

Constructions métalliques

Structures à câbles

par **Jean-Pierre LAUTE**

Ingénieur de l'École Spéciale des Travaux Publics
Expert Construction. Ingénieur Consultant
Professeur à l'École d'Architecture Paris-Villemin

1. Principes et analyse du comportement	C 2 580 - 3
1.1 Fondement	— 3
1.2 Équilibre statique d'un câble	— 3
1.2.1 Condition d'équilibre.....	— 3
1.2.2 Longueur développée	— 4
1.2.3 Allongement.....	— 4
1.3 Équilibre des systèmes de câbles	— 5
1.3.1 Condition d'équilibre.....	— 5
1.3.2 Répartition des actions entre câbles de courbures opposées	— 6
2. Familles de structures à câbles	— 7
2.1 Structures lestées	— 7
2.2 Structures prétendues.....	— 8
2.2.1 Notion de prétension.....	— 8
2.2.2 Systèmes planaires : les poutres-câbles.....	— 9
2.2.3 Systèmes spatiaux : résilles.....	— 11
2.3 Structures mixtes.....	— 13
2.3.1 Structures haubanées	— 13
2.3.2 Autres structures mixtes	— 15
3. Technologie des composants	— 15
3.1 Câbles	— 15
3.1.1 Définition normalisée	— 15
3.1.2 Définitions pratiques	— 15
3.2 Pièces de liaison	— 16
3.2.1 Dispositifs d'ancrage	— 16
3.2.2 Éléments de liaison	— 16
4. Spécificité des structures à câbles	— 18
4.1 Conception	— 18
4.2 Mise en œuvre	— 18
4.3 Comportement.....	— 18
4.4 Réglementation.....	— 19
4.5 Bilan	— 19
Pour en savoir plus	Doc. C 2 580

Plongeant leurs racines formelles aussi bien dans des exemples de réalisations humaines millénaires (tentes de populations nomades, velums romains) ou séculaires (ponts suspendus en **câbles** élaborés par tressage de végétaux en Asie, en Océanie, au Pérou) que dans des modèles naturels (toile de l'araignée), les structures à câbles se sont développées dans la période contemporaine en s'appuyant sur une technologie directement issue du génie civil (ponts suspendus, câbles de précontrainte).

Comme l'indique le titre placé en tête de cet article, il est en effet traité de l'utilisation des câbles en tant que tels comme composants de la structure de constructions permanentes. Ne sont donc nullement abordés les usages en éléments provisoires (haubanages), dans les engins de levage, transporteurs, etc.

Si l'on observe, surtout depuis quelques années, l'impact d'un certain courant architectural dit **high tech** qui cherche à donner à voir, à défaut trop souvent d'utiliser au meilleur escient, des éléments tendus, ou qui pourraient ou auraient pu l'être, en général rectilignes, pas nécessairement constitués de câbles d'ailleurs, on doit remarquer que les types d'ouvrages qui traduisent l'aboutissement le plus accompli des structures à câbles (résilles d'éléments entièrement tendus, l'**Idéal** du poète ?) sont hélas restés relativement confidentiels malgré certaines réalisations exemplaires au cours de la décennie antérieure, notamment les installations destinées aux Jeux Olympiques de Munich.

On peut penser malgré tout qu'en raison de leurs possibilités aussi bien techniques (nuances de résistance relativement très élevées) que morphologiques [grandes portées ; façon dont ce type de structures peut jouer son rôle de système structural (à savoir modifier la répartition et/ou la direction des actions) dans la définition et le marquage de l'espace créé ; associations nouvelles à des matériaux composites], les structures à câbles pourraient connaître un développement croissant.

« ... j'ai beau tirer le câble à sonner l'**Idéal**... »

Stéphane Mallarmé

Notations et Symboles	
Symbol	Définition
<i>A</i>	Terme analytique (géométrie du tracé)
<i>a</i>	Abscisse appui
<i>B</i>	Terme analytique (géométrie du tracé)
<i>D</i>	dL/df
<i>d</i>	Dénivelée
<i>E</i>	Module d'élasticité
<i>e</i>	Entre-axes poutres-câbles
<i>F</i>	Tension
<i>F_r</i>	Force de rupture requise
<i>f</i>	Flèche
<i>G</i>	Appui ; point d'ancrage
<i>H</i>	Poussée
<i>h</i>	Hauteur section fléchie
<i>I</i>	Inertie
<i>i</i>	Indice repérage câble
<i>j</i>	Indice repérage câble
<i>K_f</i>	Raideur de flexion
<i>K_n</i>	Raideur normale
<i>K'_n</i>	Raideur normale apparente
<i>K_{ne}</i>	Raideur normale efficace
<i>K'_{ne}</i>	Raideur normale efficace apparente
<i>L</i>	Longueur développée
<i>ℓ</i>	Portée
<i>M</i>	Moment de flexion
<i>N</i>	Effort normal
<i>P</i>	Charge concentrée
<i>p</i>	Charge répartie

Notations et Symboles	
Symbol	Définition
<i>P</i>	Câble porteur
<i>PH</i>	Paraboloïde hyperbolique
<i>P_{ch}</i>	Charges d'équipement et/ou d'exploitation
<i>P_{ne}</i>	Charge par neige extrême
<i>P_{nn}</i>	Charge par neige normale
<i>P_p</i>	Poids propre
<i>P_r</i>	Équivalent en charge de la prétenison
<i>P_{ve}</i>	Charge par vent extrême
<i>P_{vn}</i>	Charge par vent normal
<i>S</i>	Section
<i>s</i>	Abscisse curviligne
<i>T</i>	Câble tenseur
<i>U</i>	Moment de torsion
<i>V</i>	Composante verticale de réaction d'appui
<i>V₀</i>	Distance verticale entre point courant et ligne d'appuis
<i>W</i>	Terme analytique (<i>raideur</i> cumulée)
<i>Y</i>	Terme analytique (géométrie du tracé)
α	Abscisse charge
α_{θ}	Coefficient de dilatation thermique
β	Angle d'inclinaison hauban
γ	Angle d'inclinaison
$\Delta p(\Delta \theta)$	Équivalent en charge de la variation thermique
λ	Coefficient de répartition des actions
σ	Contrainte normale
Σ	Surface à courbures opposées épousée par une résille
ρ	Masse volumique

1. Principes et analyse du comportement

1.1 Fondement

La démarche tendant à l'optimisation *par spécialisation* des éléments ou des sections est très familière aux constructeurs métalliques (treillis, I pour la flexion, tubes pour la compression ou la torsion).

Il se trouve que, des quatre modes de sollicitation *pure* (effort normal, effort tangent, moment de flexion, moment de torsion), seul l'effort normal, lorsqu'il s'agit d'une traction, permet de soumettre *toute la section* à une contrainte normale constante en phase élastique, le cas échéant à sa valeur admissible ou limite. D'où, dans le but de la réduction maximale du poids propre de la structure, la recherche d'une conception, d'une composition structurale telles que *tous les composants* soient, in fine, uniquement *tendus* (contrainte maximale, affranchissement vis-à-vis de l'instabilité élastique), quel que soit le cas de charge.

De la façon plus ou moins élégante, ou même plus ou moins complète, selon laquelle se concrétise cette réflexion découle l'existence des diverses familles de solutions.

1.2 Équilibre statique d'un câble

Dans la pratique, le comportement statique d'un câble d'acier satisfait globalement (et non, *a contrario*, localement) aux lois de la **statique des fils** (le mot *fil* désignant dans ce sens un solide à ligne moyenne infiniment souple et flexible et non le composant décrit au paragraphe 3.1.2.1) ; cette hypothèse est suffisamment proche de la réalité puisque les valeurs courantes du rapport \emptyset/L (diamètre/longueur développée) d'un câble varient entre 1/1 000 et 1/5 000.

Remarque : on peut, sous un autre angle, rapprocher ces valeurs de celles du rapport h/ℓ (hauteur/longueur ou portée), soit 1/15 à 1/40 pour des éléments comprimés ou fléchis. Dans ces conditions, le tracé d'équilibre du câble, avant prise en compte des déformations élastiques, sera un polygone funiculaire, celui qui a la même longueur développée que lui, des actions auxquelles il est soumis ; il s'agit dans le cas général (par exemple, le paragraphe 2.2.3.1) d'une courbe gauche [1].

Il en résulte que le tracé d'un tel câble isolé est susceptible d'être très affecté par une modification des actions auxquelles il est soumis (figure 1a), sauf dans le cas très particulier où la nouvelle répartition de ces actions se déduit de la précédente par une simple affinité (aucune force n'est déplacée ; toutes, concentrées ou réparties, sont multipliées par un même scalaire) ; seuls alors apparaissent des déplacements dus aux elongations ou contractions élastiques du câble lesquels, compte tenu de leurs valeurs relatives, ne modifient pas dans la pratique la géométrie du tracé (figures 1b et 1c).

C'est d'ailleurs pourquoi l'utilisation effective d'un câble isolé, non lesté, ne constitue pas l'un des éléments d'une triangulation, reste limitée à des cas très particuliers (blondins, caténaires, téléphériques par exemple).

1.2.1 Condition d'équilibre

Soit un câble lancé entre deux appuis (appelés encore dans la profession, assez improprement, ancrages, ou points d'ancrage) dénivélés et soumis à un système d'actions constitué uniquement de forces verticales (figure 2a).

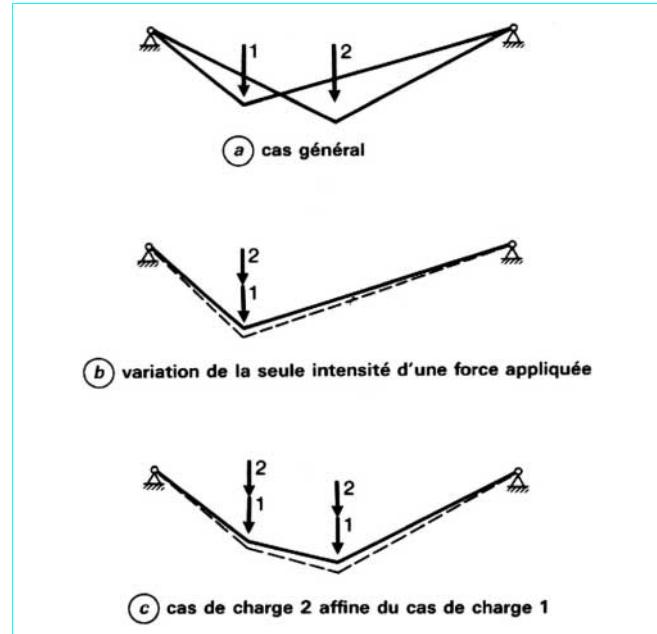


Figure 1 – Câble isolé : effet de la variation des actions sur la géométrie du tracé

Nota : pour la définition des paramètres, se reporter au tableau Notations et Symboles en début d'article.

a) La composante horizontale H de la tension dans le câble en un point quelconque est constante (somme des forces horizontales appliquées à un tronçon en équilibre égale à 0 [$H_C = H_0 = H_1 = H$]).

b) Notant $M_g(C)$ le moment en C des forces $p_i(\alpha), P_j$ appliquées à gauche de C et M_C le moment fléchissant en C , on a :

$$M_C = 0 \text{ (câble infiniment flexible)}$$

$$-H_0\left(v_0 + d\frac{x}{\ell}\right) + V_0x + M_g(C) = 0 \quad (1)$$

En outre, notant de la même façon $M_g(G_1)$ le moment en G_1 de toutes les forces $p_i(\alpha), P_j$ appliquées à gauche de G_1 et M_{G_1} le moment fléchissant en G_1 , on a :

$$M_{G_1} = 0 = -H_0d + V_0\ell + M_g(G_1)$$

$$\text{soit} \quad V_0 = \frac{-M_g(G_1)}{\ell} + H_0\frac{d}{\ell} \quad (2)$$

Portant la relation (2) dans (1), développant et réduisant, il vient :

$$H_0 \cdot v_0 = -\frac{x}{\ell} M_g(G_1) + M_g(C) \quad (3)$$

Enfin, notant $M(x)$ le moment fléchissant qui régnerait dans la section d'abscisse x de la *poutre de comparaison* (figure 2b : poutre droite horizontale reposant sur deux appuis simples G'_0 et G'_1 , de même portée ℓ que celle du câble, soumise aux mêmes actions de mêmes caractéristiques), on a :

$$M(x) = V'_0 x + M_g(C')$$

$$\text{avec} \quad V'_0 = -\frac{M_g(G'_1)}{\ell}$$

$$\text{soit} \quad M(x) = -\frac{x}{\ell} M_g(G'_1) + M_g(C') \quad (4)$$

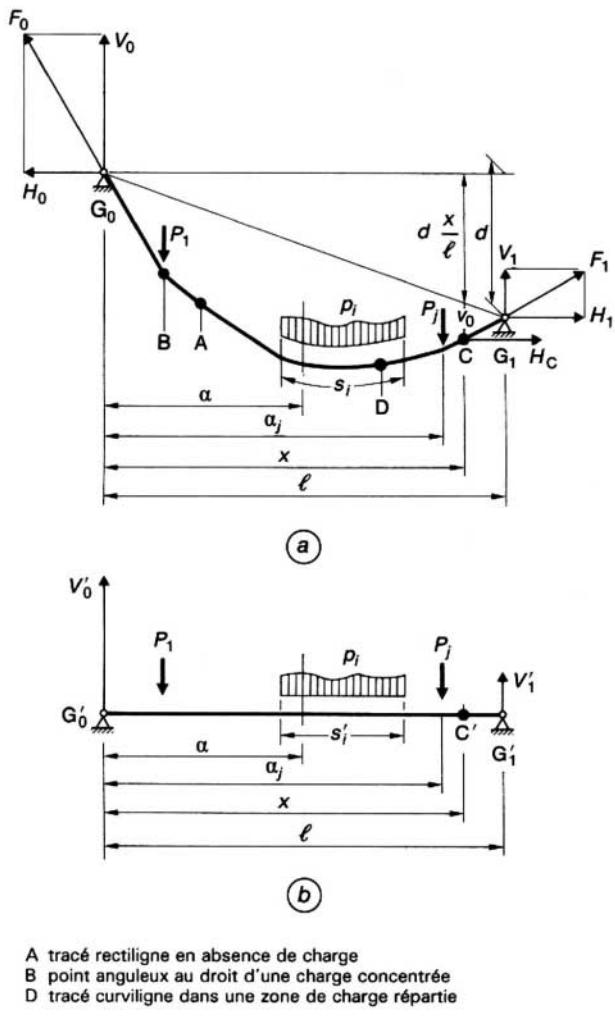


Figure 2 – Câble isolé (a) et sa poutre de comparaison (b)

Rapprochant les relations (3) et (4) et remarquant la similitude des deux seconds membres, on peut énoncer la propriété :

en tout point d'un câble supportant un système de charges verticales quelconques, le produit de la composante horizontale de la tension du câble par la distance verticale entre ce point et la ligne d'appuis est égal au moment fléchissant qui règne dans la poutre de comparaison dans la section de même abscisse que celle du point.

