

Ouvrages de soutènement

Poussée et butée

par **François SCHLOSSER**

Professeur à l'École Nationale des Ponts et Chaussées
Président-Directeur Général de Terrasol

1. Définition des forces de poussée et de butée	C 242 - 2
1.1 Généralités	— 2
1.2 Relation fondamentale entre pressions latérales et déplacements	— 2
2. Coefficients de poussée et de butée	— 3
2.1 Cas géostatique	— 3
2.2 Cas général d'un massif de sol pulvérulent	— 6
3. Calcul des forces de poussée et de butée	— 7
3.1 Méthode de Coulomb.....	— 7
3.2 Méthode de Rankine.....	— 10
3.3 Méthode des équilibres limites	— 11
3.4 Comparaison des différentes méthodes.....	— 11
4. Calcul de la poussée exercée par un sol saturé, siège d'un écoulement d'eau.....	— 12
4.1 Massif non drainé	— 12
4.2 Massif drainé.....	— 12
5. Cas particuliers.....	— 14
5.1 Surcharges à la surface du sol	— 14
5.2 Effet de silo.....	— 14
5.3 Effet du compactage.....	— 14
5.4 Renard hydraulique	— 14
5.5 Surcharges dynamiques	— 16
6. Conclusion	— 17
Références bibliographiques	— 17

L'objet de cet article est de déterminer les forces de poussée et de butée en fonction de la géométrie du mur et du massif de sol retenu, des caractéristiques mécaniques du sol et des déplacements relatifs du mur par rapport au sol.

1. Définition des forces de poussée et de butée

1.1 Généralités

Considérons un ouvrage de soutènement simple, par exemple un mur en béton retenant un massif de sol (figure 1), et examinons sommairement les types de sollicitations qui s'exercent sur ce mur.

En dehors des forces de pesanteur, représentées par le poids W du mur, s'exercent sur les faces du mur, en contact avec le sol, trois forces dont la connaissance est du ressort de la mécanique des sols :

- sur la face amont du mur, généralement verticale, le massif de sol retenu exerce des efforts ayant tendance soit à renverser le mur, soit à le déplacer horizontalement. La résultante générale de ces efforts est une force dont la composante principale est horizontale.

On l'appelle **force de poussée** (ou encore **poussée**) et on la note F_a , l'indice a précisant qu'il s'agit d'une force *active* ;

- sur la face aval du mur, dont la partie enterrée est souvent faible, le sol exerce des efforts qui ont tendance à retenir le mur. Leur résultante générale est une force dont la composante principale est horizontale et opposée à la composante horizontale de F_a .

On appelle cette résultante **force de butée** (ou encore **butée**) et on la note F_p , l'indice p précisant qu'il s'agit d'une force *passive* ;

- sur la base du mur, le sol de fondation exerce des efforts dont la résultante générale est une force inclinée par rapport à la verticale. Sa composante verticale, notée N , est appelée **force portante**, tandis que la composante horizontale, notée T , est appelée **force de résistance au glissement**, car elle s'oppose au glissement du mur sur sa base sous l'action de la force de poussée.

1.2 Relation fondamentale entre pressions latérales et déplacements

Des expériences simples, sur modèles réduits, montrent que les valeurs des forces latérales précédemment introduites (forces de poussée et de butée) dépendent essentiellement des déplacements horizontaux de l'ouvrage de soutènement.

Supposons, par exemple, que l'on encastre légèrement à la surface horizontale d'un massif de sable un écran vertical parfaitement lisse et que l'on remblaie progressivement et horizontalement derrière l'écran, en appliquant à ce dernier des efforts de résultante générale F tels qu'il n'y ait aucun déplacement de l'écran (figure 2a). Ce dernier étant parfaitement lisse, la force F est horizontale (pas de frottement entre l'écran et le massif). Elle est appelée **poussée** au repos et notée F_0 .

Si l'on effectue une translation horizontale de l'écran vers l'intérieur du remblai, la force F croît en fonction du déplacement Δ jusqu'à un maximum F_p qui correspond à la mobilisation totale de la butée (figure 2b). La valeur de F_p est de 3 à 4 fois la valeur de la force initiale F_0 .

Inversement, si l'on effectue une translation horizontale de l'écran vers l'extérieur du remblai, la force F diminue jusqu'à une valeur minimale F_a qui correspond à l'état complet de poussée. La valeur de F_a est de l'ordre de la moitié de celle de F_p .

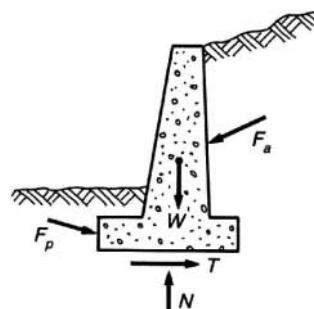
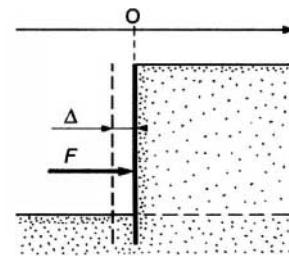
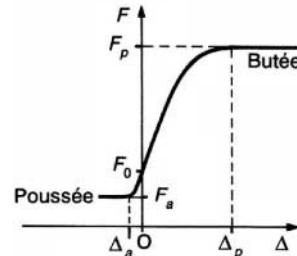


Figure 1 – Sollicitations exercées sur un mur de soutènement



(a) écran rigide en translation



(b) relation force-déplacement

Figure 2 – Relation force-déplacement pour un écran rigide en translation

On parle aussi de **butée limite** et de **poussée limite** pour préciser qu'il s'agit des efforts extrêmes correspondant à la rupture du sol. Mais dans la pratique, on omet souvent l'adjectif « limite », les termes de **poussée** et de **butée** correspondant alors implicitement à la rupture. C'est ce que nous ferons dans la suite de cet article.

Si l'on compare les déplacements, on constate qu'il faut un déplacement Δ_p beaucoup plus important pour atteindre l'état complet de butée que le déplacement Δ_a nécessaire pour atteindre celui de poussée.

Plus précisément, si H est la hauteur hors fiche de l'écran, les ordres de grandeur de ces déplacements sont :

$$\Delta_a \approx \frac{H}{1000} \quad \text{et} \quad \Delta_p \approx \frac{H}{100}$$

De la même façon, la forme du diagramme des pressions exercées par le massif de sol sur l'écran dépend de la nature du déplacement imposé à l'écran.

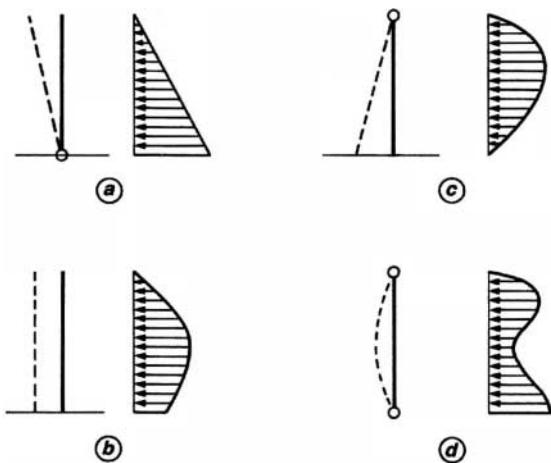


Figure 3 – Répartition de la poussée selon le type de déplacement de l'écran

Les quatre diagrammes présentés à la figure 3 montrent l'allure approximative de la répartition de la poussée pour quatre déplacements particuliers de l'écran :

- une rotation autour du pied (figure 3a) ;
- une translation horizontale (figure 3b) ;
- une rotation autour du sommet (figure 3c) ;
- un déplacement de flexion entre deux appuis fixes, le pied et le sommet (figure 3d).

La répartition la plus homogène et la plus pure est celle correspondant à la rotation en pied. Ce type de déplacement est très fréquemment rencontré dans le cas des murs poids (cf. article *Murs de soutènement* [C 244] dans cette rubrique). Les autres déplacements provoquent dans le sol, derrière l'écran et de façon plus ou moins accentuée, un phénomène appelé *effet de voûte* dont la conséquence est de concentrer les efforts au voisinage des appuis fixes et au contraire de les diminuer dans les zones de grands déplacements.

Dans la suite de cet article, c'est la rotation en pied de l'écran qui sera implicitement considérée.

2. Coefficients de poussée et de butée

2.1 Cas géostatique

On se place dans le cas simple d'un massif de sol semi-infini, homogène et isotrope, à surface horizontale, appelé cas géostatique.

2.1.1 Terres au repos : coefficient de pression latérale

Les équations de l'équilibre mécanique montrent que la contrainte totale σ_v s'exerçant sur un plan horizontal à la profondeur z est verticale et a pour valeur (figure 4a) :

$$\sigma_v = \gamma z$$

avec γ poids volumique du sol.

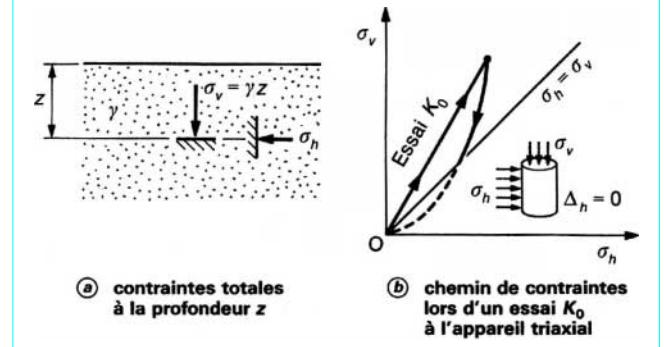


Figure 4 – Coefficient K_0 de pression latérale des terres au repos

Par contre, le calcul de la contrainte totale horizontale (ou radiale) σ_h s'exerçant au même point sur tout plan vertical nécessiterait la connaissance de la loi de comportement du sol. Aussi la détermine-t-on expérimentalement en remarquant que dans un sol en place, sous un chargement uniforme, il n'y a pas de déplacement latéral ($\Delta_h = 0$).

On utilise généralement un appareil triaxial dans lequel il est possible de mesurer à chaque instant le déplacement radial de l'échantillon. L'essai consiste à appliquer sur un échantillon de sol constamment drainé (c'est-à-dire un sol dans lequel la pression interstitielle est constamment nulle : $u = 0$) des contraintes axiale et radiale croissant de telle façon qu'il n'y ait aucune déformation latérale de l'échantillon ($\Delta_h = 0$).

