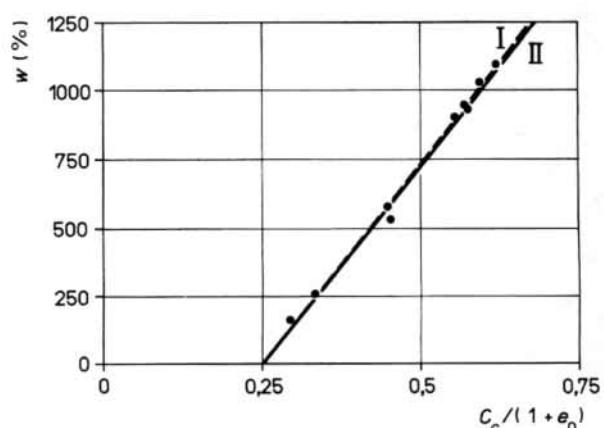
#### 3.4 Relation entre la pression limite pressiométrique et la résistance de cône au pénétromètre statique

Les figures 5 et 6 montrent les relations existant entre la pression limite nette pressiométrique ( $p_\ell - p_0$ ) et la résistance de cône déterminée au pénétromètre statique  $q_c$ , pour deux ensembles de données publiés par Cassan [3]. Pour les sables de Dunkerque (figure 5), la relation entre les deux paramètres, bien que différente suivant le sens dans lequel on la recherche, est associée à un coefficient de corrélation assez élevé. Pour les argiles (figure 6), de provenances diverses, les points sont beaucoup plus dispersés dans le graphique et la qualité de la corrélation est plus faible.



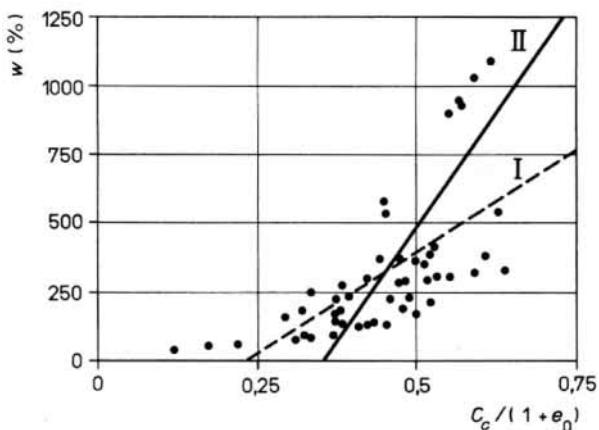
$$\left. \begin{array}{l} \text{I } w = 460,81 C_c/(1 + e_0) - 67,93 \\ \text{II } C_c/(1 + e_0) = 0,16266 + 0,000204 w \end{array} \right\} \rho = 0,97$$

(a) vallée de la Lézarde (sondage 10)



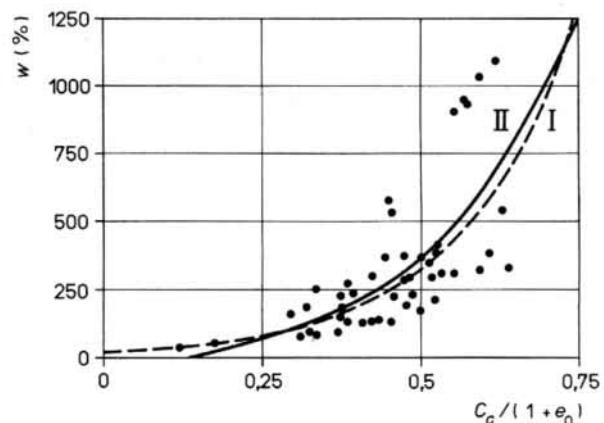
$$\left. \begin{array}{l} \text{I } w = 2932,94 C_c/(1 + e_0) - 738,51 \\ \text{II } C_c/(1 + e_0) = 0,26359 + 0,00033 w \end{array} \right\} \rho = 1$$

(b) vallée des Aulnes à Lillebonne



$$\left. \begin{array}{l} \text{I } w = 1474,15 C_c/(1 + e_0) - 344,74 \\ \text{II } C_c/(1 + e_0) = 0,35517 + 0,00029 w \end{array} \right\} \rho = 0,66$$

(c) tous sites confondus (régression linéaire)



$$\left. \begin{array}{ll} \text{I } w = 19,49 \times 266,43 C_c/(1 + e_0) & \rho = 0,83 \\ \text{II } C_c/(1 + e_0) = 0,06975 w^{0,33223} & \rho = 0,81 \end{array} \right.$$