Cela permet de rechercher commodément dans la pratique les familles de tracés d'équilibre possibles d'un câble lancé entre deux appuis soumis à un système d'actions donné (un tracé par longueur développée).

Dans le cas particulier, d'ailleurs très courant, d'une ligne d'appuis horizontale, on appelle flèche du câble la valeur maximale f de v_0 .

Exemple 1 : (figure 3a)

Un câble de portée $\ell = 40$ m, de flèche $f = 3$ m supporte une charge uniformément répartie $p = 925$ daN/m.

On a donc

$$Hf = \frac{p\ell^2}{8}$$

d'où

$$H = \frac{p\ell^2}{8f} \approx 61,7 \times 10^3 \text{ daN}$$

Le tracé d'équilibre du câble est bien parabolique ; on a en effet, par exemple :

$$-Hv_0(x) = V_0x - \frac{px^2}{2}$$

d'où

$$v_0(x) = \frac{4f}{\ell^2}(x^2 - \ell x)$$

$$\left(\frac{dv_0}{dx}\right)_{x=\ell} = \tan \gamma_1 = \frac{4f}{\ell}$$

$$\text{d'où } F_1 = \frac{H}{\cos \gamma_1} = H\sqrt{1 + \tan^2 \gamma_1} \approx 64,4 \times 10^3 \text{ daN}$$

ce qui représente la valeur maximale de sa tension, qui est atteinte aux appuis.

1.2.2 Longueur développée

Dans le cas général d'un câble de tracé géométrique gauche, défini, par exemple, par la connaissance dans un repère cartésien des fonctions $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ des coordonnées d'un point courant $C(t)$ quand le paramètre t est compris entre les valeurs t_0 et t_1 ($t_0 \leq t \leq t_1$) correspondant aux appuis, sa longueur développée entre appuis est donnée par la valeur de l'intégrale curvilligne :

$$L = \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} dt$$

Dans le cas très courant d'un tracé parabolique et avec les notations de la figure 3a, on a donc :

$$L = \int_0^\ell \sqrt{1 + \left(\frac{dv_0}{dx}\right)^2} dx$$

qui, compte tenu de l'expression de $v_0(x)$ établie dans l'exemple 1 (§ 1.2.1) et en remarquant qu'il s'agit d'une intégrale abélienne, conduit tous calculs faits à l'expression :

$$L = 2f \sqrt{1 + \frac{\ell^2}{16f^2}} + \frac{\ell^2}{8f} \ln \left[\frac{4f}{\ell} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\ell^2}{16f^2}} \right) \right] \quad (5)$$

1.2.3 Allongement

Soit $F(s)$ la tension en un point quelconque d'abscisse curvilligne s d'un câble de longueur développée L , de section S et de module d'élasticité E .

Si $\Delta F(s)$ désigne la variation de $F(s)$ entre deux états de charges affines l'un de l'autre, la loi de Hooke permet d'écrire :

$$\Delta L = \int_0^L \frac{\Delta F(s)}{ES} ds$$

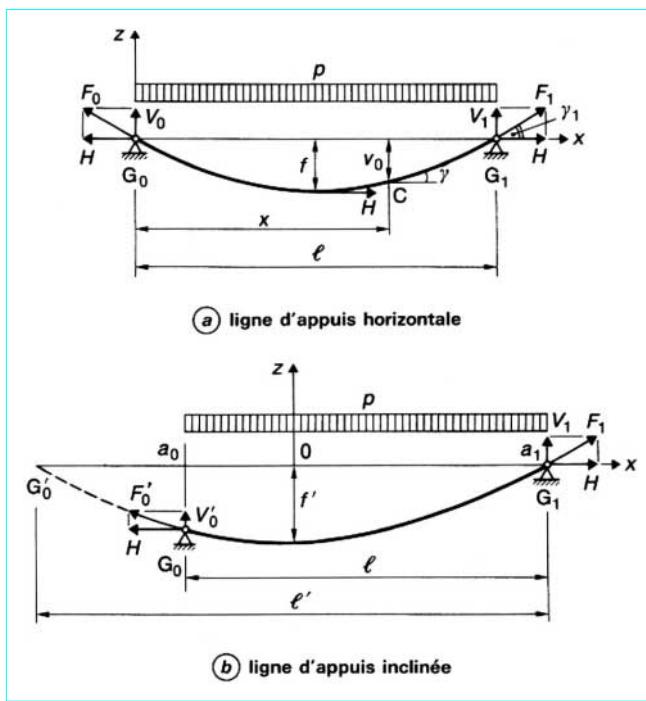


Figure 3 – Câble isolé sous charge verticale uniformément répartie

ΔH désignant la variation correspondante de H , indépendante de s , on a :

$$\Delta L = \frac{\Delta H}{ES} \int_0^L \frac{ds}{\cos \gamma}$$

Dans le cas d'un câble à ligne d'appuis horizontale soumis à l'action d'une charge linéaire uniformément répartie Δp , on obtient :

$$\Delta L = \frac{\Delta H}{ES} \int_0^L \frac{dx}{\cos^2 \gamma}$$

avec

$$v_0(x) = \frac{4f}{\ell^2} (x^2 - \ell x)$$

$$\frac{1}{\cos^2 \gamma} = 1 + \left(\frac{dv_0}{dx} \right)^2 \quad \text{et} \quad \Delta H = \frac{\Delta p \ell^2}{8f}$$

Il vient après intégration :

$$\Delta L = \frac{\Delta H}{ES} \left(\ell + \frac{16f^2}{3\ell} \right) = \frac{\Delta H A}{ES} \quad (6)$$

Dans le cas d'un câble à ligne d'appuis inclinée soumis à l'action d'une charge linéaire uniformément répartie, on obtient avec les notations de la figure 3b, dans le système (Ox, Oz) dans lequel Oz est l'axe de symétrie vertical de la parabole à laquelle appartient le tracé d'équilibre :

$$\Delta L = \frac{\Delta H}{ES} \left[(a_1 - a_0) + \frac{64f'^2}{3\ell'^4} (a_1^3 - a_0^3) \right] = \frac{\Delta H}{ES} \cdot A' \quad (7)$$

où

$$\Delta H = \frac{\Delta p \ell'^2}{8f'}$$

1.3 Équilibre des systèmes de câbles

Au sens strict, on peut bien entendu parler de *système de câbles* dès lors que, plusieurs étant associés et combinés, leur ensemble constitue tout ou partie d'un système structural (articles *Composants d'ossatures*, *Composants tendus et comprimés* [C 2 550] et *Composants de contreventement* [C 2 565] dans le présent traité, ainsi que le paragraphe 2) ; l'approche des conditions du fonctionnement de tels systèmes relève des méthodes générales habituelles de la Résistance des Matériaux, leur comportement pouvant être considéré comme élastique au voisinage (et au voisinage seulement) de leur géométrie d'équilibre statique et la raideur de flexion de chaque câble prise égale à zéro entre noeuds.

Les considérations spécifiques exposées ci-après sont, quant à elles, relatives aux configurations spatiales propres aux structures exclusivement prétendues (§ 2.2).

1.3.1 Condition d'équilibre

Soit un système bidirectionnel de câbles défini en partie courante par :

- sa projection dans le plan horizontal $\{u, v\}$;
- le tracé dans des plans verticaux parallèles à $\{u, w\}$ de chaque câble de la famille $\{i\}$;
- le tracé dans des plans verticaux parallèles à $\{v, w\}$ de chaque câble de la famille $\{j\}$.

Ce système constitue la structure d'une voile tendue schématisée par la vue axonométrique de la figure 4a. En chaque noeud (i, j) (figure 4b), une charge ponctuelle verticale $\vec{P}_{i,j}$ exerce une action simultanée sur chacun des deux câbles passant par ce noeud, soit $\vec{P}_{i,j}$ sur le câble i et $\vec{P}_{j,i}$ sur le câble j ; on peut donc écrire :

$$\vec{P}_{i,j} = \vec{P}_{i,j} + \vec{P}_{j,i} \quad (8)$$

L'équilibre statique du tronçon $j-1, j+1$ du câble i implique :

$$\vec{P}_{i,j} + \vec{F}_{i,j} + \vec{F}_{i,j+1} = \vec{0}$$

d'où, en projetant sur l'axe Ow , la relation algébrique :

$$-P_{i,j} - F_{i,j} \sin \gamma_{i,j} - F_{i,j+1} \sin \gamma_{i,j+1} = 0$$

soit (§ 1.2.1 a), en notant $H_{i,j+1} = -H_{i,j} = H_{i,j}$

$$P_{i,j} = H_{i,j} (\tan \gamma_{i,j+1} - \tan \gamma_{i,j}) \quad (9)$$

Rappel : pour le câble i , la travée (j) est comprise entre les câbles $j-1$ et j et la travée $(j+1)$ entre les câbles j et $j+1$. De même, pour le câble j , la travée (i) est comprise entre les câbles $i-1$ et i et la travée $(i+1)$ entre les câbles i et $i+1$.

$F_{i,j}$ est la tension du câble i dans la travée (j) .

$\gamma_{i,j}$ est l'angle d'inclinaison du câble i dans la travée (j) .

De même, l'équilibre statique du tronçon $i-1, i+1$ du câble j implique :

$$\vec{P}_{j,i} + \vec{F}_{j,i} + \vec{F}_{j,i+1} = \vec{0}$$

d'où $-P_{j,i} - F_{j,i} \sin \gamma_{j,i} - F_{j,i+1} \sin \gamma_{j,i+1} = 0$

soit (§ 1.2.1), en notant :

$$H_{j,i+1} = -H_{j,i} = H_{j,i}$$

$$P_{j,i} = H_{j,i} (\tan \gamma_{j,i+1} - \tan \gamma_{j,i}) \quad (10)$$

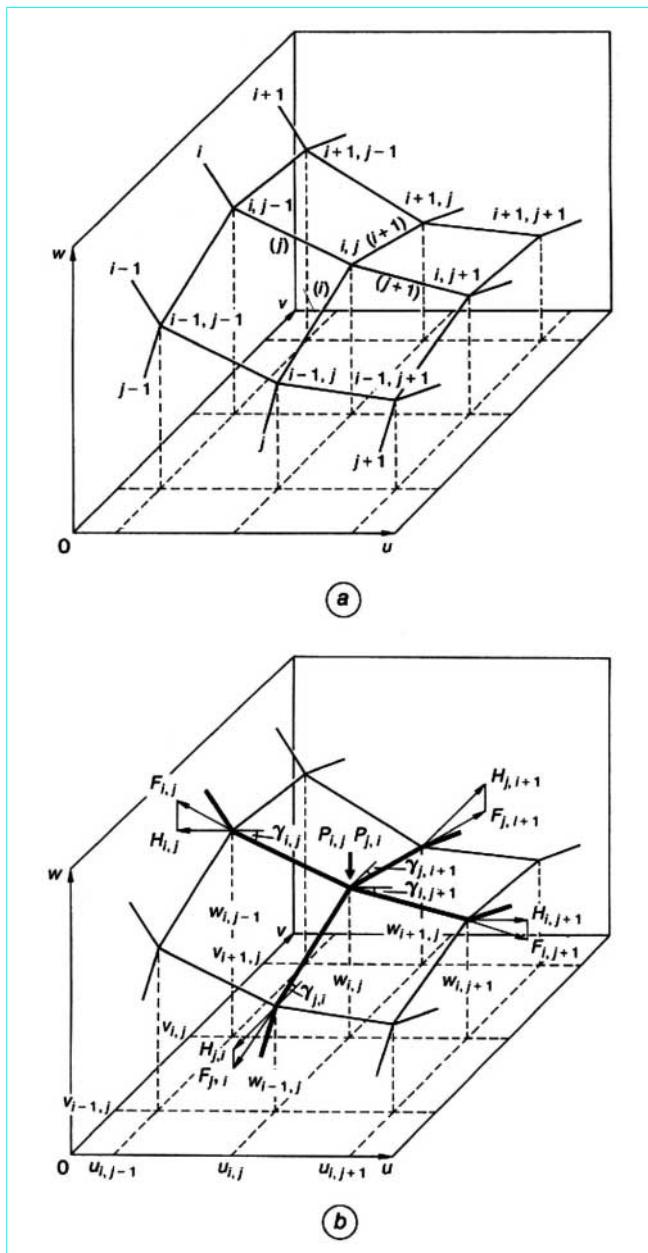


Figure 4 – Système spatial bidirectionnel de câbles

En rapprochant les relations (8), (9) et (10), on en déduit l'équation générale d'équilibre :

$$P_{i;j} = H_{i;j} (\tan \gamma_{i,j+1} - \tan \gamma_{i,j}) + H_{j;i} (\tan \gamma_{j,i+1} - \tan \gamma_{j,i}) \quad (11)$$

qu'il est possible d'écrire en chaque nœud, soit encore :

$$\frac{P_{i;j}}{H_{i;j} \cdot H_{j;i}} = \frac{1}{H_{j;i}} (\tan \gamma_{i,j+1} - \tan \gamma_{i,j}) + \frac{1}{H_{i;j}} (\tan \gamma_{j,i+1} - \tan \gamma_{j,i}) \quad (12)$$

En état de prétension (§ 2.2.1), en l'absence de toute autre action (charge ou charge d'exploitation), $P_{i;j}$ est parfaitement négligeable par rapport au produit $H_{i;j} \cdot H_{j;i}$. On peut donc tirer de l'expression (12), avec une approximation très largement suffisante :

$$H_{i;j} (\tan \gamma_{i,j+1} - \tan \gamma_{i,j}) + H_{j;i} (\tan \gamma_{j,i+1} - \tan \gamma_{j,i}) = 0 \quad (13)$$

Les câbles étant exclusivement tendus, c'est en particulier le cas pour les câbles i et j et il en résulte que $H_{i;j}$ et $H_{j;i}$ sont strictement ($\neq 0$) de même signe, ce qui impose que :

$$(\tan \gamma_{i,j+1} - \tan \gamma_{i,j}) \text{ et } (\tan \gamma_{j,i+1} - \tan \gamma_{j,i})$$

soient strictement ($\neq 0$) de signes différents.