Le résultat de l'essai est indiqué sur la figure 4b : les contraintes σ_v et σ_h croissent proportionnellement. Le rapport σ_h/σ_v est appelé **coefficient de pression latérale au repos** et noté K_0 :

$$K_0 = \sigma_h/\sigma_v$$

Remarques

- Le coefficient K_0 est généralement inférieur à 1.
- Il ne s'applique qu'aux contraintes effectives. Dans un sol en place, saturé, K_0 s'exprime par :

$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v}$$

avec

$$\sigma_h = u + \sigma'_h$$

$$\sigma_v = u + \sigma'_v$$

σ'_h est la contrainte effective horizontale, σ'_v la contrainte effective verticale, u la pression interstitielle.

— La valeur de K_0 varie suivant les différents sols. Elle est donnée de façon approximative au tableau 1.

Tableau 1 – Coefficient K_0 pour quelques types de sols

Type de sol	Valeur de K_0
Sable lâche	0,45 à 0,50
Sable compact.....	0,40 à 0,45
Argile normalement consolidée	0,50
Argile surconsolidée.....	> 0,50

— Dans le cas des *sables*, il existe une formule empirique, due à Jaky, donnant la valeur de K_0 en fonction de l'angle de frottement interne φ :

$$K_0 = 1 - \sin \varphi$$

Cette formule est, dans une certaine mesure, extrapolable aux argiles normalement consolidées, soit :

$$K_0 = 1 - \sin \varphi'$$

avec φ' angle de frottement effectif (cf. article *Stabilité des pentes* [C 254] dans cette rubrique).

— Dans le cas des *sols surconsolidés*, le coefficient K_0 correspond à une décharge du sol différente de la charge (figure 4b), et sa valeur est alors supérieure à celle du premier chargement correspondant au sol normalement consolidé ; elle peut même atteindre des valeurs supérieures à 1.

2.1.2 Sol pulvérulent

2.1.2.1 Coefficients de poussée et de butée

On vient de voir que, dans le cas où il n'y a pas de possibilité de déplacement latéral, les contraintes verticale σ_v (contrainte principale majeure) et horizontale σ_h (figure 5a) sont égales respectivement à :

$$\sigma_v = \gamma z$$

$$\sigma_h = K_0 \gamma z$$

Cet état des contraintes est représenté par le cercle de Mohr de diamètre AB sur la figure 5d.

Examinons de quelle façon il peut y avoir rupture dans la masse du sol.

Si l'on permet au sol une *expansion latérale* ($\Delta_h > 0$), la contrainte verticale σ_v reste principale, égale à γz , et la contrainte horizontale σ_h diminue. Sur la figure 5b, le point B se déplace jusqu'au point C pour lequel le cercle de Mohr est tangent aux droites intrinsèques. Il y a alors rupture du sol et cette rupture a lieu en tout point du massif. Les plans de rupture en chaque point enveloppent un réseau de **surfaces de glissement planes**, dont l'inclinaison est déterminée à partir des points de contact I et G du cercle de Mohr à la rupture avec la courbe intrinsèque et qui font entre elles l'angle $(\pi/2) + \varphi$ égal à l'angle \widehat{ICG} dans le diagramme de Mohr. Cette rupture correspond à l'**état de poussée** (figure 5b). On note $(\sigma_h)_a$ la contrainte horizontale correspondante.

Il est également possible de provoquer la rupture du massif de sol par *compression latérale* ($\Delta_h < 0$). Dans ce cas, le point B ($\sigma_h = K_0 \gamma z$) sur la figure 5d se rapproche d'abord du point A correspondant à un état de contrainte isotrope ($\sigma_h = \sigma_v = \gamma z$). Puis, la contraction latérale augmentant, le point B atteint le point D ; il y a alors rupture, le cercle de Mohr étant tangent aux droites intrinsèques ; on note $(\sigma_h)_p$ la contrainte horizontale correspondante. La rupture a lieu en même temps en tout point du massif et les plans de glissement font entre eux un angle de $(\pi/2) - \varphi$ égal à l'angle \widehat{JDH} dans le diagramme de Mohr. Cette rupture correspond à l'**état de butée** (figure 5c).

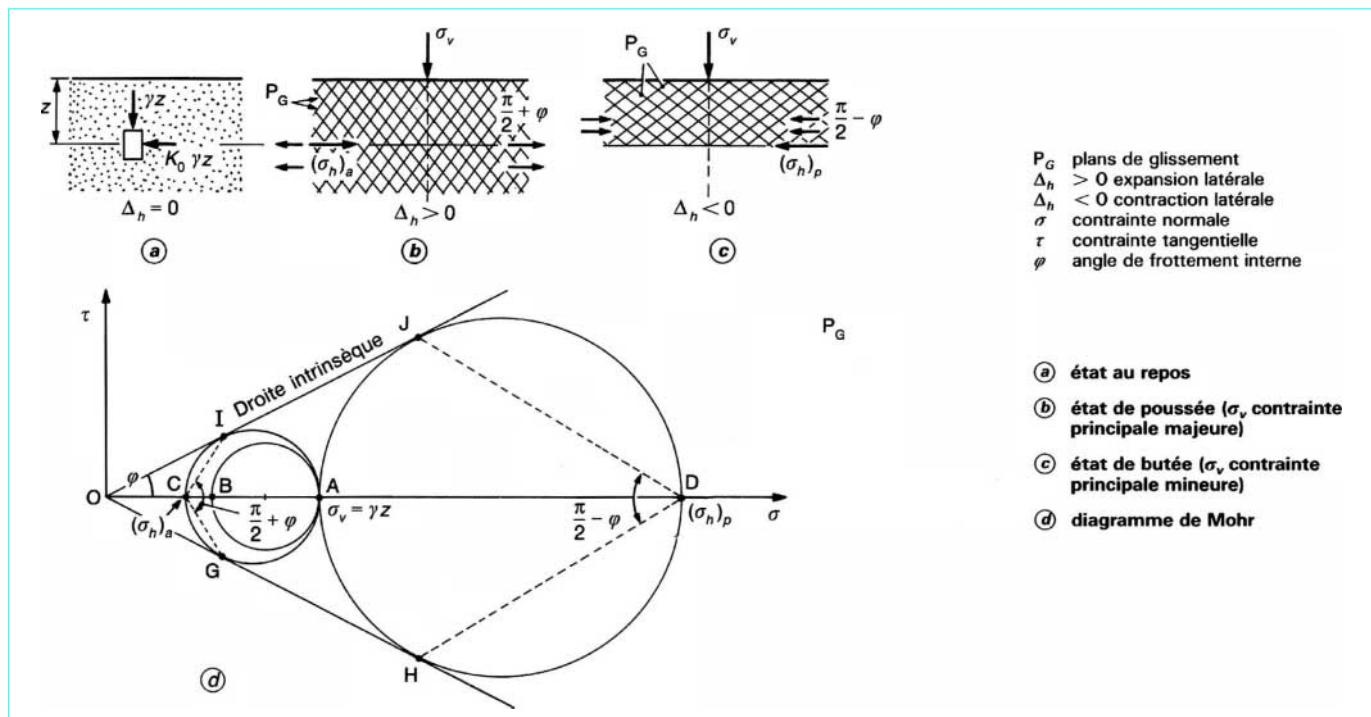


Figure 5 – États de contraintes de poussée et de butée pour un sol pulvérulent, dans le cas géostatique

On peut caractériser chacun des deux états de contraintes précédents par la valeur du rapport σ_h/σ_v . Dans l'état de poussée, on tire facilement du diagramme de Mohr de la figure 5d :

$$\frac{\sigma_v - (\sigma_h)_a}{2} = \frac{\sigma_v + (\sigma_h)_a}{2} \sin \varphi$$

d'où $\frac{(\sigma_h)_a}{\sigma_v} = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$

Le rapport $(\sigma_h)_a/\sigma_v$ est appelé **coefficient de poussée** et noté K_a . Pour un sol pulvérulent et dans le cas géostatique, son expression est donc :

$$K_a = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

Dans l'état de butée, le rapport $(\sigma_h)_p/\sigma_v$, appelé **coefficient de butée** et noté K_p , a pour expression :

$$K_p = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

Il est important de remarquer que ces deux coefficients sont inverses l'un de l'autre :

$$K_a = 1/K_p$$

En résumé, le rapport des deux contraintes principales σ_h/σ_v dans le cas géostatique et pour un milieu pulvérulent évolue entre les valeurs extrêmes K_a et K_p , l'équilibre initial correspondant à la valeur K_0 .

Le tableau 2 donne les valeurs de K_a , $K_0 = 1 - \sin \varphi$ et K_p pour des angles de frottement interne φ variant entre 20 et 45°.

Tableau 2 – Valeurs des coefficients K_a , K_0 et K_p pour divers angles de frottement φ

φ	K_a	$K_0 = 1 - \sin \varphi$	K_p
20°	0,490	0,658	2,04
25°	0,406	0,577	2,46
30°	0,333	0,500	3,00
35°	0,271	0,426	3,66
40°	0,217	0,357	4,60
45°	0,171	0,293	5,83

2.1.2.2 Déformations associées aux états de poussée et de butée

Les valeurs des déformations nécessaires pour mobiliser complètement la poussée et la butée, à partir de l'état de repos, peuvent se déterminer à l'appareil triaxial (§ 2.1.1) où l'état homogène dans l'échantillon des contraintes permet de suivre à tout moment l'évolution du rapport σ_h/σ_v .

Les chemins de contraintes suivis dans les essais consistent, en partant d'un état initial au repos (A) ($\sigma_h = K_0 \sigma_v$), à diminuer ou à augmenter la contrainte latérale σ_h jusqu'à obtenir la rupture (B ou C), tout en laissant la contrainte verticale σ_v constante (figure 6a).

La figure 6b montre les résultats obtenus sur un sable dense et sur un sable lâche. Dans les deux cas, une faible déformation horizontale (de l'ordre de 1 %) suffit pour obtenir la poussée, alors qu'une déformation beaucoup plus importante est nécessaire pour obtenir la butée (5 % pour le sable dense et 12 % pour le sable lâche). La comparaison des chemins de contraintes correspondant aux deux essais (figure 6a) fournit une explication partielle en montrant que l'état au repos est assez voisin de l'état de poussée, mais fort éloigné de l'état de butée.

2.1.3 Sol fin : coefficients de poussée et de butée

On considère un massif de sol fin saturé ayant pour caractéristiques à la rupture (c' , φ') en comportement drainé et (c_u , φ_u) en comportement non drainé (cf. article *Résistance au cisaillement* [C 216] dans cette rubrique). On note :

- c' cohésion effective ;
- φ' angle de frottement interne effectif ;
- c_u cohésion non drainée ;
- φ_u angle de frottement non drainé (généralement nul).

La nappe affleure à la surface du sol. L'angle φ_u sera pris égal à zéro. Pour des conditions initiales géostatiques, les contraintes horizontales dans les états de poussée et de butée sont déterminées par des calculs, analogues à ceux du paragraphe précédent, dont les résultats sont donnés dans le tableau 3 et illustrés par les figures 7a et b.