(d) tous sites confondus (régressions exponentielle et logarithmique)

Figure 2 – Relations entre la teneur en eau  $w$  et le coefficient de compressibilité  $C_c/(1 + e_0)$  pour les tourbes de Normandie [9]

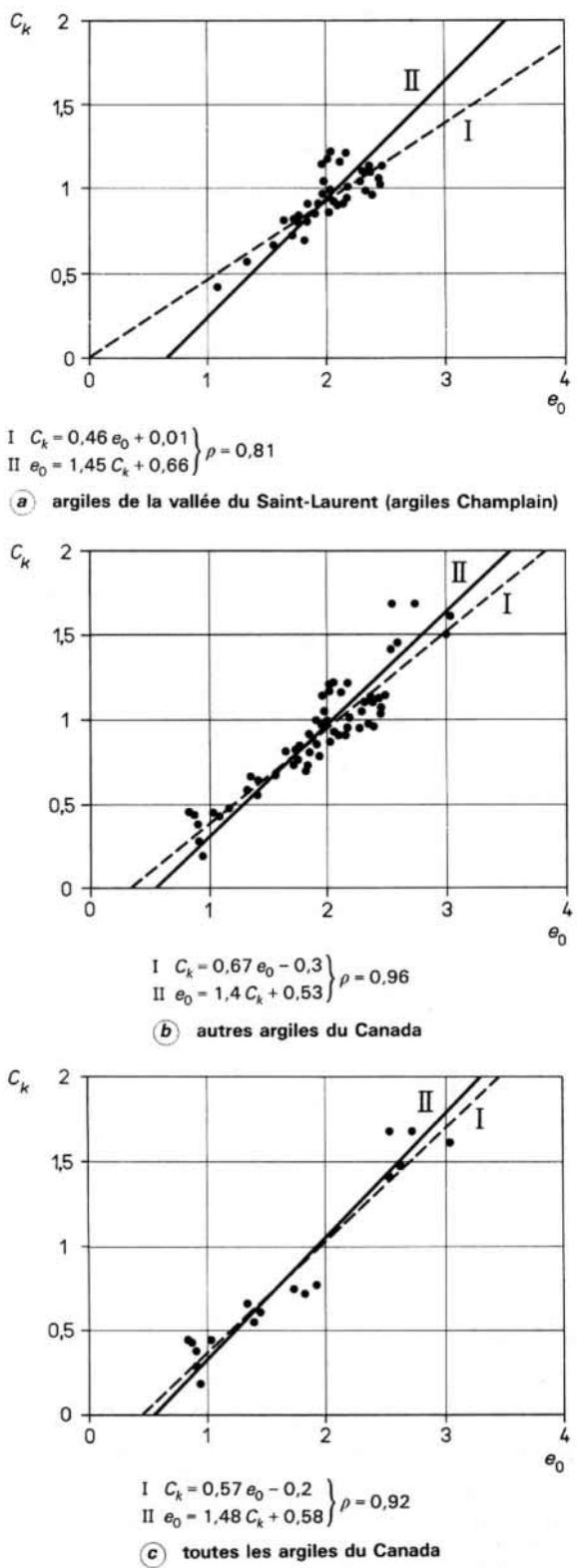


Figure 3 – Relations entre le taux de variation de la perméabilité  $C_k$  et l'indice des vides initial  $e_0$  des argiles du Canada [8]

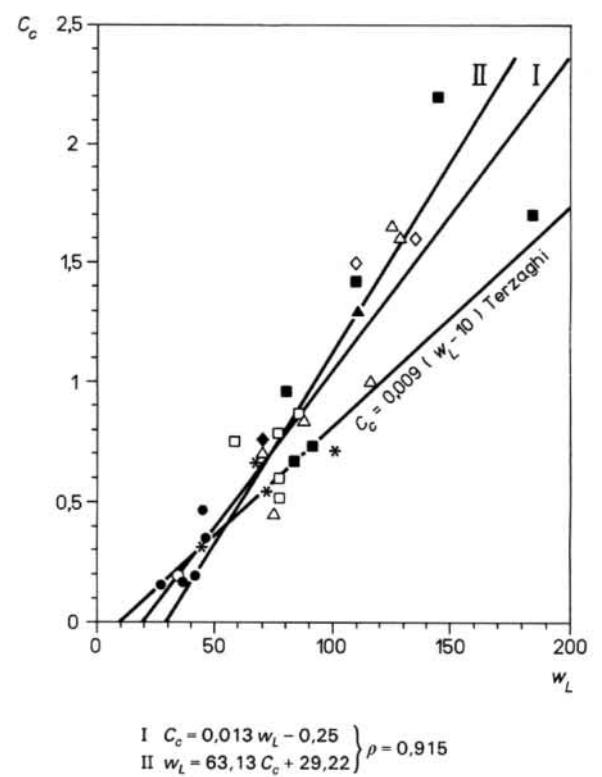


Figure 4 – Relations entre la limite de liquidité  $w_L$  et l'indice de compression  $C_c$  [10]