Or $(\tan \gamma_{i,j+1} - \tan \gamma_{i,j})$ représente la variation de pente :

$$\left(\frac{w_{i,j+1} - w_{i,j}}{u_{i,j+1} - u_{i,j}} - \frac{w_{i,j} - w_{i,j-1}}{u_{i,j} - u_{i,j-1}} \right)$$

du tracé du câble i de part et d'autre du nœud (i, j) , c'est-à-dire, à la limite :

$$(u_{i,j+1} - u_{i,j} \rightarrow 0 ; u_{i,j} - u_{i,j-1} \rightarrow 0)$$

la courbure $\frac{d^2w}{du^2}$ de son tracé au voisinage de (i, j) .

De même, $(\tan \gamma_{j,i+1} - \tan \gamma_{j,i})$ représente la courbure $\frac{d^2w}{dv^2}$ du tracé du câble j au voisinage du nœud (i, j) .

La relation (13) conduit donc finalement à :

$$\frac{H_{i;j}}{H_{j;i}} \approx \frac{\frac{d^2w}{dv^2}}{\frac{d^2w}{du^2}} > 0$$

soit

$$\frac{\frac{d^2w}{dv^2}}{\frac{d^2w}{du^2}} < 0 \quad (14)$$

L'existence de l'équilibre d'un système bidirectionnel de câbles prétendus impose donc que soient associées deux familles de câbles, non rectilignes (courbure $\neq 0$), le signe de la courbure du tracé de chaque câble d'une famille étant opposé, en chaque nœud, au signe de la courbure du tracé du câble correspondant de l'autre famille.

À la limite, si l'on imaginait que les câbles de chaque famille fussent infiniment proches les uns des autres (cas, en quelque sorte, d'une membrane), la surface épousée par l'ensemble serait à courbures opposées.

Dans le cas moins général des systèmes planaires (§ 2.2.2), on conclurait : *l'existence de l'équilibre d'un système planaire de câbles prétendus impose que soient associés deux câbles non rectilignes, les signes de la courbure du tracé de chaque câble étant opposés.*

1.3.2 Répartition des actions entre câbles de courbures opposées

À l'instar de certaines des méthodes utilisées dans la détermination des sollicitations régnant dans tout système structural hyperstatique, on cherchera à exprimer la compatibilité des déplacements élastiques absolus respectifs des câbles de chaque famille,

c'est-à-dire leur identité en chaque nœud ; on trouvera, par exemple, un exposé exhaustif d'une méthode générale dans [3]. Dans le cas particulier mais fréquent où chaque câble de chaque famille est de tracé parabolique et à ligne d'appuis horizontale, l'approche quantitative simplifiée suivante est possible (figure 5) ; son principe permet d'aboutir, y compris dans des configurations géométriques non symétriques mais ne comportant pas d'*accidents*, à des prédimensionnements convenables.

Considérant l'expression de la longueur développée L [relation (5)] comme une fonction de f , on peut calculer :

$$\frac{dL}{df} = D = \frac{\sqrt{\ell^2 + 16f^2}}{2f} - \frac{\ell^2}{8f^2} \ln \frac{4f + \sqrt{\ell^2 + 16f^2}}{\ell} \quad (15)$$

Dans le plan (x, z_i) , le tracé du câble i a pour équation :

$$z_i(x) = f_i \left(\frac{4x^2}{\ell_i^2} - 1 \right)$$

Au droit du nœud (i, j) d'abscisse x sur ce câble i , on peut donc écrire :

$$\Delta z_i = \Delta f_i \left(\frac{4x^2}{\ell_i^2} - 1 \right) = \Delta f_i B_i(x) = \frac{\Delta L_i}{D_i} B_i(x) = \frac{\Delta H_i A_i B_i(x)}{E_i S_i D_i} \quad (16)$$

avec $D_i = \Delta L_i / \Delta f_i$.

De même, dans le plan (y, z_j) , le tracé du câble j a pour équation :

$$z_j(y) = -f_j \left(\frac{4y^2}{\ell_j^2} - 1 \right)$$

On a donc dans les mêmes conditions :

$$\Delta z_j = -\Delta f_j \left(\frac{4y^2}{\ell_j^2} - 1 \right) = -\Delta f_j B_j(y) = \frac{-\Delta H_j A_j B_j(y)}{E_j S_j D_j} \quad (17)$$

Écrivant que $\Delta z_i = \Delta z_j = \Delta z$, il vient :

$$\frac{\Delta H_i}{\Delta H_j} = -\frac{A_j}{A_i} \cdot \frac{B_j(y)}{B_i(x)} \cdot \frac{D_i}{D_j} \cdot \frac{E_i S_i}{E_j S_j} \quad (18)$$

Le passage de cette expression à une valeur acceptable du rapport $\frac{P_{i,j}}{P_{j,i}}$ en chaque nœud supposerait connue, pour chaque câble, la fonction :

$$\Delta H_i = X_i(P_{i,1}; P_{i,2}; \dots; P_{i,j}; \dots)$$

ou

$$\Delta H_j = X_j(P_{1,j}; P_{2,j}; \dots; P_{j,i}; \dots)$$

ce qui n'est bien sûr pas le cas.

Notant $\Delta p_{i'}$ et $\Delta p_{j'}$ les actions verticales supposées réparties appliquées respectivement à des câbles fictifs i' et j' [respectivement même tracé que i et j , même module d'élasticité, bande de surface concernée de largeur unité (1 m), section égale à la densité de section de la famille au voisinage de i , ce qui permet des transitions commodes entre actions/m² de surface et actions/m de câble fictif], on se contente couramment d'adopter l'expression :

$$\frac{\Delta H_i, f_i}{\Delta p_{i'}} = \frac{\frac{\Delta H_i, f_i}{\ell_i^2}}{\frac{\Delta H_j, f_j}{\ell_j^2}} = \frac{\Delta H_i, f_i}{\Delta H_j, f_j} \cdot \frac{f_i}{f_j} \cdot \frac{\ell_j^2}{\ell_i^2} = \lambda_{i',j'} \quad (19)$$

qui conduit à une bonne approximation (erreur $\leq 15\%$) dès que le nœud considéré est suffisamment ($> 1/10$ de la portée) éloigné d'une rive ; $\lambda_{i',j'}$ est le coefficient de répartition des actions au nœud (i, j) entre les câbles fictifs i' et j' .

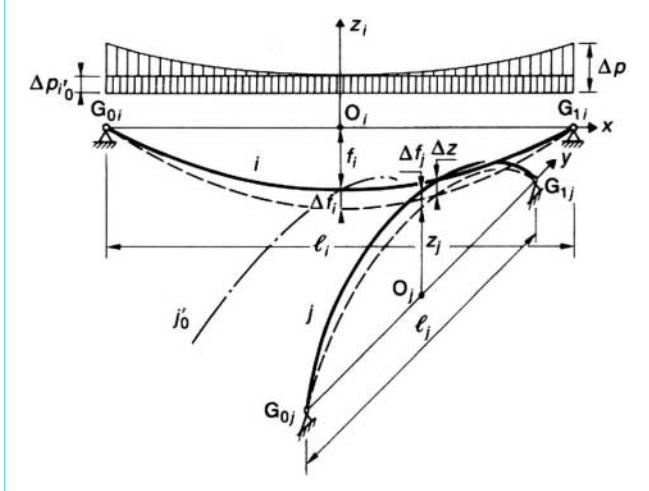


Figure 5 – Répartition des actions entre câbles de courbures opposées

Pour chaque câble, on peut alors déterminer la poussée de la façon suivante : pour le câble i par exemple, si l'on appelle Δp l'action uniformément répartie appliquée à la surface et j'_0 le câble fictif passant par le milieu du câble fictif i' , on détermine :

$$\begin{aligned} \lambda_{i',j'_0} &= \lambda_{i'_0} \\ \text{d'où} \quad \Delta p_{i',j'_0} &= \Delta p_{i'_0} = \frac{\lambda_{i'_0}}{1 + \lambda_{i'_0}} \cdot \Delta p \\ \text{et} \quad \Delta H_{i'} &= \frac{\Delta p \ell_i^2}{f_i} \left[\frac{\lambda_{i'_0}}{8(1 + \lambda_{i'_0})} + \frac{1}{48(1 + \lambda_{i'_0})} \right] \quad (20) \\ &= \frac{\Delta p \ell_i^2}{48f_i} \left[\frac{1 + 6\lambda_{i'_0}}{1 + \lambda_{i'_0}} \right] \end{aligned}$$

en assimilant l'action sur le câble fictif i' à la somme d'une action uniformément répartie d'intensité $\Delta p_{i'_0}$ et d'une action sous-parabolique de maximum $\Delta p - \Delta p_{i'_0}$ (figure 5).

2. Familles de structures à câbles

2.1 Structures lestées

Ces solutions ne se rencontrent en pratique que dans le cas de structures supportant des couvertures. Elles consistent à disposer des câbles porteurs, soumis à des actions verticales ou quasi verticales réparties, ancrés dans des rives latérales et constituant appuis directs des éléments de remplissage (bacs, panneaux, dalles, etc.), eux-mêmes supports d'étanchéité. La charge permanente constituée par cet ensemble ne dépasse guère environ 35 daN/m², ce qui reste très inférieur à une sollicitation normale, et a fortiori extrême, de dépression de vent. Il convient donc :

■ de s'opposer à l'apparition d'une résultante de soulèvement, non envisageable pour une couverture et sa structure support ; c'est l'objet du lestage par poids mort, le plus souvent en béton, coulé *in situ*, ou préfabriqué et claveté ;

■ de limiter les déformations géométriques sous l'effet de sollicitations locales ou asymétriques (vent, neige) évoquées au paragraphe 1.2 : on y parvient :

— dans le cas où la surface épousée par les câbles est cylindrique ou quasi cylindrique, c'est-à-dire dont la courbure dans le sens des génératrices du cylindre théorique est très faible (exemple : Maison des Jeunes de Firminy de l'architecte Le Corbusier), par exemple conoïdale :

- soit par augmentation de la valeur du lestage bien au-delà de celle qu'exigerait le respect strict de la condition de non-soulèvement, dans le but de diminuer le ratio de sollicitation locale ou asymétrique ; souvent cela n'est d'ailleurs pas un critère suffisant pour s'affranchir des problèmes d'instabilité dynamique,

- soit, à masse unitaire égale, en réalisant le lestage à l'aide de béton ou mieux de béton léger, malgré le paradoxe apparent, éventuellement nervuré, ce qui permet de disposer d'une plus grande inertie et rend possible une résistance suffisante de la plaque de lestage, qui contribue alors à la structure vive, par fonctionnement en flexion d'axe parallèle aux génératrices (exemple : gymnase adossé aux tribunes du stade Farahabad à Téhéran de l'architecte Darvich) ;

— dans le cas où la surface épousée par les câbles est convexe : quadrique (calotte sphérique ou paraboloïde elliptique notamment, ellipsoïde ou une nappe d'hyperbololoïde à deux nappes éventuellement) ou autre surface d'ordre supérieur, sa forme pouvant conférer au lestage une qualité de coque qui lui permet le plus souvent, jusqu'à des dimensions importantes (de l'ordre de 80 m), d'assurer une rigidité suffisante sous l'effet des sollicitations de soulèvement, même asymétriques (exemple : salle de sports du Grand Marais à Saint-Nazaire des architectes Longuet, Rivière et Vissuzaine).

2.2 Structures prétendues

La satisfaction intellectuelle du concepteur, que les données du programme ont finalement conduit à adopter une solution de structure lestée, est quelque peu estompée par le constat que la stabilité de la structure tendue, légère par essence, est en définitive assurée en la chargeant délibérément : on éprouve des difficultés à convenir qu'il s'agit d'une démarche toujours raisonnable.

C'est pourquoi l'idée a rapidement germé de substituer à la notion de **poids mort permanent** celle d'**action complémentaire** exercée à l'aide d'une **structure additionnelle** qui serait, en tout ou partie (voir ci-après), sollicitée lors des dépressions ; si cette structure additionnelle est elle-même constituée de câbles, on conçoit que la condition « Idéale » exposée au paragraphe 1.1 puisse être réalisée.

2.2.1 Notion de prétension

L'idée de **précontrainte** du béton est familière ; toute section d'un élément en béton précontraint est soumise à une **précompression** avant mise en service dans le but d'éviter, ou tout au moins d'en atténuer les effets, l'apparition ultérieure de contraintes de traction. La démarche aboutissant à celle de **prétension** est tout à fait analogue : il s'agit d'imposer à tout élément en câble constitutif d'une ossature une **tension** (préalable à la mise en service de l'ouvrage) de telle sorte que la diminution de l'effort de traction auquel il sera soumis, le cas échéant, sous l'effet de la combinaison d'actions la plus défavorable à cet égard soit telle qu'il y subsiste toujours une tension résiduelle.

Tout système à élaborer pour y parvenir sera donc nécessairement *intérieurement hyperstatique*.

Exemple 2 (figure 6)

Soit le système, volontairement le plus simple qu'on puisse imaginer, constitué de deux câbles alignés G_2K et KG_3 identiques (mêmes L, E, S) fixés à leurs appuis G_2 et G_3 .

1^o) La tension initiale est nulle (figure 6a), et on applique une force P_1 en K selon la direction G_2G_3 .

Il en résulte (figure 6b) :

- une réaction d'appui en G_2 : P_1 ;
- une valeur de la tension de G_2K : $F = P_1$;

— une valeur nulle de la tension dans KG_3 , qui constitue dans cet état un tronçon totalement détendu (lequel, s'il était l'élément constitutif d'une ossature, serait susceptible de *flotter* ou *battre* sous l'effet de la moindre sollicitation transversale, ce qui n'est pas envisageable).