Exemples

■ **État de poussée.** Calcul de la profondeur z , pour laquelle $\sigma_h = 0$ dans le cas d'une couche d'argile saturée (figure 7c) de caractéristiques $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ et $c_u = 40 \text{ kPa}$, en état de rupture de poussée.

Pour $\sigma_h = 0$: $z = 2 c_u / \gamma = 4 \text{ m}$.

■ **État de poussée.** Calcul des contraintes horizontales effective et totale à la base d'une couche d'argile en partie drainée (nappe à la hauteur z_2 au-dessus de la base du mur) et en état de rupture de poussée (figure 7d). Les caractéristiques du sol sont :

$$\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3, \gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3;$$

$\varphi' = 25^\circ$, $c' = 10 \text{ kPa}$ (kN/m^2) et $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$ (poids volumique de l'eau) ;

$$\sigma'_v = \gamma_1 z_1 + (\gamma_2 - \gamma_w) z_2 = 164 \text{ kPa}.$$

La contrainte horizontale effective σ'_h exercée sur le mur a pour expression :

$$\sigma'_h = K_a \sigma'_v - 2 c' \sqrt{K_a}$$

$$\sigma'_h = 164 \tan^2(32,5^\circ) - 20 \tan(32,5^\circ) = 53,8 \text{ kPa}.$$

La contrainte horizontale totale σ_h est donnée par la relation de Terzaghi :

$$\sigma_h = u + \sigma'_h$$

où $u = z_2 \gamma_w$ est la pression interstitielle

soit : $\sigma_h = 2 \times 10 + 53,8 = 73,8 \text{ kPa}$.

Tableau 3 – Contraintes horizontales pour un sol fin

État du sol	Comportement non drainé	Comportement drainé
initiale	$\sigma_v = \gamma z$ $\sigma_h = u + K_0 \gamma z$	$\sigma'_v = \gamma' z$ $\sigma'_h = K_0 \gamma' z$
de poussée	$\sigma_v = \gamma z$ $\sigma_h = \sigma_v - 2 c_u$	$\sigma'_v = \gamma' z$ $\sigma'_h = K_a \sigma'_v - 2 c' \sqrt{K_a}$ avec $K_a = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} \right)$
de butée	$\sigma_v = \gamma z$ $\sigma_h = \sigma_v + 2 c_u$	$\sigma'_v = \gamma' z$ $\sigma'_h = K_p \sigma'_v + 2 c' \sqrt{K_p}$ avec $K_p = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right)$

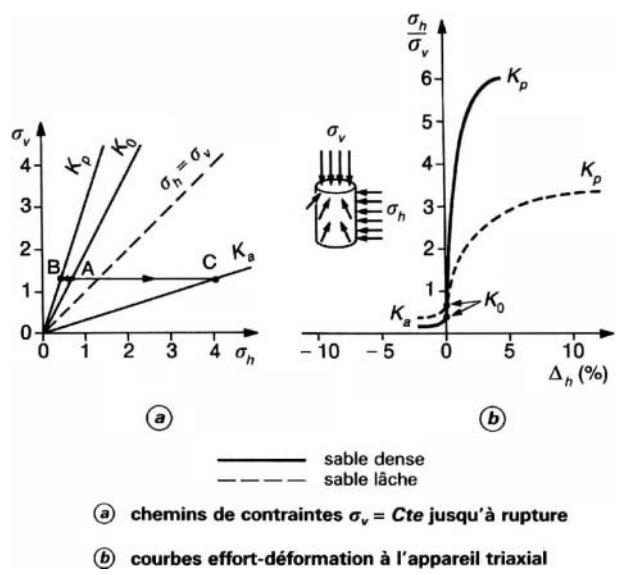


Figure 6 – Évolution du rapport σ_h / σ_v en fonction de la déformation latérale Δ_h à l'appareil triaxial

2.2 Cas général d'un massif de sol pulvérulent

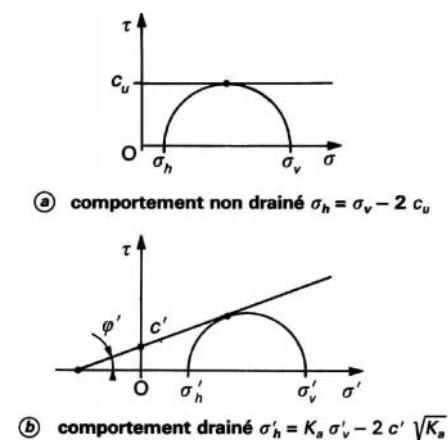
2.2.1 Massif à surface inclinée et sans écran

Soit un massif de sol pulvérulent dont la surface fait l'angle β avec l'horizontale. La résolution partielle des équations d'équilibre de la mécanique des milieux continus [1] [3] montre que, sur le plan parallèle à la surface et situé à la profondeur z , la contrainte \vec{f} est verticale et égale à $\gamma z \cos \beta$. On cherche à déterminer la contrainte \vec{p} qui s'exerce sur un plan vertical à la profondeur z dans l'état de poussée ou l'état de butée. Dans le plan des cercles de Mohr (figure 8), la contrainte verticale \vec{f} est représentée par le vecteur \overrightarrow{OA} ($OA = \gamma z \cos \beta$).

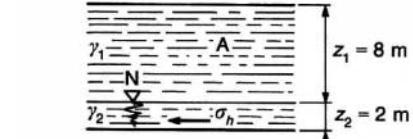
En appliquant la méthode du pôle pour la détermination des contraintes [1] [5], les états de contraintes de poussée et de butée en un point M à la profondeur z sont représentés par deux cercles passant par le point A et tangents à la courbe intrinsèque d'équation $\tau = \pm \sigma \tan \varphi$. Les deux pôles P_1 et P_2 sur ces cercles sont les points d'intersection, autres que A, avec la droite OA. Il en résulte que les contraintes \vec{p}_1 et \vec{p}_2 qui s'exercent sur un plan vertical en M sont représentées par les points B_1 et B_2 sur la droite symétrique de OA par rapport à l'axe des σ (P_1B_1 et P_2B_2 verticales).

Cela montre que :

— la contrainte \vec{p} est toujours parallèle à la surface du sol, quel que soit l'état des contraintes ; les contraintes \vec{f} et \vec{p} sont conjuguées ;



(c) calcul de la profondeur z pour laquelle $\sigma_h = 0$



(d) calcul des contraintes horizontales en comportement drainé

A	argile
N	nappe
σ_h	contrainte normale horizontale totale
σ_v	contrainte normale verticale totale
σ'_h	contrainte horizontale effective
σ'_v	contrainte verticale effective
τ	contrainte tangentielle

Figure 7 – État de contraintes de poussée pour un sol fin (argile) dans le cas géostatique

— les coefficients de poussée et de butée, définis par rapport aux contraintes conjuguées, ont pour expression :

$$K_a(\beta) = \frac{1}{K_p(\beta)} = \frac{OB_1}{OA} = \frac{OA}{OB_2}$$

$$\text{soit } K_a(\beta) = \frac{1}{K_p(\beta)} = \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}$$

Il est intéressant de remarquer que dans le cas où la surface du sol est inclinée à l'angle limite, c'est-à-dire dans le cas où l'inclinaison de la surface du sol est égale à l'angle de frottement interne φ , ces coefficients sont égaux à 1 :

$$K_a(\varphi) = K_p(\varphi) = 1$$

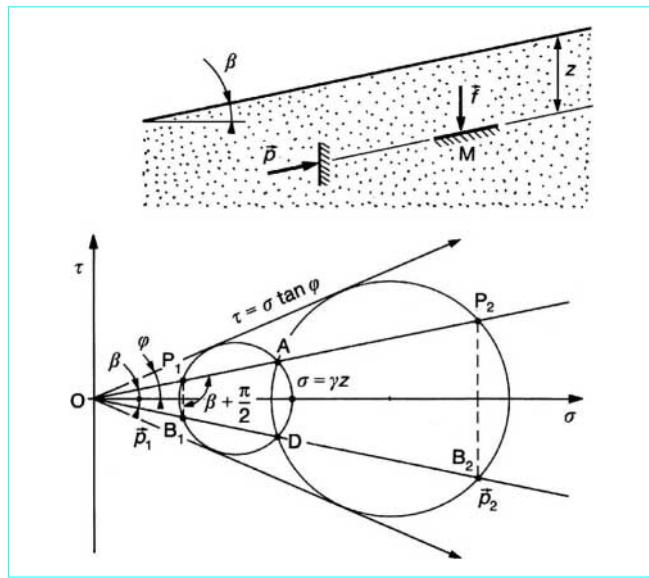


Figure 8 – Coefficients de poussée et de butée pour un massif de sol pulvérulent à surface inclinée

2.2.2 Massif à surface horizontale et le long d'un écran avec frottement. Notion d'équilibre limite

Soit un massif de sol pulvérulent à surface horizontale, limité latéralement par un écran vertical rugueux. La mobilisation du frottement entre le sol et l'écran dépend du déplacement vertical relatif de l'écran. Si φ est la valeur de l'angle de frottement correspondant, l'inclinaison δ de la contrainte sur l'écran a pour valeurs extrêmes $\pm \varphi$.

Supposons que, par déplacement latéral de l'écran, on mette le sol en état de rupture (figure 9). L'état de contraintes dans le sol en rupture doit satisfaire, d'une part, aux conditions de l'équilibre, d'autre part, au critère de rupture de Mohr-Coulomb, soit en coordonnées rectangulaires Ox , Oz :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} = \gamma \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad (\sigma_x + \sigma_z)^2 \sin^2 \varphi = (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4 \tau_{xz}^2$$

La résolution de ce système différentiel peut se faire numériquement à partir des conditions aux limites sur le pourtour de la zone en rupture, à savoir :

— lignes de glissement inclinées de $\frac{\pi}{4} \pm \frac{\varphi}{2}$ sur la surface horizontale du massif ;

— contraintes sur l'écran inclinées de l'angle δ sur l'horizontale.