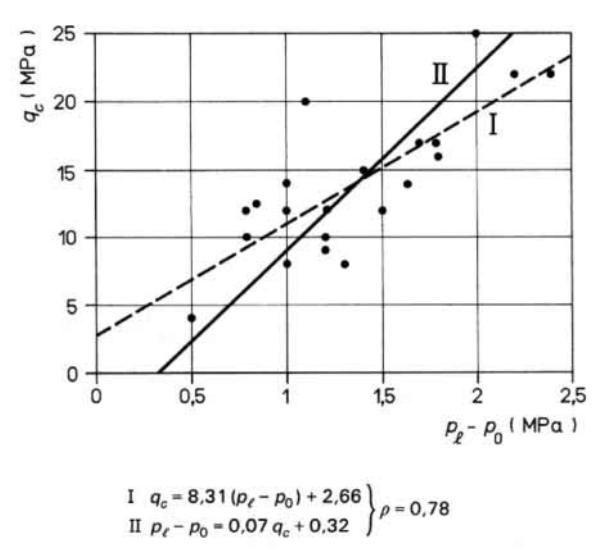
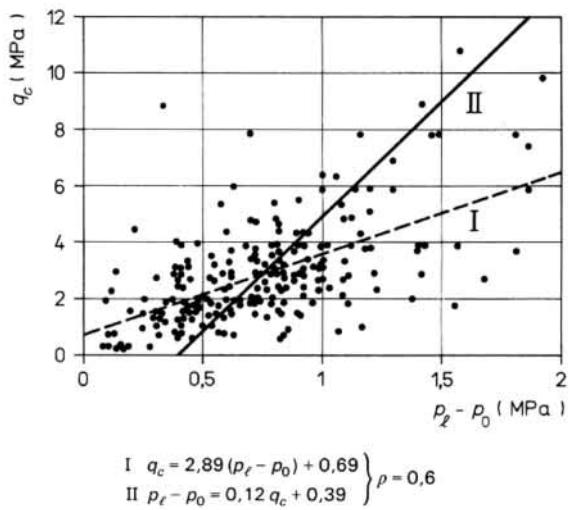


Figure 5 – Relations entre la pression limite nette pressiométrique  $p_e - p_0$  et la résistance de cône statique  $q_c$  pour les sables de Dunkerque [3]

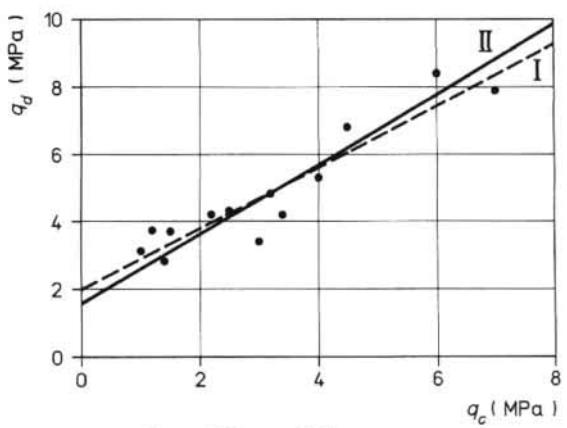


**Figure 6 – Relations entre la pression limite nette pressiométrique  $p_e - p_0$  et la résistance de cône statique  $q_c$  pour des argiles de provenances diverses [3]**

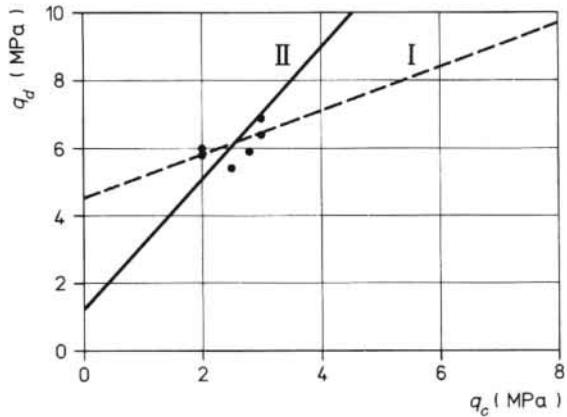
### 3.5 Relation entre les résistances de cône statique et dynamique