La contrainte régnant dans G_2K est donc $n = \frac{P_1}{S}$ et l'allongement de G_2K (loi de Hooke) :

$$\Delta L_1 = \frac{P_1 L}{ES} = \frac{P_1}{ES} \frac{L}{L}$$

ou

$$\frac{ES}{L} = K_n \quad (21)$$

représente ce qu'on peut appeler la **raideur normale** de l'élément G_2K .

2^o) G_2G_3 est soumis à une tension initiale F_0 (figure 6c), puis on applique la même force P_1 en K selon la direction G_2G_3 . Il en résulte (figure 6d) :

- deux nouvelles réactions d'appui F_2 et F_3 ;
- un allongement ΔL_2 de G_2K ;
- un accourcissement de même valeur ΔL_2 de KG_3 .

G_2K et KG_3 étant initialement identiques (y compris après application de F_0 mais avant application de P_1), la surtension de G_2K égale, en valeur absolue, la diminution de la tension de KG_3 (loi de Hooke), soit :

$$F_2 - F_0 = F_0 - F_3 \quad \text{ou} \quad F_2 + F_3 = 2F_0$$

Comme par ailleurs l'équilibre statique impose, en valeur absolue, $F_2 - F_3 = P_1$, on en déduit :

$$F_2 = F_0 + P_1/2$$

$$F_3 = F_0 - P_1/2$$

Donc, pour que KG_3 reste toujours tendu ($F_3 \geq 0$) malgré son accourcissement ΔL_2 , il suffit que : $F_0 \geq P_1/2$.

Si l'on adopte la valeur strictement suffisante de F_0 , soit $F_0 = P_1/2$, on tire :

$$F_2 = P_1 \quad [\text{idem, cas du } 1^{\circ}]$$

$$F_3 = 0 \quad [\text{idem, cas du } 1^{\circ}]$$

■ **Conclusion** : la mise en prétension judicieuse du système G_2G_3 dans le but de le rendre capable de supporter la force P_1 appliquée en K , milieu de G_2G_3 , selon la direction G_2G_3 tout en évitant la détension de KG_3 entraîne donc, sous l'effet de P_1 :

- mêmes réactions en G_2 et G_3 que sans prétension ;
- déformation en K réduite de moitié car l'augmentation $P_1 - \frac{P_1}{2} = \frac{P_1}{2}$ de la tension du câble G_2K permet d'écrire :

$$\Delta L_2 \cdot \frac{P_1}{2} \cdot \frac{L}{ES} = \frac{1}{2} \Delta L_1$$

Nota : la prétension, tout en conduisant à une utilisation du matériau à meilleur escient qu'en son absence puisqu'elle confère au système une *raideur double*, n'est donc, dans son principe, nullement pénalisante pour le dimensionnement des rives et des appuis.

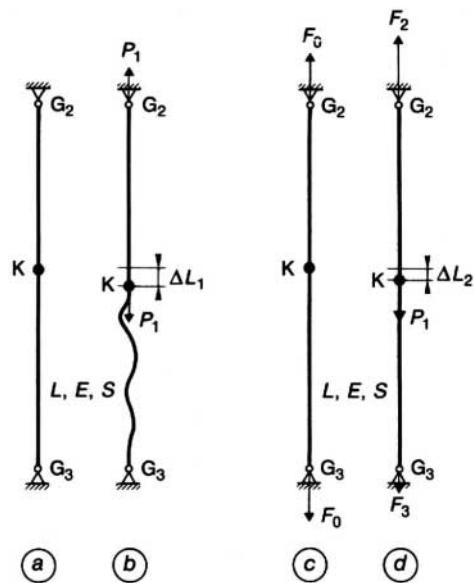


Figure 6 – Notion de pré-tension

2.2.2 Systèmes planaires : les poutres-câbles

Dans ces familles de solution, on associe deux câbles dont chacun permet d'exercer sur l'autre l'action complémentaire dont il est question au paragraphe 2.2.

On appelle communément câble porteur P le câble dont la concavité est tournée vers le haut, câble tenseur T celui dont la concavité est tournée vers le bas.

Selon la position relative entre câbles porteur et tenseur (figure 7) :

- les montants (éléments verticaux de liaison) sont tendus (figure 7a) ;
- les montants sont comprimés (figure 7b) ;
- les montants sont comprimés en partie centrale et tendus en parties latérales (figure 7c).

De tels systèmes planaires sont utilisables soit parallèlement les uns aux autres, soit radialement.

Pratiquement, l'un des développements les plus intéressants est schématisé sur la figure 7d ; il se caractérise par :

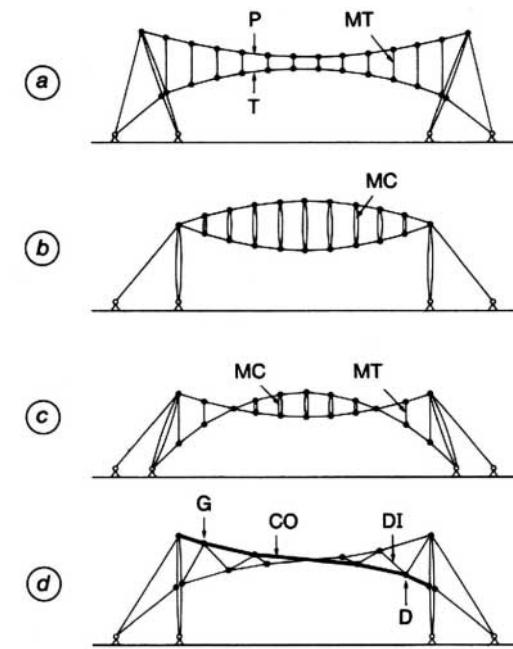
- la totalité des éléments exclusivement tendus ;
- la liaison à mi-portée entre câbles porteur et tenseur ;
- la triangulation par diagonales entre câbles.

Ces deux dernières dispositions améliorent, toutes choses égales par ailleurs, le comportement de la poutre-câble :

- sous l'effet d'actions dissymétriques (réduction importante des déformations verticales et, surtout, des déplacements horizontaux) ;
- sous actions dynamiques (amortissement plus rapide).

Le système breveté Jawerth permet de matérialiser ces principes, les diagonales étant constituées de ronds et non de câbles, ce qui autorise la mise en tension de la poutre-câble par vissage contrôlé (à la clé dynamométrique) de ces ronds filetés dans les pièces de liaison taraudées bloquées sur chaque câble (§ 3.2.2).

Dans les cas d'utilisation de diagonales, on notera qu'il est préférable d'organiser la triangulation de telle sorte que la première liaison (en partant des appuis) entre câble et diagonales soit réalisée sur le câble support direct de la couverture [figure 7d : première



- CO couverture
 D première liaison de diagonales en partant de l'appui sur câble tenser
 DI diagonale
 G première liaison de diagonales en partant de l'appui sur câble porteur
 MC montant comprimé
 MT montant tendu
 P câble porteur
 T câble tenser

Figure 7 – Poutres-câbles : organisations (non exhaustives...) possibles

liaison sur câble porteur pour partie G, première liaison sur câble tenser pour partie DI ; on améliore ainsi la stabilité dynamique de la partie de couverture voisine de la rive en évitant, grâce à l'adoption de cette disposition, que soient cumulés par leur conjonction dans l'espace deux facteurs défavorables : plus grand tronçon de câble libre et zone de dépression et de turbulences maximales dues à l'action du vent.

Parmi les nombreux **exemples d'utilisation** de tels systèmes, on peut citer :

- **poutres parallèles** : palais d'escrime de Mexico (portée 65 m, somme des flèches 9 m, de l'architecte Vazquez) ;
- **poutres rayonnantes** : salle polyvalente de Léningrad (diamètre 160 m, somme des flèches 8,70 m ; projet LENSIIEP) ;
- **solution mixte (poutres parallèles et demi-poutres rayonnantes)** : Palais des Sports de Bordeaux (portée 50 m, des architectes Dauriac et Lafitte).

2.2.2.1 Effets thermiques

Nous distinguons à l'aide d'indices P les grandeurs relatives au câble porteur P , à l'aide d'indices T celles relatives au câble tenser T (figure 8a).

La poutre-câble considérée est dans la position A de la figure 8b.

Supposons que, T étant à température constante, P subisse un abaissement de sa température.

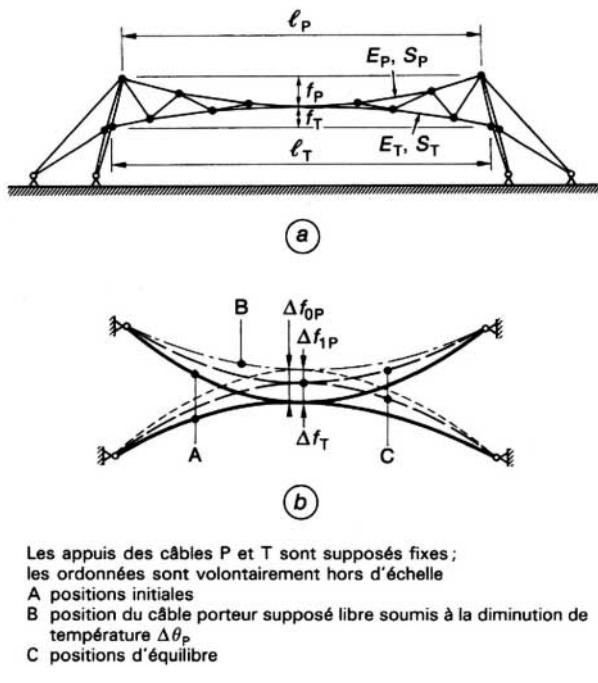


Figure 8 – Poutre-câble : effets thermiques

S'il était libre, le câble P adopterait la position B (figure 8b). Physiquement, une diminution $\Delta\theta_P$ de sa température θ_P a tendance à accourcir P, donc à provoquer une diminution de sa flèche et par conséquent, du fait de sa liaison avec le câble T, une surtension de T.

La position d'équilibre (position C sur la figure 8b) est atteinte pour une variation de la valeur de la flèche de P telle que l'action de P sur T reste égale, au signe près, à l'action de T sur P.

Autrement dit :

— le câble P se trouve surchargé, en raison de la présence de T, d'une action Δp_P ($\Delta\theta_P$) qui lui impose une variation de sa flèche égale à Δf_{1P} (figure 8b) ;

— le câble T se trouve surchargé, en raison de la présence de P, d'une action Δp_T ($\Delta\theta_P$) qui lui impose une variation de sa flèche égale à Δf_T ;

— aucune action (autre que l'effet de $\Delta\theta_P$) ne s'exerçant sur la poutre-câble, l'équilibre se traduit par Δp_P ($\Delta\theta_P$) = $-\Delta p_T$ ($\Delta\theta_P$) que nous notons Δp ($\Delta\theta_P$).

Si P était libre et soumis à la variation de température $-\Delta\theta_P$, sa flèche diminuerait d'une valeur Δf_{0P} qu'il est possible d'évaluer à partir de l'expression (15) en écrivant :

$$\frac{\Delta L_{0P}}{L_P} = \alpha_\theta \Delta\theta_P$$

où α_θ désigne le coefficient de dilatation thermique du câble ($\alpha_\theta = 1,2 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$),

$$\text{d'où } \Delta f_{0P} = \frac{\Delta L_{0P}}{D_P} = \frac{\alpha_\theta \Delta\theta_P L_P}{D_P}$$

Comme on a (figure 8b) $\Delta f_{0P} = \Delta f_T + \Delta f_{1P}$, Δp ($\Delta\theta_P$) peut être évalué à partir des expressions (6), (15), avec $\Delta H = \frac{\Delta p \ell^2}{8f}$ et en notant $W = \frac{A\ell^2}{8DESf}$ ce qui conduit à :

$$\Delta p (\Delta\theta_P) = \frac{\Delta f_{0P}}{W_P + W_T} \quad (22)$$

qui peut s'interpréter comme l'**équivalent en charge** de la variation thermique dont *un câble* est le siège ; il est clair que cet équivalent n'a rien d'absolu mais est au contraire spécifique de chaque structure.

2.2.2.2 Détermination de la pré-tension

Notons tout d'abord que dans ces configurations de structures planaires, l'appréciation de la répartition des actions entre câbles porteur et tenser, plus aisée que dans le cas plus générale (§ 1.3.2), peut être la suivante : on détermine $\lambda_{i',j'}$ [relation (19)], noté λ , à mi-portée ; les expressions (18) et (19) donnent :

$$\lambda = \frac{\Delta p_P}{\Delta p_T} = - \frac{A_T}{A_P} \cdot \frac{D_P}{D_T} \cdot \frac{E_P S_P}{E_T S_T} \cdot \frac{f_P}{f_T} \cdot \frac{\ell_T^2}{\ell_P^2} \quad (23)$$

Une action verticale Δp uniforme (pour fixer les idées, notée positivement si elle est descendante, notée négativement si elle est ascendante) se répartit donc entre P et T de sorte que :

$$\Delta p_P = \Delta p \frac{\lambda}{\lambda - 1} \quad \text{et} \quad \Delta p_T = \frac{\Delta p}{1 - \lambda} \quad (24)$$

L'objectif de la pré-tension est de maintenir toujours une tension résiduelle dans chaque câble (§ 2.2.1).

L'expérience nous a enseigné qu'il était commode d'interpréter ainsi cette nécessité :

- le câble porteur doit toujours être soumis à une action résultante descendante ;
- le câble tenser doit toujours être soumis à une action résultante ascendante.

Si l'on appelle P_r l'**équivalent en charge de la pré-tension** [c'est-à-dire l'action mutuelle, donc égale en valeur absolue, exercée par P sur T et T sur P sous l'effet de la mise en tension de P, ou de T, ou des deux, ou des éléments assurant leur liaison, ou de toute combinaison de ces processus], il convient d'écrire :

- pour que le câble porteur P ne soit pas détendu :

$$\frac{\lambda}{\lambda - 1} [P_p - P_{ve}] - \Delta p (\Delta\theta_{Pmax}) - \Delta p (\Delta\theta_{Tmax}) + P_r > 0 \quad (25)$$

- pour que le câble tenser T ne soit pas détendu :

$$\frac{1}{1 - \lambda} [P_p + P_{ch} + P_{ne}] + \Delta p (\Delta\theta_{Pmax}) + \Delta p (\Delta\theta_{Tmax}) - P_r < 0 \quad (26)$$

avec P_{ch} charges d'équipement et/ou d'exploitation,

P_{ne} charge par neige extrême,

P_p poids propre,

P_r équivalent en charge de la pré-tension,

P_{ve} charge par vent extrême.