Bien que la composante verticale σ_z ne soit plus obligatoirement égale à γz , on définit quand même le coefficient de poussée ou de butée, comme le rapport du module \vec{f} de la contrainte exercée sur l'écran à γz :

$$K_a(\delta) = \frac{\sqrt{\sigma_x^2 + \tau_{xz}^2}}{\gamma z}$$

Des solutions numériques ont été données sous forme de tables par Sokolovski (1965) [4]. Sous une forme légèrement différente, Caquot et Kérisel, dès 1948, avaient établi des tables qui restent

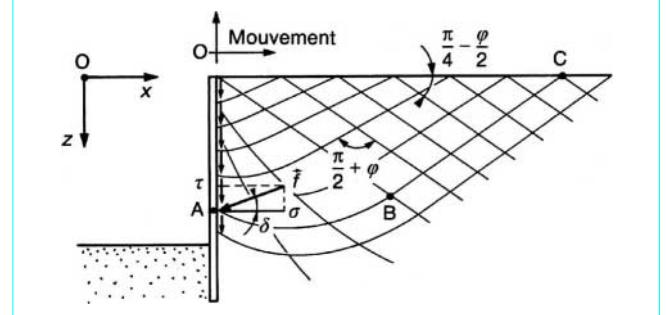


Figure 9 – Lignes de glissement dans la zone de rupture en butée derrière un écran rugueux (sol pulvérulent)

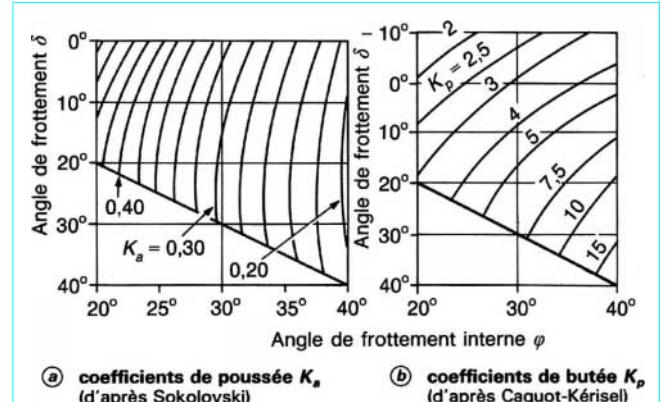


Figure 10 – Coefficients de poussée et de butée en fonction de l'angle de frottement δ (écran vertical, sol pulvérulent horizontal) et de l'angle de frottement interne φ du sol

très utilisées dans la pratique [2]. La figure 10 donne les valeurs des coefficients de poussée K_a et de butée K_p en fonction de l'angle de frottement δ entre le sol et l'écran, à partir des valeurs tirées des tables précédentes.

3. Calcul des forces de poussée et de butée

3.1 Méthode de Coulomb

Mise au point par Coulomb en 1773, cette méthode permet de déterminer les forces de poussée et de butée limites s'exerçant derrière un écran ou un mur quelconque sans considération de l'état des contraintes s'exerçant dans le sol derrière le mur.

Elle repose sur deux hypothèses :

— le sol se rompt suivant une surface de rupture plane passant par le pied de l'écran ;

— la force agissant sur l'écran a une direction connue. En d'autres termes, cela signifie que l'angle de frottement δ entre l'écran (ou le mur) et le sol est connu.

Ces deux hypothèses faites, la force agissant sur le mur est calculée par de simples considérations d'équilibre statique.

Le calcul sera d'abord conduit dans le cas des sols pulvérulents ([§ 3.1.1, 3.1.2, 3.1.3, 3.1.4](#)), puis étendu au cas des sols cohérents ([§ 3.1.5](#)).

3.1.1 Principe

Soit un mur soutenant un massif de sol pulvérulent, d'angle de frottement interne φ . On suppose que la surface de rupture est le plan AC faisant l'angle θ avec l'horizontale (figure [11a](#)).

En chaque point M du plan de rupture s'exerce une contrainte \vec{r} faisant l'angle φ avec la normale au plan et située d'un côté ou de l'autre de cette normale, suivant que le massif est en butée ou en poussée. Donc, la réaction totale \vec{R} du sol sur ce plan de rupture fait avec la normale à ce plan l'angle φ .

Le principe de calcul consiste à écrire la nullité de la résultante générale des forces agissant sur le coin de sol ABC. Ces forces sont :

- le poids \vec{W} ;
- la réaction \vec{R} exercée par le sol sur le plan de rupture AC ;
- la force \vec{F} exercée par le mur et inclinée de l'angle δ sur la normale au parement du mur. Cette force est notée F^+ ou F^- suivant que la force de réaction \vec{R} est inclinée de $+ \varphi$ ou de $- \varphi$ sur la normale au plan de rupture (poussée ou butée).

On détermine ainsi la valeur de la force \vec{F} en fonction de l'angle θ que fait le plan de rupture avec l'horizontale.

D'après le calcul des charges limites résultant de la théorie de la plasticité [\[9\]](#), l'expression ainsi obtenue correspond à la méthode cinématique, c'est-à-dire à une approche par l'extérieur de la vraie valeur de F . C'est pourquoi la force de poussée sera obtenue en prenant le maximum de $F^+(\theta)$, alors que la force de butée sera obtenue en prenant le minimum de $F^-(\theta)$. Dans les deux cas, on écrira que :

$$\frac{dF(\theta)}{d\theta} = 0$$

Il faut remarquer que cette théorie ne permet pas de déterminer le point d'application de la force \vec{F} . Lorsqu'il en est besoin, on suppose une répartition linéaire des contraintes sur le parement du mur, et le point d'application de la force résultante \vec{F} est alors situé au tiers de la hauteur à partir de la base.

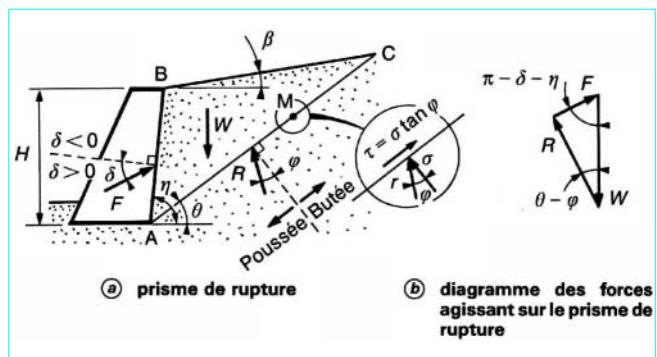


Figure 11 – Forces de poussée ou de butée exercées sur un mur par la méthode de Coulomb

3.1.2 Calcul

Le diagramme des forces appliquées sur le coin ABC donne, dans le cas de la poussée (figure [11b](#)) :

$$F^+ = W \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\delta + \eta + \varphi - \theta)}$$

avec $W = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\sin(\eta - \beta) \sin(\eta - \theta)}{\sin^2 \eta \sin(\theta - \beta)}$

Pour trouver l'orientation du plan de rupture, il faut déterminer le maximum de F^+ , c'est-à-dire écrire que :

$$\frac{\partial F^+}{\partial \theta} = 0$$

La formule générale donnant la force de poussée est la suivante :

$$F_a = \frac{1}{2} K_a \gamma H^2$$

avec $K_a = \frac{\sin^2(\eta - \varphi)}{\sin^2 \eta \sin(\eta + \delta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - \beta)}{\sin(\eta + \delta) \sin(\eta - \beta)}} \right]^2}$

La force de butée a , de même, pour expression générale :

$$F_p = \frac{1}{2} K_p \gamma H^2$$

avec $K_p = \frac{\sin^2(\eta + \varphi)}{\sin^2 \eta \sin(\eta + \delta) \left[1 - \sqrt{\frac{\sin(\varphi - \delta) \sin(\varphi + \beta)}{\sin(\eta + \delta) \sin(\eta - \beta)}} \right]^2}$

Traitons, à titre d'exemple, le cas de la paroi verticale, du massif à surface horizontale et de l'angle δ nul, en poussée.

Dans ce cas :

$$F^+ = W \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - \varphi)} = W \tan(\theta - \varphi)$$

avec $W = \frac{1}{2} \gamma H^2 \cot \theta$

$$F^+ = \frac{1}{2} \gamma H^2 \cot \theta \tan(\theta - \varphi)$$

On cherche le maximum de F :

$$\frac{dF^+}{d\theta} = \frac{1}{2} \gamma H^2 \left[-\frac{\tan(\theta - \varphi)}{\sin^2 \theta} + \frac{\cot \theta}{\cos^2(\theta - \varphi)} \right] = \frac{1}{4} \gamma H^2 \left[\frac{\sin 2\theta - \sin 2(\theta - \varphi)}{\sin^2 \theta \cos^2(\theta - \varphi)} \right] = 0$$

$$\text{le maximum a lieu pour : } \theta = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$$

$$\text{ce qui correspond à : } K_a = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

La valeur de la force de poussée F_a est alors :

$$F_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

On constate que le coefficient de poussée K_a coïncide alors avec l'expression trouvée dans le cas géostatique ([§ 2.1.2](#)).

Exemple

Si $H = 10$ m, $\gamma = 18$ kN/m³ et $\varphi = 35^\circ$

$$F_a = 243,9 \text{ kN par mètre linéaire de mur.}$$

Un autre cas est celui où, dans les mêmes conditions, l'angle de frottement δ entre le sol et le mur a la valeur maximale : $+ \varphi$. La formule générale donne alors, toujours pour la force de poussée :

$$F_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos \varphi}{(1 + \sqrt{2} \sin \varphi)^2}$$

3.1.3 Méthode graphique de Culmann

Lorsque les conditions géométriques ne permettent pas de déterminer analytiquement la force de poussée ou de butée, on utilise alors la méthode graphique de Culmann qui est illustrée par la figure 12 dans le cas de la poussée et dont le principe est décrit ci-après.

La masse de sol derrière le mur est subdivisée en une succession de coins. Pour chacun de ces coins, délimité par un plan de rupture passant par le point B au pied du mur et incliné de l'angle θ_i sur l'horizontale, on détermine, grâce au graphique de la résultante générée des forces appliquées (W_i, R_i, F_i), la force correspondante F_i exercée sur le parement du mur. Pour cela, les poids W_i des différents coins sont reportés sur un axe BX faisant l'angle φ avec la direction horizontale et les forces F_i sont tracées à partir des extrémités des W_i , parallèlement à l'axe BY faisant l'angle $(\delta + \eta)$ avec l'axe BX. Les extrémités des forces F_i sont sur les plans de rupture inclinés de θ_i d'après le diagramme des résultantes et leur ensemble constitue la ligne de Culmann. Le point où la tangente à cette courbe est parallèle à l'axe BX correspond à la valeur maximale de F_i , soit à la poussée limite F_a , et détermine le plan de rupture le plus dangereux, incliné de l'angle θ_a sur l'horizontale.

La méthode s'applique de façon analogue à la détermination de la force de butée F_p .

Il est intéressant de remarquer que cette méthode permet de prendre en compte toute surcharge ponctuelle ou répartie appliquée à la surface du sol retenu par le mur (figure 12).