Cassan [3] a publié des résultats d'essais comparatifs sur les résistances de pointe déterminées au pénétromètre statique ( $q_c$ ) et au pénétromètre dynamique ( $q_d$ ) dans des sables argileux à Châlon-sur-Saône, au-dessus du niveau de la nappe. Les droites de régression obtenues sur ces données (figure 7a) correspondent à une forte valeur du coefficient de corrélation sur ce site.

Toutefois, les valeurs mesurées au-dessous du toit de la nappe, à des profondeurs où le sol est saturé (figure 7b), correspondent à une relation différente entre les deux paramètres, ce qui illustre les limites du domaine de validité des corrélations dans ce cas.



a) sables argileux au-dessus du niveau de la nappe



b) sables argileux dans la nappe (sols saturés)

**Figure 7 – Relation entre les résistances de cône statique  $q_c$  et dynamique  $q_d$  pour des sables argileux [3]**

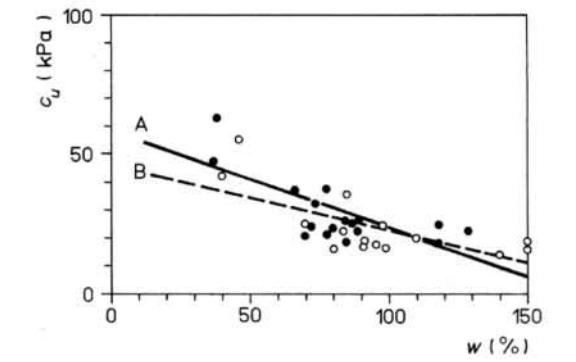
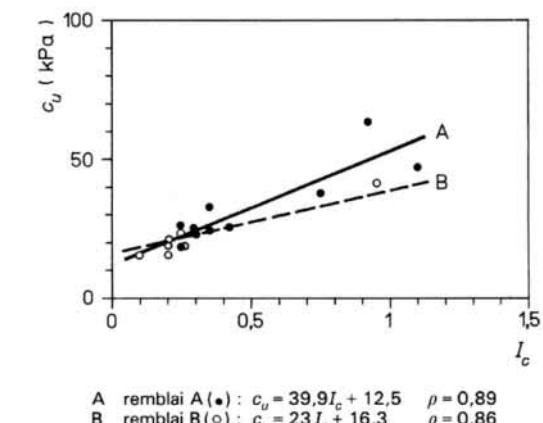
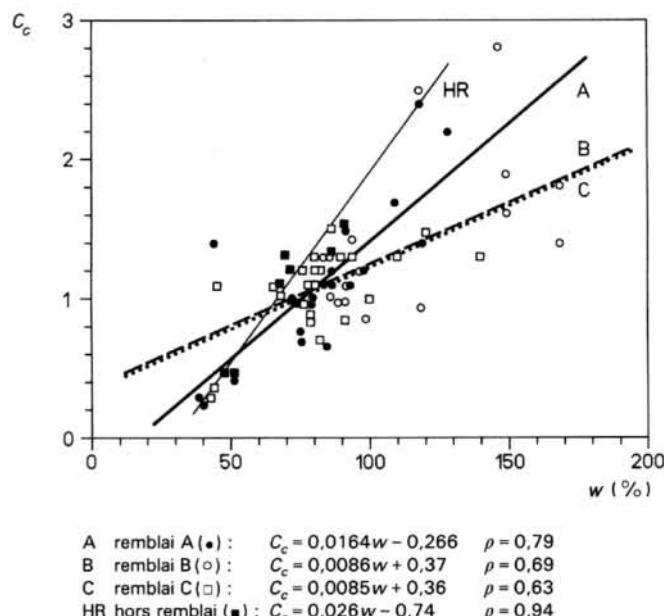
## 4. Domaines de validité des corrélations

Les corrélations que l'on peut établir entre les paramètres physiques et mécaniques des sols sont plus ou moins générales suivant les paramètres concernés. Habituellement, la validité d'une corrélation est limitée à la nature du sol étudié : les propriétés des sables, des tourbes ou des argiles n'obéissent pas aux mêmes lois, elles sont d'ailleurs souvent décrites par des paramètres spécifiques et il n'est pas étonnant que les corrélations établies pour un type de sol ne soient pas valables pour les mêmes propriétés d'un autre type de sol. Les figures 5 et 6 illustrent ce fait dans le cas des paramètres mesurés au pressiomètre et au pénétromètre statique.