D'où l'on déduit P_r et les tensions correspondantes dans P et T, par exemple, par bande de largeur unité :

$$F(P_r)_P = P_r \frac{\ell_P^2}{8f_P} \sqrt{1 + 16 \left(\frac{f_P}{\ell_P} \right)^2} = P_r Y_P \quad (27)$$

2.2.2.3 Évaluation de la tension maximale

L'action maximale s'obtient par les combinaisons suivantes.

■ Charges climatiques normales :

— pour le câble porteur (P) :

$$\Delta p_{P\max} = \frac{\lambda}{\lambda - 1} [P_p + P_{nn} + P_{ch}] + \Delta p(\Delta\theta_{P\min}) + \Delta p(\Delta\theta_{T\min}) + P_r \quad (28)$$

— pour le câble tenseur (T) :

$$\Delta p_{T\max} = \frac{1}{1 + \lambda} [P_p - P_{vn}] - \Delta p(\Delta\theta_{P\min}) - \Delta p(\Delta\theta_{T\min}) - P_r \quad (29)$$

avec P_{nn} charge par neige normale,

P_{vn} charge par vent normal.

Dans chaque cas, la tension s'obtient par application de l'expression (27) : $F = \Delta p \cdot Y$.

La détermination des sections en découle, avec application d'un coefficient de sécurité de 2,5.

■ Charges climatiques extrêmes : les expressions sont similaires à (28) et (29) en substituant P_{ne} et P_{ve} respectivement à P_{nn} et P_{vn} .

La détermination des sections s'en déduit avec application d'un coefficient de sécurité de 1,5.

Remarque : la méthode de détermination de la pré-tension fait intervenir la section des câbles et l'évaluation de la section des câbles est fonction de la valeur de la pré-tension.

Le processus est donc nécessairement itératif et permet non seulement d'aboutir à des résultats cohérents mais d'optimiser, pour chaque cas particulier [portée, charges d'équipement et/ou d'exploitation, site (donc neige et vent), ($f_p + f_T$) donnés], la détermination de f_p , S_p , f_T , S_T .

Exemple 3

Soit à déterminer les câbles P et T d'une poutre-câble dont la configuration soit celle de la figure 8a et supposée disposée à entre-axes $e = 5$ m.

On se donne :

$$f_p = 40 \text{ m}$$

$$f_T = 43 \text{ m}$$

$$f_p + f_T = 5 \text{ m}$$

$$P_{ch} = 0$$

$$P_p \text{ (câble + couverture + étanchéité)} = 30 \text{ daN/m}^2$$

$$P_{nn} = 45 \text{ daN/m}^2$$

$$P_{ne} = 75 \text{ daN/m}^2$$

$$P_{vn} = 75 \text{ daN/m}^2$$

$$P_{ve} = 140 \text{ daN/m}^2$$

■ Essai 1 :

$$f_p = 3 \text{ m} \quad E_p = E_T$$

$$f_T = 2 \text{ m} \quad S_p = S_T$$

d'où, après le calcul de (23) $\lambda = -2,17$

Sans prise en compte dans un premier temps des effets thermiques (qui dépendent de S_p et S_T inconnues), la condition (25) impose :

$$0,68 (30 - 140) + P_r > 0 \Rightarrow P_r > 74,8 \text{ daN/m}^2$$

la condition (26) :

$$0,32 (30 + 75) - P_r < 0 \Rightarrow P_r > 33,6 \text{ daN/m}^2$$

La condition sur P conduisant à une valeur beaucoup plus importante que celle sur T, il est préférable pour une bonne économie du projet d'accroître l'influence relative de T, donc augmenter sa flèche.

■ Essai 2 :

$$f_p = 2,5 \text{ m}$$

$$f_T = 2,5 \text{ m}$$

on obtient, d'après (23) $\lambda = -0,99 \approx -1$

d'où par (25) $P_r > 55 \text{ daN/m}^2$ et par (26) : $P_r > 52,5 \text{ daN/m}^2$.

Adoptons $P_r = 65 \text{ daN/m}^2$ pour tenir compte des effets thermiques (*a priori*) et de la relaxation de l'acier.

● Prédimensionnement du câble porteur P :

— charges climatiques normales : la relation (28) donne :

$$\Delta p_{P\max} = 0,5 (30 + 45) + 65 = 102,5 \text{ daN/m}^2$$

d'où la force de rupture requise :

$$F_{rP} = \Delta p_{P\max} \times e \times Y_p \times 2,5 = 105,7 \times 10^3 \text{ daN}$$

— charges climatiques extrêmes : la relation (28) donne :

$$\Delta p_{P\max} = 0,5 (30 + 75) + 65 = 117,5 \text{ daN/m}^2$$

d'où la force de rupture requise :

$$F_{rP} = \Delta p_{P\max} \times e \times Y_p \times 1,5 = 72,7 \times 10^3 \text{ daN}$$

On retient donc $105,7 \times 10^3 \text{ daN}$ à la rupture ou, pour fixer les idées, 1 câble monotoron de 37 fils de 4,8 mm de diamètre, en nuance ayant une limite élastique de 180 daN/mm^2 (S_p effective : 670 mm^2 ; diamètre du câble : 33,6 mm).

● Prédimensionnement du câble tenseur T :

— charges climatiques normales : la relation (29) donne :

$$\Delta p_{T\max} = 0,5 (30 - 75) - 65 = -87,5 \text{ daN/m}^2$$

d'où $F_{rT} = 103,8 \times 10^3 \text{ daN}$

— charges climatiques extrêmes : la relation (29) donne :

$$\Delta p_{T\max} = 0,5 (30 - 140) - 65 = -120 \text{ daN/m}^2$$

d'où $F_{rT} = 85,4 \times 10^3 \text{ daN}$

On peut donc adopter le même câble 37 fils de 4,8 mm de diamètre ; on est bien conforme à l'hypothèse $S_p = S_T$.

● Vérification de l'influence des effets thermiques : l'application de l'expression (22) avec $\Delta\theta_p = \Delta\theta_T = \Delta\theta = 30^\circ\text{C}$ conduit à $\Delta p(\Delta\theta) = 4,3 \text{ daN/m}^2$ en bonne corrélation avec la valeur adoptée pour P_r .

2.2.3 Systèmes spatiaux : réseils

Dans une structure à câbles organisée en réseil, les câbles ne sont plus associés deux à deux mais répartis en deux familles selon les modalités définies au paragraphe 1.3.1.

À peu de choses près, leur tracé épouse, ou détermine, une surface Σ , à courbures opposées (figure 9a) ; c'est une condition nécessaire de stabilité.

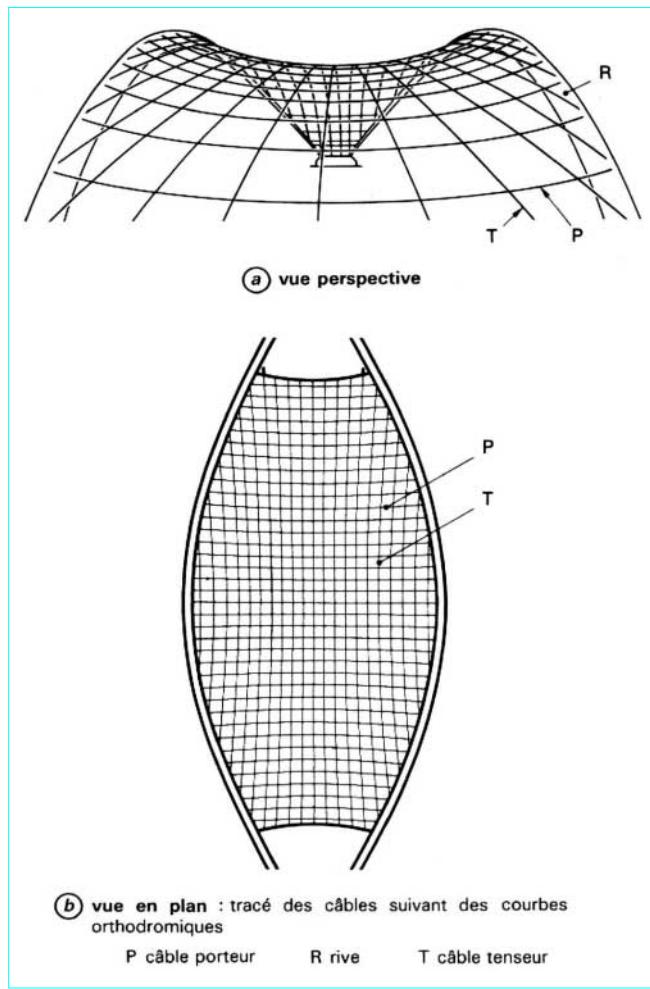


Figure 9 – Résille sur rives rigides : le stade couvert de Saint-Ouen
(d'après [6])

Compte tenu à la fois des valeurs habituelles de l'espacement moyen entre câbles constitutifs (0,5 à 2,5 m) et de la nature des programmes favorables à l'utilisation de ce type de structure (grandes portées aussi bien en périphérie qu'en partie courante), les appuis des câbles sont communément constitués de rives continues et non d'une multitude d'appuis ponctuels juxtaposés. Ces rives peuvent être *rigides* ou *souples*.

Les câbles tenseurs T, à concavité tournée vers le bas, se disposent au-dessus des câbles porteurs P, à concavité tournée vers le haut, de telle sorte que, tous devant demeurer tendus, leur action mutuelle plaque (et non tende à éloigner) chaque câble sur tout câble de l'autre famille avec lequel il forme un nœud. Chaque câble est tendu entre rives, parfois entre deux points d'une même rive.

Le principe physique de l'énergie minimale implique que son tracé, appartenant à Σ , soit tel que la longueur du câble soit la plus faible possible (potentiel interne minimal à longueur au repos donnée entre deux appuis fixes) ; cela est réalisé si le tracé entre deux appuis donnés est la courbe orthodromique de la surface (ligne de plus courte distance) reliant ces deux points.

Sauf si un rôle complémentaire particulier est assigné aux câbles de la résille (application de charges concentrées importantes notamment), on laissera chacun d'eux se mettre en place selon ces courbes lors de la mise en tension, ce qui dispense de l'utilisation de toute pièce de liaison entre câbles P et T ; figures 9a et b : tracé des câbles selon des courbes orthodromiques sur un ouvrage ne comportant pas de pièces de liaison entre câbles P et T.

Dans le cas contraire, on mettra en œuvre de telles pièces (§ 3.2.2) destinées à se prémunir du glissement transversal.

2.2.3.1 Rives souples

Si une rive au moins est elle-même constituée d'un câble, le tracé de celui-ci doit être confondu avec un funiculaire des actions, qui lui sont transmises essentiellement par les câbles porteurs et tenseurs de la résille, auxquelles il est soumis ; la surface Σ épousée par cette résille dans un cas de charge donné doit donc être telle que l'on puisse tracer sur elle une telle ligne.

Or l'auteur a pu établir par ailleurs en son temps que, dans ces conditions, l'équilibre statique de l'ensemble exige que le contour apparent de Σ sur le plan normal au câble de rive en un point quelconque du câble doit présenter un point anguleux en ce point ; on démontre qu'il en résulte que Σ doit être une surface d'un ordre supérieur à 2, c'est-à-dire en particulier qu'il ne peut s'agir d'un PH (paraboloïde hyperbolique). Cela rend nécessaire pour cette famille d'ouvrages une élaboration plus délicate (matériau, forme, assemblage) des éléments de remplissage que lorsque Σ peut être un PH (voir, *a contrario*, le paragraphe 2.2.3.2). L'analyse complète des conditions de fonctionnement de cette famille de résilles relève des méthodes générales évoquées au paragraphe 1.3.

Il existe aussi des possibilités d'approche quantitative *simplifiée* dont le développement sortirait du cadre de cet article. Leur principe est fondé sur l'utilisation d'une méthode de relaxation du type Hardy Cross connue pour le calcul des ossatures :

a) on se donne une position de chaque câble de rive, dont il peut être indispensable d'approcher la pré-détermination à l'aide de maquettes d'étude afin d'être en présence de tracés réalistes le plus tôt possible dans le processus, et on les suppose fixés dans ces positions ;

b) on calcule la résille par une méthode analogue à celle suggérée au paragraphe 2.2.3.2 ; on obtient en particulier les efforts appliqués à chaque câble de rive par chaque câble de la résille ;

c) on libère *l'un des câbles* de rive soumis aux actions obtenues en b) ; on détermine le déplacement de chacun de ses nœuds (en désignant ici par nœud du câble de rive les liaisons entre lui et les câbles de la résille), par exemple, par une méthode itérative telle que celles exposées dans [4] ou [5] ; ces déplacements se font dans des directions telles que les efforts qui les provoquent diminuent ;

d) on en déduit une nouvelle position de ce câble de rive dans laquelle on le suppose à nouveau fixé ;

e) on calcule la résille entre ces nouvelles rives ; on obtient les nouveaux efforts appliqués à chaque câble de rive par chaque câble de la résille ;

f) on libère *un autre câble* de rive soumis à ces dernières actions ; etc. et ainsi successivement par permutation circulaire pour chacun des câbles de rive. La méthode est convergente, c'est-à-dire qu'après un certain nombre de cycles on trouve des déplacements des câbles de rive que l'on estime négligeables ; on peut alors en déduire la tension dans chacun d'eux.

Compte tenu de l'interaction entre résille et câbles de rive, on comprend que le **tracé géométrique** de ceux-ci **ne peut pas être fixé a priori** ; cette singularité, à laquelle les concepteurs sont mal aguerris, sans doute en raison du recours habituel dans des systèmes structuraux plus « classiques » à des composants auxquels l'inertie confère une forme propre, peut expliquer une certaine frilosité encore actuelle dans l'utilisation des résilles sur rives souples.

Parmi les **exemples de réalisation** utilisant les résilles prétendues sur rives souples, on peut citer :

- **l'aire de concert en plein air à Melbourne** des architectes Freeman, Griffiths, Simpson et Yuncken ;
- **la couverture des tribunes du stade olympique de Munich** des architectes Auer, Behnisch, Büxel, Tränkner et Weber.