3.1.4 Frottement entre le sol et le mur

La valeur de l'angle de frottement δ entre le mur et le sol est limitée par l'angle de frottement interne φ du sol, donc :

$$-\varphi \leq \delta \leq +\varphi$$

Cet angle δ est en général positif, car le massif a tendance à tasser plus que le mur. On prend alors couramment :

$$\delta = 2/3 \varphi$$

Pour plus de précisions, on se reporterà à l'article *Murs de soutènement* [C 244] de la présente rubrique.

3.1.5 Cas des sols flottants et cohérents

Dans le cas des sols flottants et cohérents, le problème est un peu plus complexe. Sur le plan de rupture, les contraintes tangentielle τ et normale σ sont en effet liées par la relation de Mohr-Coulomb :

$$\tau = c + \sigma \tan \varphi$$

avec c cohésion du sol.

Il en résulte, dans l'équilibre du prisme de rupture, une force supplémentaire, d'intensité $c\ell$ ($\ell = AC$, figure 11) parallèle au plan de rupture, due à la cohésion.

Dans le cas d'un mur à paroi verticale ($\eta = \pi/2$), d'un sol à surface horizontale ($\beta = 0$) et d'un angle de frottement nul entre le sol et le mur ($\delta = 0$), on trouve pour expression de la force de poussée :

$$F_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) - 2 cH \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

En dehors de cas simples analogues, la détermination des forces de poussée ou de butée doit se faire par la méthode graphique (§ 3.1.3).

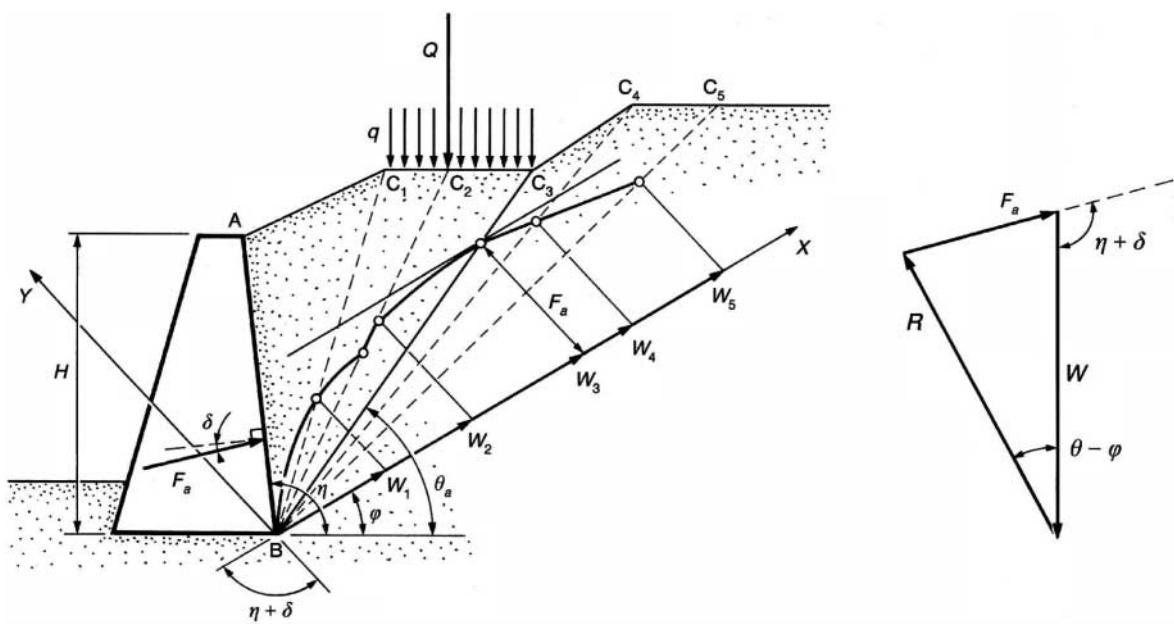


Figure 12 – Méthode graphique de Culmann (cas de la force de poussée)

3.2 Méthode de Rankine

3.2.1 Principe

La méthode de Rankine consiste à calculer les forces de poussée et de butée à partir d'une approximation de l'état des contraintes dans le sol au contact de l'écran.

Si \vec{f} est la contrainte exercée par le sol sur l'écran, la force de poussée ou de butée par unité de longueur de l'écran a pour expression :

$$\vec{F} = \int_0^H \vec{f} dz$$

Cette méthode repose sur l'hypothèse simplificatrice fondamentale suivante :

La présence de discontinuités, provoquées par la présence de murs ou d'écrans à la surface d'un massif de sol, ne modifie pas la répartition des contraintes verticales dans le sol (figure 13).

Ainsi, sur un plan parallèle à la surface du massif de sol, la contrainte reste verticale et égale à $\gamma z \cos \beta$ (β : angle d'inclinaison de la surface du sol par rapport à l'horizontale).

L'inconvénient d'une pareille hypothèse est d'imposer, en tout point du mur, la direction de la contrainte qui s'exerce sur le mur, et donc de ne pas tenir compte de la valeur du frottement entre le mur et le sol. Ainsi, dans le cas d'un sol à surface horizontale et d'un mur à paroi verticale, la théorie de Rankine suppose que le frottement entre le mur et le sol est nul, puisque la contrainte est horizontale.

Cette méthode conduit à une répartition triangulaire des contraintes de poussée ou de butée sur l'écran et permet d'obtenir le point d'application de la force correspondante.

On examine ci-après trois exemples d'application.

3.2.2 Force de poussée pour un massif pulvérulent saturé à surface horizontale

Soit un mur à parement vertical supportant un massif à surface horizontale, constitué d'un sol pulvérulent saturé. La nappe affleure à la surface du massif (figure 14).

Si le sol est en état de rupture de poussée, la contrainte qui s'exerce sur le mur est horizontale, principale et a pour expression :

$$\sigma_h = u + K_a \sigma'_v$$

avec $K_a = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$ (§ 2.1.2)

soit encore : $\sigma_h = \gamma_w z + K_a (\gamma - \gamma_w) z$

avec γ_w poids spécifique de l'eau.

La répartition est linéaire, et la force de poussée horizontale F_a est appliquée au tiers de la hauteur à partir de la base. Elle a pour expression :

$$F_a = \int_0^H \sigma_h dz$$

$$F_a = 1/2 (\gamma_w + K_a \gamma') H^2 \quad \text{avec } \gamma' = \gamma - \gamma_w$$

Exemple

Si $H = 5$ m, $\gamma = 20$ kN/m³, $\gamma_w = 10$ kN/m³ et $\varphi = 30^\circ$

$F_a = 166,6$ kN par mètre linéaire de mur.

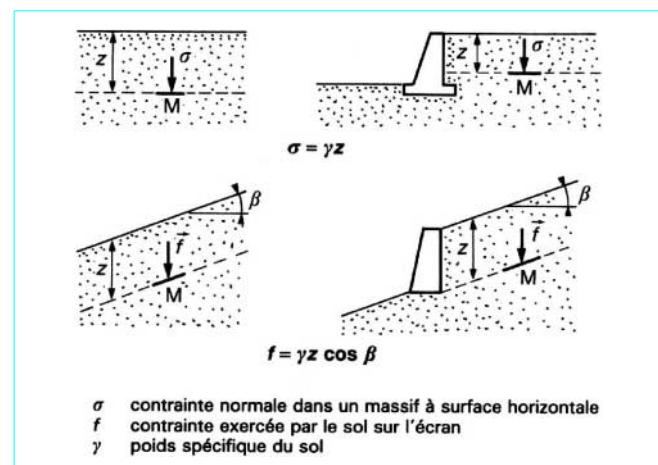


Figure 13 – Hypothèse de la méthode de Rankine

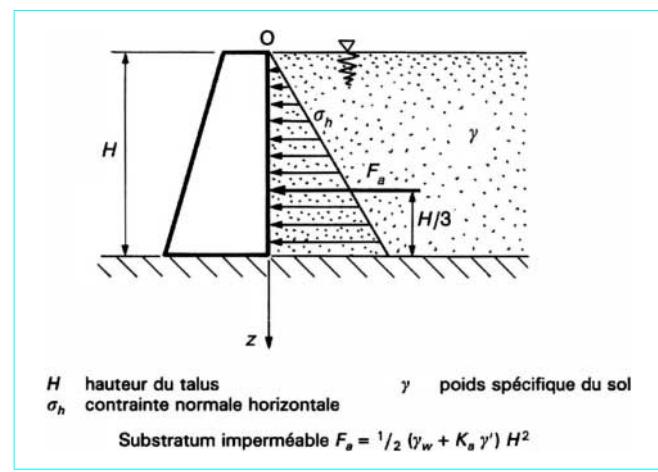


Figure 14 – Force de poussée exercée par un massif pulvérulent saturé

3.2.3 Force de butée pour un massif pulvérulent à surface inclinée

Soit un écran vertical appliqué sur un massif pulvérulent dont la surface est inclinée d'un angle β sur l'horizontale (figure 15). Si l'on met le sol en rupture de butée, la force de butée exercée est donnée par :

$$\vec{F}_p = \int_0^H \vec{f} dz$$

La contrainte \vec{f} exercée sur le sol est inclinée de l'angle β sur l'horizontale et a pour valeur :

$$f = K_p (\beta) \gamma z \cos \beta \quad (\text{d'après § 2.2.1})$$

d'où $F_p = \frac{1}{2} K_p (\beta) \gamma H^2 \cos \beta$

Cette force est inclinée de l'angle β et appliquée au tiers de la hauteur à partir de la base.

3.2.4 Stabilité d'une tranchée dans un sol cohérent

Soit un sol fin cohérent saturé dans lequel on exécute une tranchée à parois verticales dans des conditions non drainées du sol (exécution rapide) (figure 16). Jusqu'à quelle profondeur la tranchée est-elle stable ?

Sur les parois de la tranchée, l'état de contraintes est :

$$\sigma_h = 0$$

$$\sigma_v = \gamma z$$

Si H est la profondeur de la tranchée, la condition pour qu'aucun point de la paroi ne soit en rupture est :

$$\sigma_v - \sigma_h < 2 c_u$$

puisque le critère de rupture est, à court terme : $\tau = c_u$.

On en déduit une profondeur critique qui est :

$$H_c = 2c_u/\gamma$$

Exemple : si le poids volumique du sol est $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ (ce qui correspond à la valeur moyenne du poids volumique d'un sol saturé) et si la cohésion c_u est égale à 50 kPa , la profondeur critique est égale à :

$$H_c = 2c_u/\gamma = 5 \text{ m}$$

En fait, des déformations appréciables (pouvant d'ailleurs entraîner une rupture progressive de la tranchée) se produisent pour une profondeur beaucoup plus faible. Il est donc utile de prendre un coefficient de sécurité au moins égal à 1,5.