Certaines corrélations établies sur un site et parfaites pour ce site (par exemple les corrélations des figures 2a et b), peuvent aussi être totalement inadaptées sur un autre site, même constitué d'un sol de même nature. Cette divergence traduit habituellement l'influence d'autres paramètres que ceux qui sont analysés, par exemple

l'influence de l'état du sol, en plus de sa nature. Si la relation obtenue par régression linéaire entre deux paramètres dépend d'autres facteurs, elle peut varier non seulement d'un site à l'autre, mais aussi à l'intérieur d'un même site. Les figures 8a, b et c illustrent une telle variation dans le cas du site expérimental de Cubzac-les-Ponts, où les corrélations ont été étudiées dans plusieurs sous-ensembles du site, notés « remblai A à C » et « hors remblai HR » sur les figures. Si un tel phénomène est observé sur le site d'un grand projet, il est indispensable de poursuivre l'analyse géotechnique du site afin d'éviter des erreurs d'analyse statistique des données.

Sous réserve d'une certaine prudence quant à la généralisation des corrélations établies sur un site au reste du site ou à d'autres sites, l'utilisation de corrélations constitue une technique très utile pour le progrès des études géotechniques de terrain et son usage peut être recommandé, tant pour compléter des données que pour contrôler la vraisemblance des résultats des essais réalisés en place comme en laboratoire : les données conformes aux corrélations, tant générales qu'établies sur le site, sont en effet plus plausibles que celles qui en sont trop éloignées et pour lesquelles des vérifications complémentaires sont toujours souhaitables.



**Figure 8 – Limitations des corrélations : variabilité à l'intérieur d'un site**  
[données du site expérimental des Laboratoires des Ponts et Chaussées à Cubzac-les-Ponts (d'après [7])]

## Références bibliographiques

- [1] BAGHERY (S.) et MAGNAN (J.-P.). – *Analyse probabiliste de la stabilité et des tassements des remblais du site expérimental de Cubzac-les-Ponts*. Laboratoire central des Ponts et Chaussées, Paris, Rapport de recherche LPC, n° 122, 69 p. (1983).
- [2] BENJAMIN (J.R.) et CORNELL (C.A.). – *Probability, statistics and decision for civil engineers*. Mac Graw-Hill, New York, 684 p. (1970).
- [3] CASSAN (M.). – *Les essais in situ en mécanique des sols. 1 - Réalisation et interprétation. Chap. XII : Les corrélations entre essais in situ*. Eyrolles, Paris, 2<sup>e</sup> édition, p. 509-573 (1988).
- [4] FAVRE (J.L.). – *Milieu continu et discontinu. Mesure statistique indirecte des paramètres rhéologiques et approche probabiliste de la sécurité*. Thèse de doctorat ès sciences, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) (1980).
- [5] LEBART (L.), MORINEAU (A.) et FÉNELON (J.P.). – *Traitemennt des données statistiques*. Dunod (1979).
- [6] MAGNAN (J.-P.). – *Les méthodes statistiques et probabilistes en mécanique des sols*. Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 203 p. (1982).
- [7] MAGNAN (J.-P.) et BAGHERY (S.). – *Statistiques et probabilités en mécanique des sols. État des connaissances*. Laboratoire central des Ponts et Chaussées, Paris, Rapport de recherche LPC, n° 109, 187 p. (1982).
- [8] TAVENAS (F.), JEAN (P.), LEBLOND (P.) et LEROUEIL (S.). – *The permeability of natural clays. Part II: Permeability characteristics*. Revue Canadienne de Géotechnique Canadian Geotechnical Journal, vol. 20, n° 4, p. 645-660 (1983).
- [9] VAUTRAIN (J.). – *Réflexions sur la compressibilité des tourbes en Normandie*. Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, Paris, n° 84, p. 101-111 (1976).
- [10] VIDALIE (J.F.). – *Relations entre les propriétés physico-chimiques et les caractéristiques mécaniques des sols compressibles*. Laboratoire central des Ponts et Chaussées, Paris, Rapport de recherche LPC, n° 65, 90 p. (1977).