2.2.3.2 Rives rigides

Les constituants de rives rigides ne sont pas spécifiques des structures tendues : il s'agit d'éléments (poutres, arcs, portiques, anneaux) rectilignes ou non, plans ou non, en métal, béton armé ou précontraint, ou bois, dimensionnés selon les méthodes habituelles du calcul des poutres, des arcs ou des ossatures et dont **le tracé géométrique peut être imposé par le concepteur**, aux déformations élastiques près, pourvu qu'il puisse appartenir à une surface Σ ; en particulier, il sera toujours possible, au moins théoriquement, de choisir un parti dans lequel toutes les rives soient rigides et de tracé compatible avec le fait que la surface épousée par la résille soit un **paraboloïde hyperbolique PH**. En effet, parmi l'infinité de types de surfaces à courbures opposées imaginables, le PH présente un intérêt particulier : il possède la **double propriété**, unique :

— **d'être une surface réglée**, ce qui permet d'utiliser commodément en éléments de remplissage des composants *rectilignes* du commerce, qu'il n'est pas nécessaire de cintrer mais simplement, le cas échéant, de légèrement voiler manuellement à la pose, à condition de les disposer selon le tracé des génératrices droites de la surface ;

— **d'admettre des paraboles comme courbes planes de courbure maximale** appartenant à sa surface, ce qui permet, en adoptant pour chaque câble un tracé selon l'une de ces courbes (ou selon les courbes très voisines que sont sur le PH les orthodromiques), à la fois :

- de bénéficier de la plus grande courbure possible, pour une surface donnée, donc aussi bien de la plus grande *raideur* de chaque câble ($df/dL = 1/D$ le plus faible ; voir expression (15)) que de la tension la plus faible à action égale (rapport f/ℓ le plus grand),
- d'être en présence d'un tracé en conformité acceptable avec le polygone funiculaire attaché aux actions auxquelles chaque câble est soumis.

La détermination des efforts dans la résille peut être approchée à l'aide des considérations exposées aux paragraphes 2.2.2.1, 2.2.2.2 et 2.2.2.3, qui restent applicables dans leur principe mais conduisent naturellement à des développements beaucoup plus lourds en raison de la spatialisation du comportement de systèmes de ce type (§ 1.3.2), ce qui conduit à *lisser* les résultats obtenus pour chaque câble considéré isolément.

Parmi les nombreux **exemples de réalisation** utilisant les résilles prétendues sur rives rigides, on peut citer :

- **le stade couvert de Saint-Ouen** des architectes : Chazanoff, Kopp et Sarger : portées maximales des câbles porteurs : 44 m, des câbles tenseurs : 85 m ; tracés des câbles selon courbes orthodromiques sans pièces de liaison ; figures 9a et b et 16 ;
- **les arènes de l'Agora d'Évry** de l'architecte Le Couteur : portées maximales des câbles porteurs et tenseurs : 50 m ; tracés des câbles selon des paraboles dans des plans verticaux avec pièces de liaison).

2.3 Structures mixtes

Il s'agit de configurations dans lesquelles :

- soit les câbles sont l'un des éléments de l'ensemble (et non la totalité) ;
- soit l'utilisation de la prétraction est nulle ou partielle ;
- soit les deux conditions précédentes sont associées.

2.3.1 Structures haubanées

L'étymologie scandinave (*höfudbenda* = lien du sommet) du mot hauban renferme le sens des deux types d'usage qui peuvent en être faits :

- relier le sommet (d'un mât) au sol et contribuer ainsi à assurer la stabilité d'ensemble du système ;
- lancer un *lien* depuis le sommet (ou, par extension, depuis un autre point) d'un système dont la stabilité d'ensemble est assurée par ailleurs et l'utiliser pour modifier le fonctionnement interne de la structure (répartition des sollicitations, stabilité de forme locale).

Dans les deux cas, il s'agit d'éléments quasi rectilignes.

2.3.1.1 Haubans assurant la stabilité d'ensemble

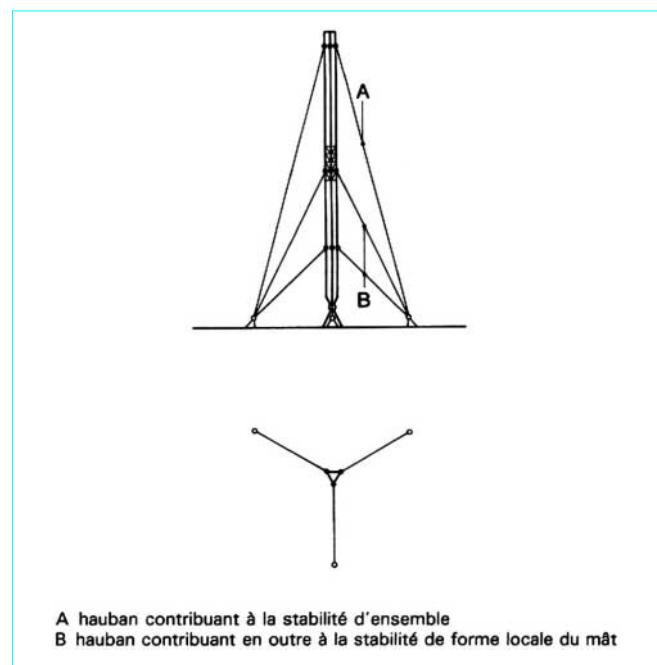
L'utilisation la plus fréquente se rencontre dans la construction des mâts supports d'antennes émettrices ; les hauteurs courantes sont de l'ordre de 200 m (figure 10).

La **Sydney Tower** de l'architecte Crone met en œuvre un système de 56 haubans disposés selon des génératrices rectilignes d'un hyperbolôde de révolution à une nappe (figure 11) : hauteur : 324,8 m.

La **structure de la couverture des tribunes du stade Farahabad à Téhéran** (figure 12) de l'architecte Darvich donne l'exemple d'une famille de haubans résultant de l'épanouissement d'un câble de rive d'une résille (§ 2.2.3.1) consistant en un câble à torons (§ 3.1.2.3), chaque toron se prolongeant depuis la tête des mâts, à partir d'une selle de déviation.

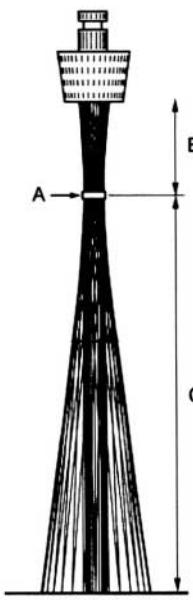
2.3.1.2 Haubans comme éléments d'ossature

Le cas d'utilisation de haubans comme éléments tendus appartenant à un système intérieurement isostatique ne donne lieu à aucune indication spécifique (§ 1.3). La réalisation des grands ponts à haubans, devenue relativement fréquente depuis une trentaine d'années, rend assez familière l'association éléments fléchis-éléments tendus dans des systèmes, par contre, intérieurement hyperstatiques.



A hauban contribuant à la stabilité d'ensemble
B hauban contribuant en outre à la stabilité de forme locale du mât

Figure 10 – Mât haubané



A couronne de liaison haubans-fût
 B parties de haubans contribuant à la résistance en flexion d'ensemble de la zone située au-dessus de la couronne A
 C parties de haubans contribuant à la stabilité d'ensemble et à la stabilité de forme locale du fût

Figure 11 – Sydney Tower : élévation schématique

Dans des cas de ce type, il est possible de provoquer dans une section quelconque d'un élément fléchi du système des sollicitations indépendantes des actions externes ; le principe s'apparente à celui de la méthode de compensation hyperstatique des arcs encastrés aux naissances due à Freyssinet.

On cherchera en effet, par réglage à la mise en œuvre obtenue par pré-tension des haubans, à minimiser les valeurs absolues des contraintes extrêmes en service dans les sections in fine les plus sollicitées de l'élément *soulagé* par les haubans ; on y parvient en s'efforçant d'aboutir à des valeurs extrêmes de signes opposés les plus voisines possible les unes des autres en valeur absolue.

On se reportera, pour les méthodes de détermination des sollicitations, à l'article *Structures non linéairement élastiques* [C 2 035] du présent traité.

Exemple

Le **Tulsa Exposition Center** (figure 13) de l'ingénieur consultant Graham illustre bien l'intérêt économique et le cas échéant plastique que peuvent présenter ces solutions [élançement h/ℓ (h : hauteur de la section de la traverse ; ℓ : portée du système) de l'ordre de 1/100 !].

Si l'on désigne par K'_{ne} la raideur normale efficace apparente d'un hauban et K_f la raideur de flexion de l'élément soulagé par les haubans, cette efficacité nécessite toutefois que le ratio K'_{ne}/K_f soit le plus grand possible.

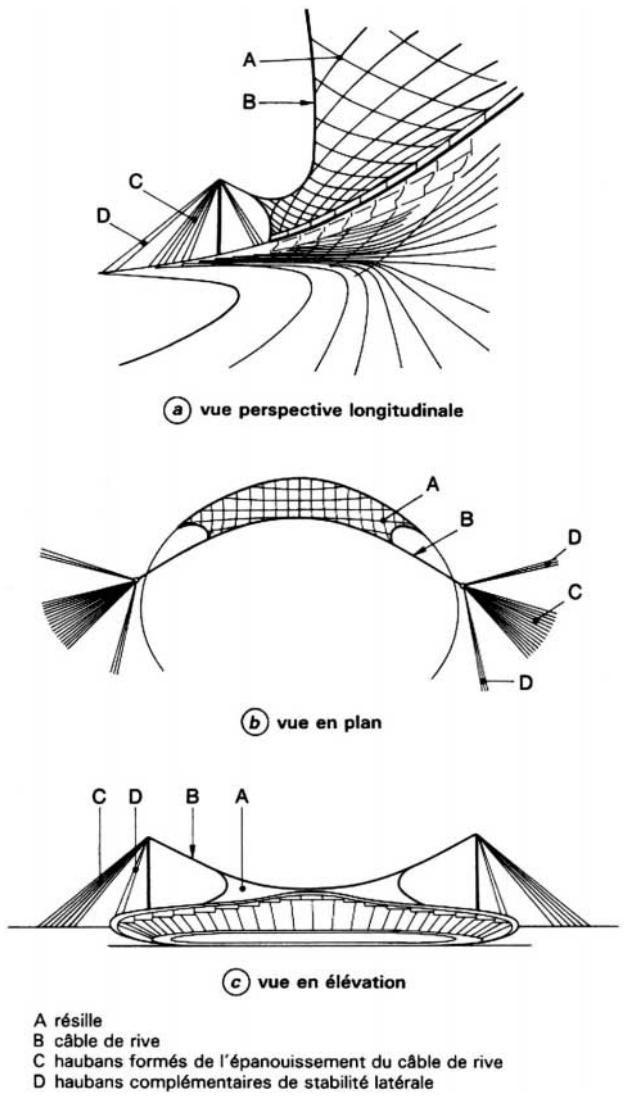


Figure 12 – Stade Farahabad à Téhéran : représentation schématique

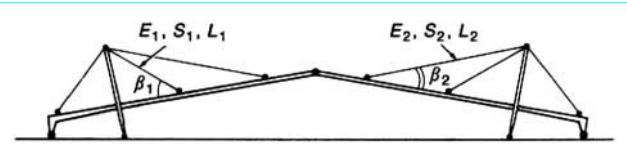


Figure 13 – Portique haubané : exemple du Tulsa Exposition Center (d'après [5])

Remarque : désignant par $K_n = ES/L$ la raideur normale d'un hauban de caractéristiques E, S, L [expression (21)], nous appelons raideur normale efficace d'un hauban associé à un élément fléchi qu'il supporte l'expression :

$$K_{ne} = \frac{ES \sin \beta}{L} = K_n \sin \beta$$

où β est l'angle d'inclinaison du hauban sur l'élément fléchi (figure 13).

La notion de module d'élasticité apparent d'un câble incliné a été introduite par Monsieur Courbon (article *Structures non linéairement élastiques* [C 2 035] du présent traité) ; elle intègre l'influence du poids propre du câble qui fait que son tracé d'équilibre n'est pas strictement rectiligne et dépend de sa tension.

Par extension, E' étant le module d'élasticité apparent du hauban, nous appelons :

— raideur normale apparente l'expression :

$$K'_n = \frac{E'S}{L}$$

— raideur normale efficace apparente l'expression :

$$K'_{ne} = \frac{E'S \sin \beta}{L} = K'_n \sin \beta$$

2.3.2.2 Lestage + résille prétendue

Cette famille de solutions se situe à la frontière entre structure lestée et résille. Dans certains cas où les impératifs de la programmation architecturale ne permettent pas d'aboutir à une géométrie convenable de la résille, la mise en prétension totale conduirait à des valeurs de tension excessives (§ 2.2.2.2) ; on pourra alors préférer l'emploi simultané de prétension et de lestage passif.

Par exemple : **couverture des tribunes du stade Farahabad à Téhéran** de l'architecte Darvich (portée du câble de rive : 248 m ; portée maximale des câbles porteurs : 36 m, des câbles tenseurs : 173 m ; tracé des câbles selon courbes orthodromiques sans pièces de liaison ; lestage 50 daN/m² par béton léger ; figure 12).

2.3.2.3 Membranes + câbles

Les principes directeurs de cette association :

- utilisation des propriétés de base des membranes (enveloppes très légères pouvant assurer le clos et le couvert et jouant malgré cette grande légèreté un rôle de structure, en étant tendues) ;
- utilisation des propriétés mécaniques des câbles,

permettant à la membrane de porter non plus de rive à rive mais de câble à câble, en restant ainsi dans le domaine des performances propres actuelles des textiles (portée possible de l'ordre de 20 à 30 m suivant les conditions de site), autorisent des usages correspondant aux portées habituelles des câbles (portée possible de plusieurs kilomètres).