La profondeur critique devient :

$$H_c = 3,33 \text{ m}$$

3.3 Méthode des équilibres limites

La méthode des équilibres limites, dont le schéma a été présenté au paragraphe 2.2.2, permet de déterminer les forces de poussée et de butée à partir de la connaissance de coefficients K_a et K_p tels que :

$$K_a = \frac{\sqrt{\sigma_x^2 + \tau_{xz}^2}}{\gamma z} = \frac{|f|}{\gamma z}$$

Cette méthode conduit à une répartition linéaire des contraintes sur l'écran et par suite :

$$F = \frac{1}{2} \int_0^H f dz = \frac{1}{2} K_a \gamma H^2$$

Les tables de Sokolovski ou de Caquot-Kérisel sont directement utilisables dans le cas d'un sol pulvérulent. Lorsque le sol présente de la cohésion, on est conduit à appliquer le théorème des états correspondants dont l'énoncé est le suivant (Caquot-Kérisel) :

« Le milieu cohérent peut être remplacé par un milieu pulvérulent, de même forme et de même angle de frottement interne φ , supportant la contrainte $\mathcal{H} = c \cot \varphi$ sur toute la surface extérieure, c'est-à-dire, d'une part, sur la surface libre où elle joue le rôle d'une surcharge, d'autre part, sur la surface en contact avec l'écran, où, dirigée vers l'intérieur du massif, elle vient en déduction de la composante normale d'action du massif » [1].

Ce théorème est illustré par la figure 17.

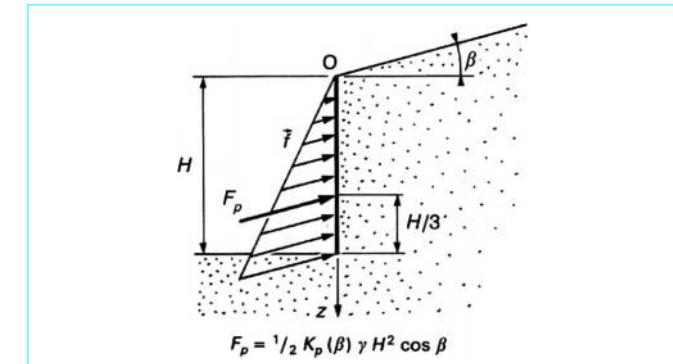


Figure 15 – Force de butée sur un massif pulvérulent à surface inclinée

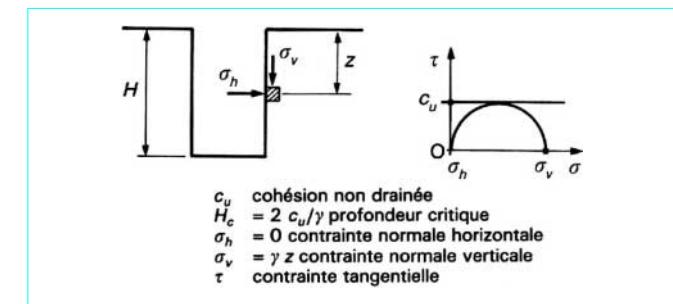


Figure 16 – Stabilité d'une tranchée en terrain cohérent

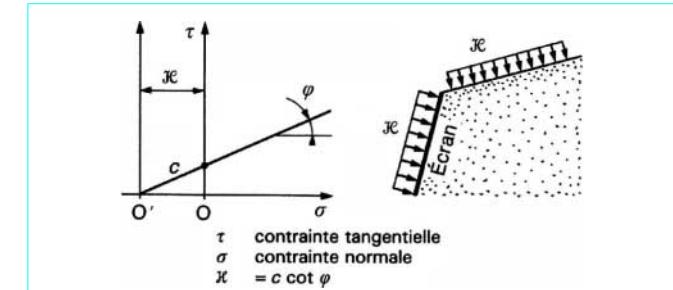


Figure 17 – Théorème des états correspondants

3.4 Comparaison des différentes méthodes

3.4.1 Comparaison à partir des hypothèses initiales

Pour comparer les trois méthodes présentées dans les paragraphes précédents, on analyse, pour chaque méthode, la prise en compte des contraintes et de l'état de rupture dans le sol.

Méthode de Coulomb (§ 3.1)

La zone de rupture est réduite à un plan et il n'y a aucune prise en compte de l'état des contraintes dans le sol. L'hypothèse du plan de rupture est relativement bien vérifiée pour les sols pulvérulents en état de poussée, mais ne l'est plus ni pour les sols cohérents, ni pour les états de butée.

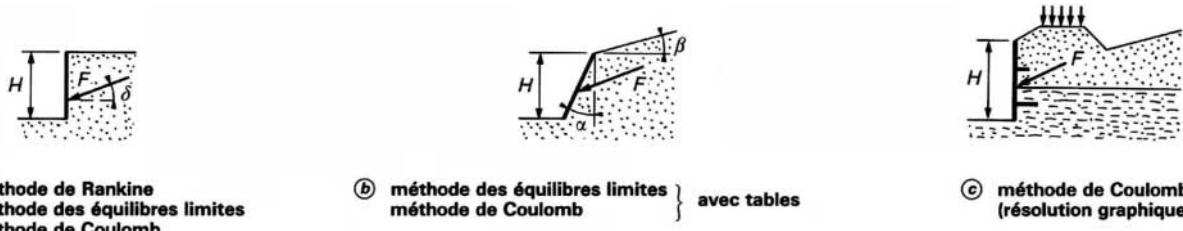


Figure 18 – Méthodes couramment utilisées pour le calcul des forces de poussée et de butée

■ Méthode de Rankine (§ 3.2)

Basée sur toute une zone en rupture, elle présente l'inconvénient d'imposer, *a priori*, la valeur du frottement entre le sol et le mur. Par ailleurs, l'hypothèse $\sigma_v = \gamma z$ est d'autant plus inexacte que le frottement est moins négligeable.

■ Méthode des équilibres limites (§ 3.3)

C'est la plus satisfaisante des trois méthodes, compte tenu des hypothèses faites. Dans la pratique, elle est utilisée au moyen de tables [2].

3.4.2 Choix d'une méthode

Dans les calculs de forces de poussée ou de butée, le choix d'une méthode dépend également de la géométrie de l'ouvrage.

■ Écran vertical et surface de massif horizontale

La méthode de Rankine, malgré ses simplifications, est dans ce cas fréquemment utilisée, notamment pour les prédimensionnements. Il convient cependant de vérifier si l'hypothèse de frottement nul n'est pas trop éloignée de la réalité. La méthode des équilibres limites et la méthode de Coulomb sont indifféremment utilisées pour la poussée. Pour la butée, l'hypothèse de surface de rupture plane est à rejeter et seule la méthode des équilibres limites convient.

■ Écran plan incliné et surface de massif inclinée

La méthode des équilibres limites permet un calcul correct des forces de poussée et de butée. On utilise aussi la méthode de Coulomb à partir de tables [5], dans le cas de problèmes de poussée.

■ Écran quelconque et surface de massif quelconque

On applique la méthode de Coulomb avec résolution graphique, car c'est alors la seule utilisable. Des tables existent pour les cas les plus courants.

La figure 18 illustre ces trois cas.

4. Calcul de la poussée exercée par un sol saturé, siège d'un écoulement d'eau

Considérons un mur de soutènement à parement vertical supportant un massif de sol fin et à surface horizontale. Supposons qu'à la fin de la construction, ou peu de temps après, le massif soit saturé. Cette saturation peut provenir de deux causes : soit d'une alimentation par la surface à la suite de pluies continues, soit d'une alimentation par une nappe dans le sol naturel. Le calcul de la force de poussée, durant cette période qui suit la construction, devra se

faire dans des conditions non drainées ou de comportement à court terme (cf. article *Stabilité des pentes. Glissements en terrain meuble* [C 254]).

S'il existe un drain juste à l'arrière du mur et sous le mur, les surpressions interstitielles vont diminuer jusqu'à ce que l'on atteigne un état d'équilibre. Dans le cas où le massif est constamment alimenté, soit par des pluies, soit par une nappe souterraine, cet état d'équilibre sera représenté par un écoulement permanent d'eau dans le sol. Le calcul de la force de poussée devra alors se faire dans des conditions drainées ou de comportement à long terme.

4.1 Massif non drainé

Si l'hypothèse d'un frottement proche de zéro entre le sol et le mur est valable, on peut utiliser la méthode de Rankine (§ 3.2).

Exemple (figure 19) : pour une argile molle de poids volumique $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ et de cohésion $c_u = 20 \text{ kPa}$, la contrainte horizontale sur le mur est :

$$\sigma_h = \sigma_v - 2c_u = 18z - 40$$

Si la hauteur du mur est $H = 10 \text{ m}$ et en supposant qu'il n'y ait pas de fissures de traction, la poussée a pour valeur :

$$F_a = \int_0^H \sigma_h dz = 0,5 \times 18 \times 10^2 - 40 \times 10 = 500 \text{ kN}$$

par mètre linéaire.

S'il y a des fissures de traction à l'arrière du mur, dans le haut du massif, il ne faut pas tenir compte des contraintes de traction dans le diagramme de poussée, c'est-à-dire jusqu'à la profondeur :

$$H_c = 2c_u/\gamma = 40/18 = 2,2 \text{ m}$$

On a alors :

$$F_a = \int_{2,2}^{10} (18z - 40) dz = \left[18 \frac{z^2}{2} - 40z \right]_{2,2}^{10} = 544 \text{ kN}$$

par mètre linéaire.

4.2 Massif drainé

4.2.1 Méthode de Coulomb

Lorsque des forces volumiques d'écoulement à travers le massif viennent s'ajouter aux forces de pesanteur, il n'est généralement plus possible d'utiliser la méthode de Rankine et seule la méthode de Coulomb est alors utilisable, en considérant, qu'en plus des forces habituelles, s'exerce, sur le plan de rupture considéré, la force résultante \vec{U} des pressions interstitielles.

En chaque point M de ce plan de rupture, la pression interstitielle u_M est calculée à partir de la charge hydraulique h_M par la relation :

$$h_M = (u_M/\gamma_w) + z_M$$

avec z_M cote du point M comptée à partir d'un plan de référence.

Considérons le cas d'un mur supportant un massif dont la surface horizontale est soumise à des pluies continues et qui comporte un drain vertical continu derrière le mur, relié à des barbacanes situées à la base du mur et permettant l'évacuation de l'eau (figure 20).