Les trois façons de disposer d'une membrane tendue peuvent être mises en œuvre dans cette association :

— **mise en tension directe** (c'est-à-dire de façon purement mécanique) ; la membrane doit alors épouser la forme d'une surface à courbures opposées (les considérations du paragraphe 1.3.1 sont transposables), les câbles se situant en rives ou en noues ;

— **utilisation d'une structure gonflable** ; connaissant actuellement une expansion non négligeable en Amérique du Nord, cette technique de l'association gonflable-câbles a trouvé historiquement une utilisation remarquable à l'occasion de la construction du **Pavillon des États-Unis de l'Expo' 70 à Osaka** (plan de forme hyper-elliptique ; dimensions 83,5 m × 142 m) ; projet Brody, Chermayeff, Davis, Geismar, Harak [7] ;

— **utilisation d'une structure pneumatique** (par surpression ou, plus rarement jusqu'à ce jour, par dépression) ; exemple : **pavillon Fuji de l'Expo'70 à Osaka** de l'architecte Yutaka Murata.

3. Technologie des composants

3.1 Câbles

3.1.1 Définition normalisée

On se reportera à la norme AFNOR X 10-011.

3.1.2 Définitions pratiques

3.1.2.1 Fils à câbles

Les fils à câbles sont obtenus par tréfilage de fil machine en acier Martin au carbone après patentage.

La contrainte de rupture ainsi recherchée est de l'ordre de 140 à 200 daN/mm².

La protection contre la corrosion peut être obtenue par galvanisation, plus rarement par utilisation d'acier inoxydable.

3.1.2.2 Torons

Nota : voir normes AFNOR NF A 47-151 à 153.

L'ensemble câblé élémentaire est appelé **toron**. Il est composé de fils de diamètre 0,2 à 5,5 mm (mais fils identiques pour un même toron dans les techniques de structures à câbles), en nombre variable (en pratique de 7 à 89), disposés en hélice (pas d'hélice, appelé **pas de toronnage**, de l'ordre de 25 diamètres) en plusieurs couches superposées. Le toronnage mettant les fils au contact, chaque couche comporte, à partir de la troisième couche, 6 fils de plus que la précédente pour des raisons évidentes de géométrie (figure 14a) ; le sens de l'enroulement en hélice est opposé entre chaque couche successive. La protection contre la corrosion peut être complétée par gainage (polyéthylène) du toron [8].

Utilisé fréquemment seul, le toron est alors dénommé **câble monotoron**.

3.1.2.3 Câbles

Le câble à torons est élaboré à partir des plusieurs torons [le plus souvent 7 (1 + 6), mais ce n'est pas une obligation] disposés en hélice ; ils s'appuient sur une âme centrale qui est elle-même toujours constituée d'un toron pour le type d'ouvrages envisagés (figure 14b). En site exposé ou ambiance agressive, on préfère parfois ne pas utiliser de câbles toronnés pour leur préférer l'emploi de monotorons maintenus hors contact entre eux par écarts (distance libre entre torons : 5 cm environ) dans le but de faciliter l'entretien et les contrôles anticorrosion périodiques (figure 14c).

Le **commettage** désigne l'ensemble des opérations de toronnage et de câblage.

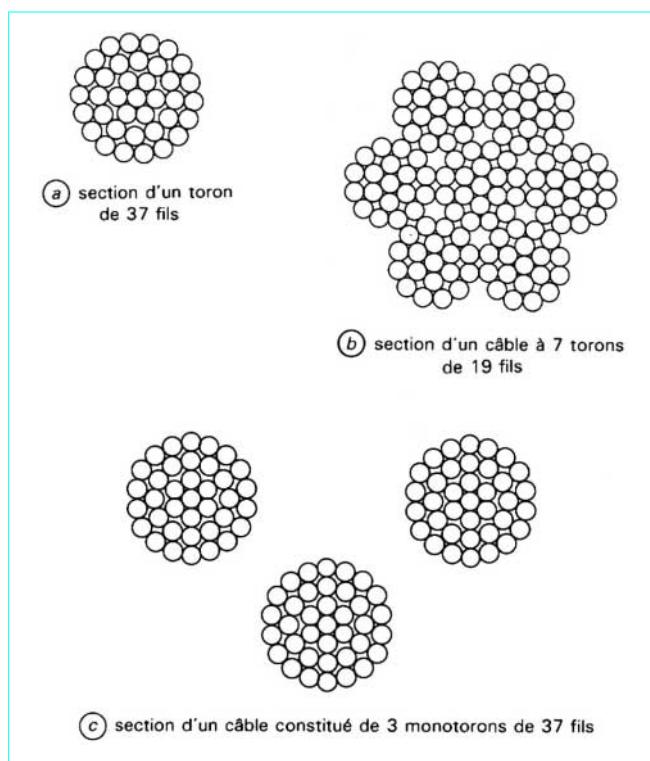


Figure 14 – Torons et câbles : exemples

Les valeurs du module d'élasticité des câbles toronnés dépendent de deux paramètres : le module d'élasticité des fils constitutifs et l'allongement par serrage des fils les uns par rapport aux autres.

Elles varient de 18 000 daN/mm² pour les petites unités (torons de 7 fils) à 13 000 daN/mm² pour les plus grosses [9].

3.2 Pièces de liaison

3.2.1 Dispositifs d'ancrage

Les valeurs élevées des contraintes en service des câbles (de l'ordre de 60 à éventuellement 120 daN/mm² sous charges extrêmes) conduisent évidemment à l'existence d'efforts concentrés importants à leur extrémités ; les implications constructives résultantes, sur les abouts des câbles comme sur leurs appuis, en ont été déduites de longue date par les concepteurs et constructeurs tant de ponts suspendus que d'ouvrages divers en béton précontraint.

Aux premiers, on doit le nom ayant été conservé de culot (au sens utilisé en sidérurgie) pour désigner la partie de l'organe d'ancrage solidaire du câble ; la méthode traditionnelle était en effet le **culottage** de l'extrémité du câble consistant en un coincement, dans une pièce en acier moulé présentant une cavité de forme générale tronconique, d'une gerbe confectionnée à partir de l'extrémité des fils constitutifs décâblés, épanouis et repliés en boucle, la cavité étant ensuite cachetée par un métal ou un alliage se coulant à température modérée (zinc ; plomb-étain-antimoine) ; [9] [10] et figure 15 schématisant divers types de culots élaborés à partir de cette technologie.

Même s'il est possible d'utiliser tout système issu de ceux du béton précontraint [11], on préfère en général actuellement l'emploi de manchons filetés. La solidarisation est réalisée en atelier par filage à froid du manchon dans lequel l'extrémité du câble à équiper a été préalablement enfilée : le filetage ultérieur reçoit un écrou permettant le réglage sous tension (indispensable) et le blocage (figure 16).

3.2.2 Éléments de liaison

Après équipement par culots, les extrémités des câbles se prêtent à la réalisation de liaisons traditionnelles métal-métal (article *Moyens d'assemblage* [C 2 520] dans le présent traité et figure 17) puis métal-béton (figure 16b).

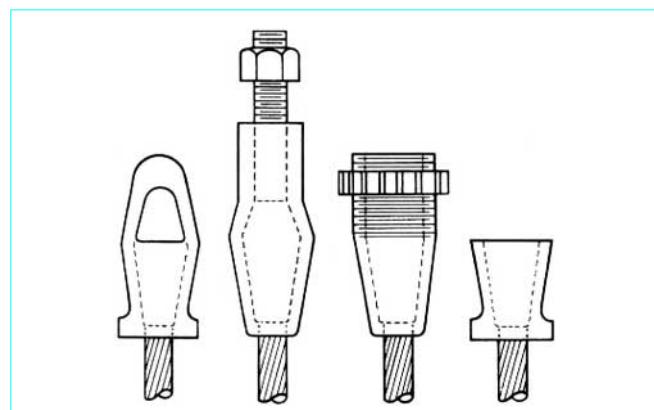


Figure 15 – Culots conventionnels (d'après [10])

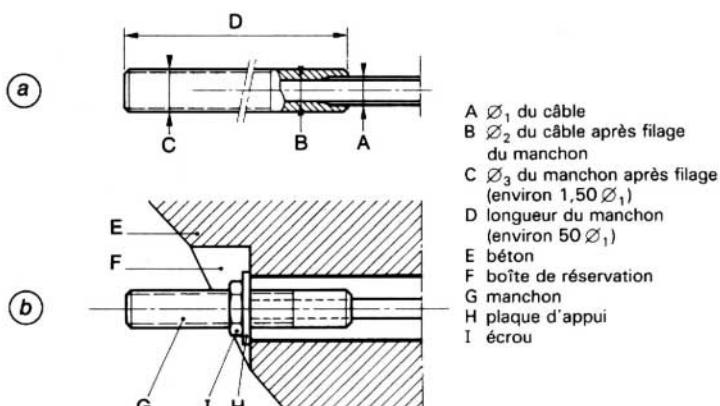


Figure 16 – Culot par manchon filé filé (d'après [12])

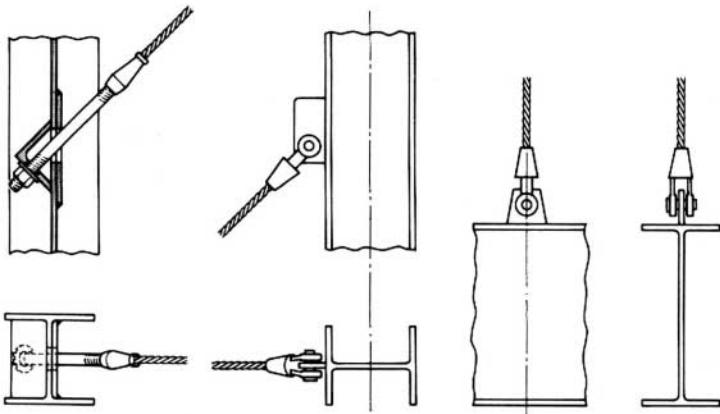


Figure 17 – Exemples de liaisons culots-charpente métallique (d'après [5])

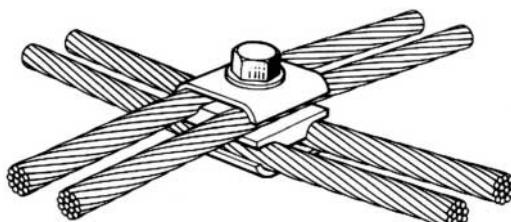


Figure 18 – Exemple de pièce de liaison entre câbles d'une résille (d'après [13])

Les pièces de liaison entre câbles P et T d'une résille, lorsqu'elles existent (§ 2.2.3), doivent le plus souvent prévenir le glissement transversal d'un câble sur l'autre ; elles comportent un dispositif de serrage mettant en jeu le frottement entre coquilles et câble (figure 18).

On réalise, suivant le même principe, des liaisons en partie courante de câble permettant l'appui :

— soit d'éléments fléchis conventionnels ou de suspentes constituées de plats (figure 19), de ronds, de tubes, de câbles, etc. ;

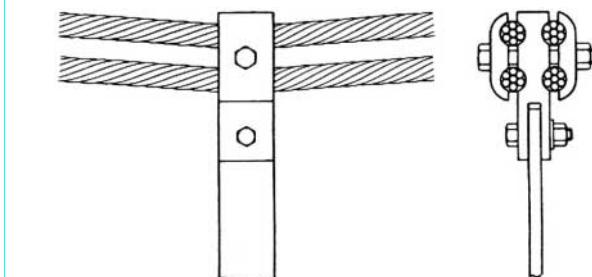


Figure 19 – Exemple de pièce d'attache câble-charpente métallique (d'après [13])

— soit des câbles porteurs ou tenseurs d'une poutre-câble ;
— soit des câbles courants d'une résille sur un câble de rive (§ 2.2.3.1 et figure 20), etc.

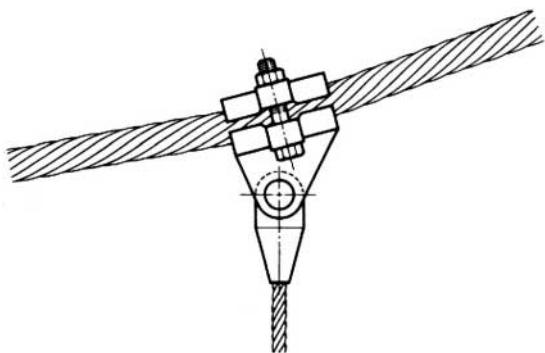


Figure 20 – Exemple de pièce d'attache entre câble de rive et câble courant (d'après [5])

4. Spécificité des structures à câbles

4.1 Conception

On a vu ([§ 2.2.3.1](#)) que la prédétermination du tracé d'un câble de rive pouvait s'avérer délicate. C'est pourquoi il est d'usage courant de s'appuyer sur la confection de maquettes peu sophistiquées, réalisées à l'aide de fils (peu extensibles) et de membranes (plus extensibles), à des échelles pouvant varier, en fonction des dimensions réelles de l'ouvrage projeté et du degré d'avancement de l'étude, du 1/500^e et 1/100^e ; progressivement, on peut à un stade suffisant remplacer les membranes par des fils et chercher à tenir compte des incidences sur le tracé d'équilibre du câble de rive.

Il est alors possible d'enclencher le processus théorique indiqué au paragraphe [2.2.3.1](#) à partir d'un tracé réaliste sans risquer de transformer en divagation la convergence recherchée.

Il est souvent intéressant pour des ouvrages très importants, ce qui a été le cas pour le stade de Munich ou le stade de Téhéran déjà cités, de recouper les résultats qui en découlent par une étude sur modèle.

Les résilles présentent en effet, dans cette optique, l'intérêt de permettre le respect rigoureux des conditions de similitude déduites de l'analyse dimensionnelle du prototype et de son modèle, en particulier en raison du fait que le comportement de ces structures est indépendant dans la pratique du coefficient de Poisson des matériaux constitutifs (considération de l'effort normal N seul) ; voir sur cette question les références bibliographiques [\[14\]](#) [\[15\]](#) [\[16\]](#).

Les études sur modèle permettent également l'approche pragmatique du comportement dynamique des structures complexes ; voir aussi des exposés théoriques très complets dans [\[13\]](#).

S'agissant d'autre part des structures haubannées, chercher à aboutir à K'_{ne}/K_f le plus grand possible ([§ 2.3.1.2](#)) devrait éviter aux concepteurs raisonnables de contribuer à faire croître le nombre des exemples malheureux d'ouvrages existants pour lesquels, au contraire :

- soit la trop grande valeur relative de K_f ;
 - soit la trop faible valeur relative de K'_{ne} (souvent en raison notamment de valeurs de l'angle β notamment trop faibles) ;
 - soit, évidemment, les deux ;
- donnent à voir des haubans, si l'on peut s'exprimer ainsi, assignés à jouer un rôle de quasi-figuration.

4.2 Mise en œuvre

Menées à bien par des entreprises spécialisées, les opérations de mise en œuvre doivent être soignées mais ne sont pas d'une complexité telle qu'elles justifient certaines réticences persistantes à l'encontre des techniques de structures tendues.

Les câbles, prééquipés en atelier de leurs culots, sont amenés, montés, réglés, tendus, souvent par paliers successifs.

L'utilisation de vérins hydrauliques, indispensables dès que la valeur de la tension à appliquer dépasse quelques milliers de déca-newtons, permet de vérifier en permanence pour chaque câble la cohérence entre les valeurs de tension et d'allongement qui résultent de l'étude et celles, respectivement, des tensions lues au manomètre et des allongements relevés *in situ*.

Exemple 4 : reprenant le câble de l'exemple [1](#) (portée $\ell = 40$ m ; flèche $f = 3$ m), l'expression [\(15\)](#) nous donne $D = dL/df = 0,39$; la cohérence entre la géométrie à obtenir (réglage de la flèche) et la valeur du tirage sur appui est donc dans ce cas relativement aisée à assurer : une erreur de 1 cm sur appui entraîne une erreur de 2,8 cm sur la flèche.

Mais une même erreur de 1 cm sur appui entraînera sur la flèche une erreur de :

- 3,8 cm pour une flèche théorique de 2 m ;
- 7,7 cm pour une flèche théorique de 1 m ;
- etc.

4.3 Comportement

Le module d'élasticité du câble proprement dit n'est, dans le meilleur des cas il est vrai (utilisation de câbles de petit diamètre préétirés), que de 10 à 15 % inférieur à celui de l'acier constitutif de ses fils ou d'éléments d'ossatures traditionnels.

Les variations dimensionnelles longitudinales relatives en service, c'est-à-dire $\Delta n/E$, sont donc comparables à celles de constituants traditionnels,... à Δn comparables.

Exemple 5 : destiné à fournir une présentation chiffrée de la flexibilité comparative dans trois cas de solutions distinctes, la fonction à remplir devant être la même ; il s'agit de l'ossature support de couverture d'un bâtiment comportant des éléments porteurs parallèles de portée 40 m tous les 5 m.

■ Charpente métallique traditionnelle :

— P_p (ossature)	: 50 daN/m ²
— couverture étanchéité:	25 daN/m ²
— neige	: 45 daN/m ²
	120 daN/m ² soit 600 daN/m ²

Le critère de flèche, largement déterminant ici, impose :

$$\frac{5p\ell^4}{384EI} \leq \frac{\ell}{200} \Rightarrow I \geq \frac{1000p\ell^3}{384E} \approx \frac{1000 \times 6,00 \times (4000)^3}{384 \times 2,1 \times 10^6} = 476\,190 \text{ cm}^4$$

soit, pour fixer les idées, un profilé reconstitué d'une hauteur de l'ordre de 1 200 mm.

- Flèche provoquée par une surcharge de 225 daN/m (effet de la neige normale) :

$$f = \frac{5p\ell^4}{384EI} = \frac{5 \times 2,25 \times (4000)^4}{384 \times 2,1 \times 10^6 \times 4,76 \times 10^5} = 7,5 \text{ cm}$$

■ **Structure lestée** : un câble lesté tous les 5 m ; flèche 3 m

- P_p (câble + couverture + étanchéité) : 30 daN/m²
- lestage : 110 daN/m² = $(P_{ve} - P_p)$
- neige : 45 daN/m²
- 185 daN/m^2 soit 925 daN/m

$F_{\max} = 64,4 \times 10^3 \text{ daN}$ (voir exemple 1), soit $\approx 161 \times 10^3 \text{ daN}$ à la rupture ou, pour fixer les idées, deux câbles monotorons de 37 fils de diamètre 4,2 mm en nuance 180 daN/mm² (S effectif = 1 026 mm² ; diamètre de chaque câble : 29,4 mm).

- Flèche provoquée par une surcharge de 225 daN/m :
- augmentation correspondante de la tension du câble :

$$\Delta F \approx \frac{225}{925} \times 64,4 \times 10^3 = 15,66 \times 10^3 \text{ daN}$$

— longueur développée du câble pour sa flèche géométrique initiale : l'expression (5) donne :

$$L = 40,59 \text{ m}$$

— allongement élastique correspondant :

$$\Delta L = \frac{\Delta F \cdot L}{E \cdot S} = \frac{15,66 \times 10^3 \times 4,059}{1,5 \times 10^6 \times 10,26} = 4,13 \text{ cm}$$

— flèche consécutive [expression (15)] :

$$\Delta f = \frac{\Delta L}{D} = 10,6 \text{ cm}$$

■ **Structure prétendue** : 1 poutre-câble tous les 5 m, celle de l'exemple 3

- Flèche provoquée par une surcharge de 225 kg/m :
- augmentation correspondante de la tension du câble porteur : l'expression (28) donne (avec $\lambda = -0,99$) :

$$\Delta p \left(\frac{225}{e} \right) = 0,5 \times 45 = 22,5 \text{ daN/m}^2$$

par (27) on a :

$$\Delta F(225) = \Delta p \left(\frac{225}{e} \right) \cdot e \cdot Y_p = 9,28 \times 10^3 \text{ daN}$$

— longueur développée du câble pour sa flèche géométrique initiale : l'expression (5) donne :

$$L = 40,41 \text{ m}$$

— allongement élastique correspondant :

$$\Delta L = \frac{\Delta F \cdot L}{E \cdot S} = \frac{9,28 \times 10^3 \times 4,041}{1,5 \times 10^6 \times 6,7} = 3,73 \text{ cm}$$

— flèche consécutive [expression (15)] :

$$\Delta f = \frac{\Delta L}{D_p} = 11,3 \text{ cm}$$

Il est aisément de contrôler que les résultats sont du même ordre de grandeur ; la « très grande souplesse » des structures à câbles, convenablement dimensionnées s'entend, est donc bien une idée reçue.

D'un autre point de vue, la présence du câble dans les ouvrages de plus grande portée existants est l'illustration tangible de ce qui résulte d'une réalité technique : rapport σ/p très élevé. L'auteur a pu contribuer à établir, sous la direction de René Sarger [17] que, dans l'hypothèse d'un tracé parabolique, la portée limite théorique d'un câble (assigné à ne supporter que son propre poids) était en effet donnée par l'expression $\ell = 1,283 \cdot \frac{\sigma}{p}$ à condition de choisir pour rapport f/ℓ la valeur 0,341.

Nota : on trouvera dans [3] des valeurs respectives $\ell = 1,3255 \cdot \frac{\sigma}{p}$ et $\frac{f}{\ell} = 0,338$ déterminées dans l'hypothèse d'un tracé selon une chaînette.

Toujours est-il que l'ordre de grandeur moyen de $\ell \approx 1,3 \frac{\sigma}{p}$ et $\frac{f}{\ell} \approx 0,34$ indiquent qu'un câble de limite élastique égale à 200 daN/mm² se rompt sous l'action de son seul poids propre pour une portée de l'ordre de... 33 km (!), à condition que son tracé possède une flèche de l'ordre de $0,34 \times 33 = 11,22 \text{ km}$.

4.4 Réglementation

En l'absence actuelle de tout code, l'usage est de s'en tenir :

- aux **dispositions utilisables du Cahier des Prescriptions Communes** (Fascicule 61 titre V du ministère de l'Équipement : article *Ponts métalliques* [Doc C 2677] du présent traité) ;
- aux **normes**, lorsqu'elles existent traitant des organes et procédures intéressés (Pour en savoir plus [Doc. C 2 580]).

On peut aussi se référer au *Tentative Criteria for Structural Applications of Steel Cables for Buildings* (Projet de code sur l'utilisation des câbles d'acier dans les structures de bâtiments) publié en 1966 par l'AISI (American Iron and Steel Institute) reproduit dans [5].

4.5 Bilan

L'ingénieur ne peut que nourrir l'espoir de voir croître le nombre des exemples d'utilisation judicieuse des outils très performants que constituent le composant **câble** et les familles de solution spécifiques qu'il autorise.

Son rôle est aussi de convaincre architectes et maîtres d'ouvrage de la pertinence de leur emploi approprié et de l'interaction, contraignante mais grosse de richesse formelle, entre une telle option et le parti du projet concerné ; il est encore de les persuader de se dénier des usages inopportuns auxquels succomber aux délices de la mode peut conduire.

Constructions métalliques

Structures à câbles

par **Jean-Pierre LAUTE**

Ingénieur de l'École Spéciale des Travaux Publics
Expert Construction. Ingénieur Consultant
Professeur à l'École d'Architecture Paris-Villemin

Bibliographie

+ historique de la question
* étude théorique de la question

● comporte des résultats d'essais de laboratoire
▲ comporte des résultats pratiques ou industriels

○ étude technologique de la question
□ description d'appareillages ou d'installations

Références

- [1] FOULON (E.). – *Les polygones funiculaires gauches et leurs applications au calcul des constructions à trois dimensions*. 171 p., bibl. (28 réf.), Goemaere (Bruxelles) (1939) (*).
- [2] SARGER (R.). – *Des « voiles minces » aux « voiles tendues »*, 22 p., Libreria editrice Politecnica - Tamburini (Milan) (1961) (*).
- [3] OTTO (F.), SCHLEYER (F.K.) et TROSTEL (R.). – *Tensile structures* (Structures tendues). 320 + 171 p., The MIT Press [Cambridge (Massachusetts, USA) et Londres (G.-B.)] (1973) (+ *).
- [4] BANDEL (H.). – *Das hängende Seil unter Räumlicher Belastung und Temperaturänderung* (Câble suspendu sous charge spatiale et variation de température). Der Bauingenieur, vol. 37, fasc. 4, p. 145 et s. (1962) (*).
- [5] PODOLNY (W.Jr.), SCALZI (J.B.) et TENG (W.C.). – *Design Fundamentals of cable roof structures* (Bases de calcul des structures en câbles supports de couverture). 139 p., bibl. (23 réf.), US Steel Corporation [Pittsburgh (Pennsylvania, USA)] (1969) (* ▲ □).
- [6] BATELLIER (J.P.). – *Centre sportif municipal de Saint-Ouen ; problèmes de détails dans l'étude de conception et de réalisation*. Annales de l'ITBTP, n° 264 suppl., p. 8-18, 12 fig. (Paris), déc. 1969 (▲ ○ □).
- [7] FOURNIER (B.) et GREENBERG (D.P.). – *A graphical analysis approach for pneumatic spherical membrane structures* (Approche analytique graphique du comportement des structures gonflables sphériques). Proceedings of the IASS (International Association of Shell Structures), Delft (Pays-Bas), sept. 1972 (*).
- [8] REYNE (M.). – *L'utilisation industrielle des plastiques*. 229 p., Éditions de l'Usine Nouvelle (Paris) (1982) (+ ▲).
- [9] Câbles d'acier : caractéristiques et conditions générales d'emploi. 79 p., Société Nouvelle Mercure (Paris), janv. 1964 (▲ ○).
- [10] GENSERT (R.M.) et ZETLIN (L.). – *Cable construction in contemporary architecture* (Constructions par câbles dans l'architecture contemporaine). 77p., Bethlehem Steel Corporation [Bethlehem (USA)] (1967) (* ▲ □).
- [11] GUYON (Y.). – *Constructions en béton pré-contraint - Classes - États limites. 1. Étude de la section*. Cours CHEBAP, 360 p., bibl. (21 réf.), Éd. Eyrolles (Paris) (1966) (* ▲ ○ □).
- [12] GAYON (J.). – *Centre sportif municipal de Saint-Ouen ; structure en câble de la couverture du gymnase*. Annales de l'ITBTP, n° 264 suppl., p. 27-28, 1 fig. (Paris), déc. 1969 (○ □).
- [13] BUCHHOLDT (H.A.). – *An introduction to cable roof structures* (Introduction aux structures supports de couvertures en câbles). 257 p., bibl. (116 réf.), Press Syndicate of the University of Cambridge (G.-B.) (1985) (*).
- [14] DEHOUSSE (N.M.) et ARNOULD (D.). – *Les modèles réduits de structures en Génie Civil*. 183 p., bibl. (559 réf.), Dunod (Paris) (1971) (* ○ □).
- [15] LANGHAAR (H.L.). – *Analyse dimensionnelle et théorie des maquettes*. 230 p., bibl. (7 réf.), Dunod (Paris) (1956) (* ▲).
- [16] MONOD-HERZEN (G.). – *L'analyse dimensionnelle et l'épistémologie*. 129 p., bibl. (39 réf.), Maloine-Doin (Paris) (1976) (+ *).
- [17] SARGER (R.). – *Essais sur les dimensionnements préférentiels. Formes paraboliques*. Proceedings of the IASS. Rapport France : *Couverture de grandes portées-coques et structures tendues*, Colloque Leningrad (URSS), sept. 1966 (*).

Ouvrages

- BÜTTNER (O.) et HAMPE (E.). – *Bauwerk Tragwerk Tragstruktur* (Édifices, Systèmes structuraux, Structures porteuses). Tome 2, 476 p., bibl. (67 réf.), VEB Verlag für Bauwesen (ex) DDR 1086 Berlin (1984) (+ *).
- OTTO (F.) et ROLAND (C.). – *Spannweiten* [(Structures) tendues de grande (portée)]. 168 p., Verlag Ullstein GmbH Berlin, Francfort, Vienne (1965) (*).

Normalisation

NF A 35-573	05-90	Produits sidérurgiques. Aciers inoxydables d'usage général. Tôles, larges bandes, feuillards.	NF A 47-153	06-54	Câbles rigides en acier. Toron de 37 fils (1 + 6 + 12 + 18).
NF A 35-574	05-90	Produits sidérurgiques. Aciers inoxydables d'usage général. Demi-produits, barres et fil machine.	X 10-011	03-58	Résistance des matériaux et essais mécaniques des matériaux. Vocabulaire.
NF A 47-151	06-54	Câbles rigides en acier. Toron de 7 fils (1 + 6).	NF X 51-001	01-77	Attestation et marquage des câbles, chaînes et crochets (Annexe à la Directive du 13.04.76 de la Commission des Communautés Européennes).
NF A 47-152	06-54	Câbles rigides en acier. Toron de 19 fils (1 + 6 + 12).			