La différence de charge hydraulique entre deux points A et M s'écrit :

$$h_A - h_M = [(u_A - u_M)/\gamma_w] + (z_M - z_A)$$

Si les points A et M se trouvent sur une même ligne équipotentielle et si, de plus, le point A se trouve au niveau du drain (figure 20a) :

$$h_A = h_M \text{ et } u_A = 0$$

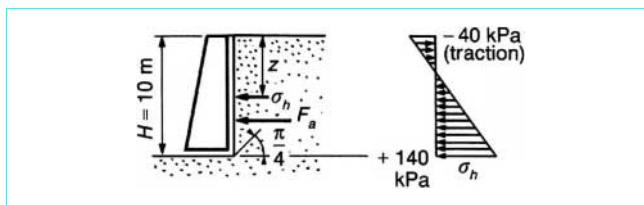


Figure 19 – Force de poussée. Massif non drainé

Dans ces conditions :

$$u_M = \gamma_w (z_A - z_M)$$

La surface grisée représente donc U/γ_w .

Le diagramme des forces (figure 20b et c) montre que l'on a :

$$c'\ell \cos \varphi' + F \cos (\varphi' + \delta - \theta) - W \sin (\theta - \varphi') - U \sin \varphi' = 0$$

soit $F = \frac{W \sin (\theta - \varphi') + U \sin \varphi' - c'\ell \cos \varphi'}{\cos (\varphi' + \delta - \theta)}$

À partir de cette formule, on détermine graphiquement le maximum de la force F en fonction de l'angle θ , d'où la force de poussée F_a .

4.2.2 Méthode simplifiée

Dans le cas d'une alimentation par des pluies continues, on peut supposer que les lignes d'écoulement sont approximativement verticales dans une bonne partie du massif derrière le mur (figure 21). Le calcul se simplifie alors considérablement puisqu'en tout point la force d'écoulement est verticale, descendante et égale à $\vec{\gamma}_w$ (le gradient hydraulique i est égal à 1).

La force de poussée qui s'exerce derrière le mur à parement vertical pour un massif à surface horizontale, de hauteur H , a alors pour expression, d'après la théorie de Rankine :

$$F_a = \frac{1}{2} K_a \gamma H^2$$

avec $K_a = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} \right)$

puisque, dans ce cas : $\vec{\gamma} = \vec{\gamma}' + i \vec{\gamma}_w$

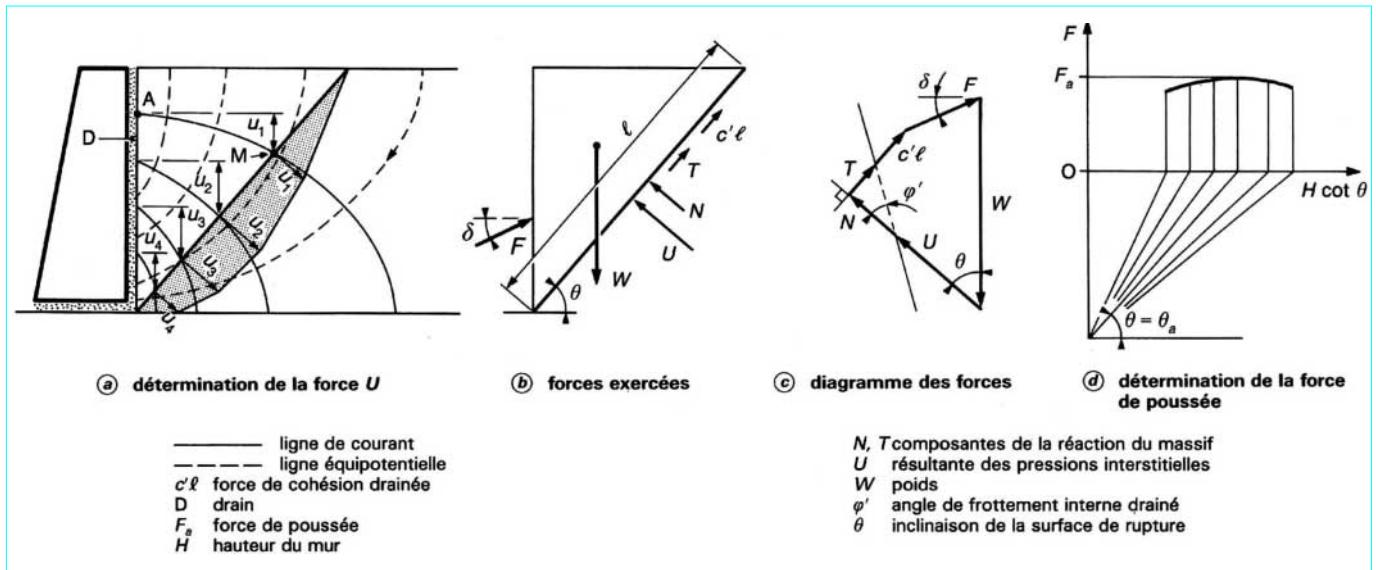


Figure 20 – Calcul d'une force de poussée. Massif drainé avec écoulement

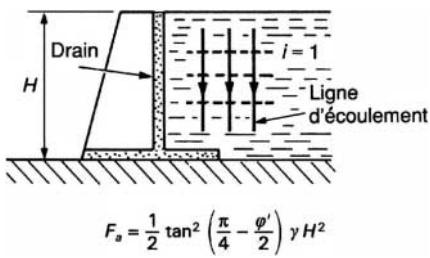


Figure 21 – Massif drainé : méthode de l'écoulement vertical

5. Cas particuliers

5.1 Surcharges à la surface du sol

La méthode de Coulomb ([§ 3.1](#)) est bien adaptée à tous les cas de surcharges (uniforme, non uniforme, ponctuelle), en utilisant la méthode graphique de Culmann.

Dans le cas simple d'une surcharge verticale uniforme q , toutes les méthodes sont utilisables, en particulier la méthode de Rankine ([§ 3.2](#)) qui consiste alors à prendre en compte pour contrainte verticale sur les plans parallèles à la surface d'inclinaison α :

$$\sigma_v = \gamma z \cos \alpha + q$$

Les méthodes de Rankine et des équilibres limites (Caquot-Kérisel) ([§ 3.3](#)) ne peuvent pas prendre en compte des surcharges non uniformes. Pour pallier cette difficulté, on fait parfois un calcul par étapes en calculant d'abord les efforts de poussée et de butée sans surcharge, et en ajoutant sur l'écran les contraintes résultant de la surcharge et calculées par la théorie de l'élasticité (formule de Boussinesq, cf. article *Théorie de l'élasticité* [A 305] dans le traité Sciences fondamentales). Cette superposition d'un calcul en équilibre limite et d'un calcul élastique n'est toutefois pas satisfaisante et ne peut se justifier que pour des états de poussée et de butée loin de l'équilibre limite et proches de l'état au repos (coefficient K_0), où les déplacements de l'écran sont compatibles avec ceux provoqués par la surcharge en milieu semi-infini et élastique.

La figure 22 traite trois cas de surcharges (concentrée, linéaire, bande linéaire) en élasticité dans l'hypothèse d'un écran vertical et d'une surface de sol horizontale. Si l'écran est strictement indéformable (cas des ponts cadres et des bétonnages extrêmement rigides), les contraintes horizontales σ_h calculées doivent être multipliées par 2. La formule de Boussinesq et son intégration donnent :

— charge concentrée :

$$\sigma_h = \frac{3Q}{2\pi} x^2 z R^{-5}$$

— charge linéique, parallèle à l'écran :

$$m > 0,4 \quad \sigma_h = 1,27 \frac{q}{H} \frac{m^2 n}{(m^2 + n^2)^2}$$

$$m < 0,4 \quad \sigma_h = 0,203 \frac{q}{H} \frac{m}{(0,16 + n^2)^2}$$

— bande linéaire uniformément chargée :

$$\sigma_h = \frac{2q}{\pi} \left[(\beta + \sin \beta) \sin^2 \alpha + (\beta - \sin \beta) \cos^2 \alpha \right]$$

5.2 Effet de silo

Si l'espace de remblaiement derrière un mur est très étroit (figure 23), le coin de poussée théorique n'a pas la possibilité de se développer. Il peut en résulter, surtout si l'élément limitant l'espace est rigide (mur rigide, pan de rocher, etc.), une réduction sensible des pressions verticales, similaire à ce que l'on observe dans les silos, et due au développement d'un effet de voûte entre deux parois.

L'équilibre d'une petite tranche verticale de remblai s'écrit en effet :

$$b d\sigma_v - 2\tau dz = 0$$

avec

$$\tau = \sigma_h \tan \delta = K \sigma_v \tan \delta$$

L'intégration de cette équation donne :

$$\sigma_v = \gamma z_0 [1 - e^{-z/z_0}]$$

où z_0 est la profondeur fictive, correspondant à une pression des terres γz_0 égale à la valeur maximale de σ_v pour $z \rightarrow \infty$, et qui est donnée par l'expression :

$$z_0 = \frac{\gamma b}{2K \tan \delta}$$

avec K coefficient de pression des terres que l'on prend fréquemment dans ce cas égal à K_0 ,

δ angle de frottement sol-paroi que l'on peut prendre égal à $2/3 \varphi$ en l'absence de données plus précises.

5.3 Effet du compactage

Lorsqu'un remblai est compacté par couches derrière un ouvrage de soutènement, l'expérience a montré que la pression latérale des terres s'exerçant sur le mur pouvait être assez largement augmentée avec un coefficient de pression des terres, dans certains cas, assez supérieur au coefficient de pression latérale des terres au repos K_0 . C'est avec des remblais humides et à forte teneur en fines que l'on obtient les valeurs les plus fortes.

L'expérience a par ailleurs montré que ces surpressions sont à peu près proportionnelles à l'énergie de compactage utilisée et décroissent assez rapidement avec la profondeur au fur et à mesure de la montée des couches. Il en résulte qu'une fois le mur terminé, les surpressions dues au compactage ne s'exercent que dans la partie supérieure du mur avec une répartition telle qu'indiquée sur la figure 24.

5.4 Renard hydraulique

Lorsqu'existe une dénivellation de nappe de part et d'autre de l'ouvrage de soutènement et qu'il peut y avoir écoulement d'eau sous le pied de l'ouvrage, deux éléments sont à considérer :

— les pressions d'écoulement et les gradients hydrauliques correspondants ont pour effet d'augmenter la poussée et de diminuer la butée par rapport au cas hydrostatique (pas d'écoulement) ;

— on peut craindre une rupture par érosion interne au pied de l'ouvrage (phénomène appelé renard hydraulique) vis-à-vis de laquelle il convient de limiter la valeur du gradient hydraulique.

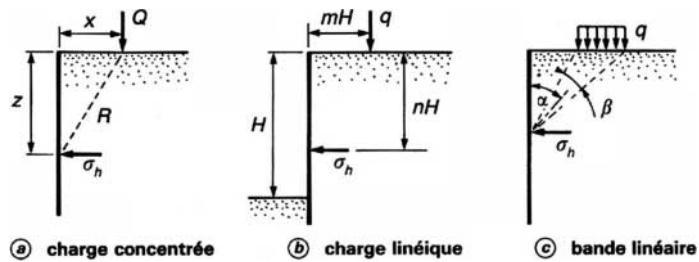


Figure 22 – Calcul élastique des contraintes horizontales apportées sur un écran par des surcharges

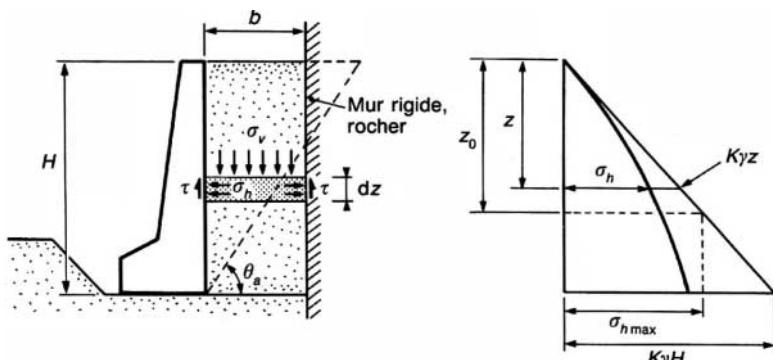
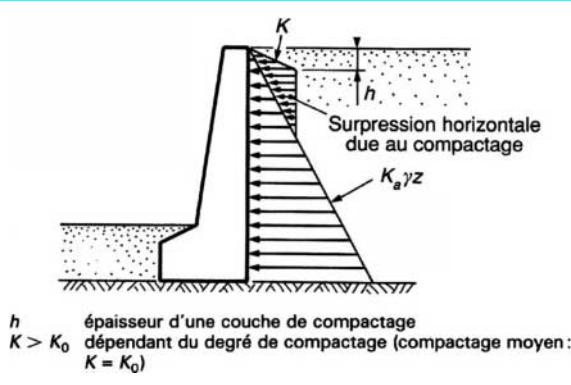


Figure 23 – Réduction de la poussée par effet de silo



la perte de charge aval entre les points B et C à la perte de charge totale entre les points A et C (figure 25). Sa valeur est donnée implicitement par l'équation :

$$\tan(\pi\rho) - \pi\rho = \pi \frac{\ell_e}{\ell_i - \ell_e}$$

que l'on peut approcher par la formule :

$$\rho = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\ell_i}{\ell_e}}}$$

Par la méthode de Rankine ou des équilibres limites (Caquot-Kérisel), on détermine alors la contrainte effective de poussée ou de butée sur l'écran ; sachant que tout se passe comme si le poids volumique déjaugé du sol devenait :

$$\gamma'_i = \gamma' + i_i \gamma_w = \gamma - \gamma_w (1 - i_i) \text{ côté poussée}$$

$$\gamma'_e = \gamma' + i_e \gamma_w = \gamma - \gamma_w (1 + i_e) \text{ côté butée}$$

on obtient alors :

$$\begin{cases} \sigma'_{ha} = \gamma'_i \ell_i K_a & (\text{poussée}) \\ \sigma'_{hp} = \gamma'_e \ell_e K_p & (\text{butée}) \end{cases}$$

À ces contraintes effectives, il faut ajouter, en tout point à la profondeur z , la pression d'eau qui a pour expression :

$$\begin{cases} u = \gamma_w (1 - i_i) z_i & \text{côté poussée} \\ u = \gamma_w (1 + i_e) z_e & \text{côté butée.} \end{cases}$$

5.4.2 Rupture par érosion interne

L'érosion interne sous un ouvrage de soutènement peut se produire comme indiqué à la figure 26, dans le cas d'un sol granulaire. L'eau s'écoule d'une nappe à l'autre sous l'ouvrage et, si le gradient est trop élevé, il y a entraînement de particules de sol et érosion à la partie aval où se forme un petit chenal. Ce dernier provoque une augmentation du gradient hydraulique et d'autres entraînements de particules accélérant le phénomène. On peut ainsi arriver à l'entraînement d'un assez large volume de sol conduisant à la rupture de la fondation par érosion interne. C'est le phénomène de renard hydraulique.

5.5 Surcharges dynamiques

Les surcharges dynamiques augmentent la poussée et diminuent la butée des terres. La méthode de Coulomb ([§ 3.1](#)) est bien adaptée à la prise en compte de ces surcharges sous forme pseudostatique : c'est la méthode dite de Mononobe-Okabe (figure 27) qui reste limitée à des remblais sans eau et sans cohésion, et est très utilisée dans les études de stabilité sismique.

Cette méthode consiste à prendre en compte l'action du séisme par une densité volumique de forces $\vec{\gamma} k$ (composante horizontale γk_h , composante verticale $\pm \gamma k_v$) qui s'ajoute à l'action de la pesanteur. Comme dans la méthode classique de Coulomb, on étudie l'équilibre de coins à l'arrière du mur (figure 27) et l'on détermine la poussée dynamique totale (statique + dynamique) en prenant la valeur maximale par rapport à l'angle d'inclinaison α du plan de rupture sur l'horizontale, ce qui donne l'expression :

$$F_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 (1 \pm k_v) (K_a)$$

avec :

$$K_a = \frac{\cos^2(\varphi - \theta - \lambda)}{\cos \theta \cos^2 \lambda \cos(\delta + \lambda + \theta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \cos(\varphi - \theta - \beta)}{\cos(\delta + \lambda + \theta) \cos(\beta - \lambda)}} \right]^2}$$

et $\theta = \arctan\left(\frac{k_h}{1 \pm k_v}\right)$

Les valeurs pratiques de k_h varient généralement de 0,1 à 0,3 selon les pays, la zone sismique et les conditions de fondation de l'ouvrage. La valeur de k_v est souvent prise égale à $k_h/3$.

Pour les sols sans cohésion, avec un angle de frottement interne φ voisin de 35° , la poussée dynamique additive (à ajouter à la poussée statique) peut être évaluée à partir de l'expression simplifiée proposée par Seed et Whitman (1977) :

$$(F_a)_{dyn} = \frac{1}{2} \gamma H^2 \times 0,75 k_v$$

Cette force a son point d'application à 0,4 H de profondeur sous la tête du mur.

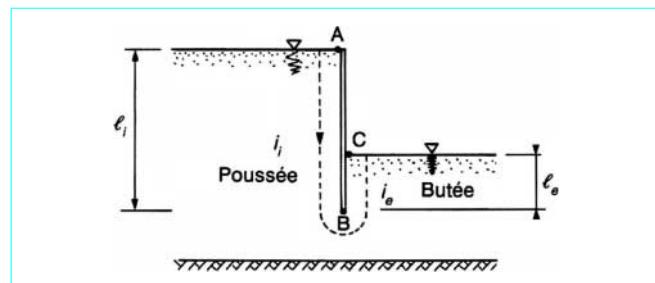


Figure 25 – Méthode des gradients hydrauliques moyens
(d'après Mandel)

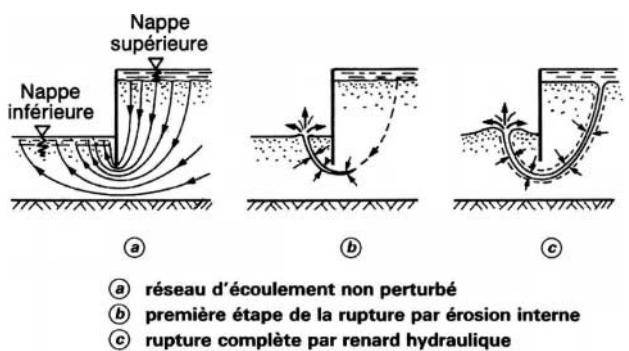


Figure 26 – Phénomène de rupture par renard hydraulique

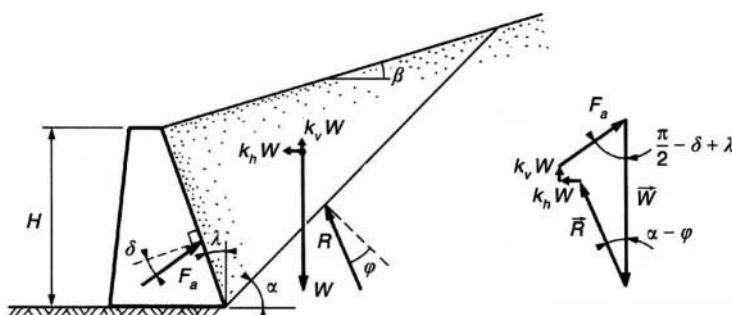


Figure 27 – Méthode de Mononobe-Okabe

6. Conclusion

Cet article constitue la base théorique du dimensionnement des ouvrages de soutènement. Il faut retenir que les efforts exercés dépendent fondamentalement des déplacements possibles des ouvrages par rapport aux massifs retenus.

Par ailleurs, comme toujours en mécanique des sols, la présence d'eau augmente les difficultés de calcul : dans le cas d'un massif de sol fin saturé, les comportements à court terme et à long terme doivent alors être pris en considération.

Références bibliographiques

- [1] CAQUOT (A.) et KÉRISEL (J.). – *Traité de mécanique des sols*. 288 p., 16 × 25 fig. tabl., 4^e éd., Gauthier-Villars (1969).
- [2] CAQUOT (A.) et KÉRISEL (J.). – *Tables de butée et poussée*. 194 p., 16 × 25 2^e éd., Gauthier-Villars (1973).
- [3] SCHLOSSER (F.). – *Éléments de mécanique des sols*. 276 p., Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées (1988).
- [4] SOKOLOVSKI (V.V.). – *Statics of granular media*. 284 p., Pergamon Press (1965).
- [5] Murs de soutènement. *Bases de calcul et de construction. Tables de dimensionnement*. 1^{re} éd., Union Suisse des Professionnels de la Route (1966).
- [6] BOURGES (F.). – *Calcul des efforts de poussée et de butée sur les ouvrages de soutènement*. Session « Les Ouvrages de soutènement ». Formation continue de l'École Nationale des Ponts et Chaussées (1985).
- [7] SCHLOSSER (F.) et DORMIEUX (L.). – *Talus et soutènements en dynamique des sols*. Revue Française de Géotechnique n° 37 p. 40-60, Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées (1986).
- [8] BELL (F.G.). – *Ground Engineer's Reference Book*. 59 chapitres, Butterworth (1987).
- [9] SALENÇON (J.). – *Calcul à la rupture et analyse limite*. 366 p., Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées (1983).
- [10] FILLIAT (G.). – *La pratique des sols et fondations*. Éditions du Moniteur (1981).
- [11] SETRA. – *Murs 73*. Ministère de l'Équipement et du Logement. Direction des Routes (1973).