Dimensionnement des installations de chauffage
Partie 2

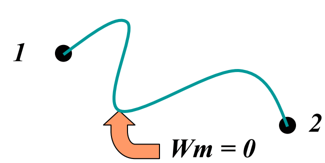
Jean-Marie SEYNHAEVE

- Pertes de charge
- Pompe - circulateur : puissance et rendement
- Dimensionnement d'un réseau bi-tubes

La "Perte de charge" d'un circuit

Hypothèses et définitions

Hypothèses :
- Régime permanent
- Masse volumique constante
- Écoulement en conduit fixe
- Variables moyennées



$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \Delta K + g\Delta z + W_f = 0$$

$$\Delta p + \rho\Delta K + \rho g\Delta z + \rho W_f = 0$$

$$\left(p + \rho\frac{c^2}{2} + \rho g z \right)_2^1 = \rho W_f \triangleq \Delta p_f$$

Définitions :

- Pression statique : $p_{st} = p$
- Pression dynamique : $p_{dyn} = \rho \dfrac{c^2}{2}$
- Pression totale : $p_t \triangleq p_{st} + p_{dyn} \triangleq p + \rho \dfrac{c^2}{2}$
- Pression de charge : $p_{ch} \triangleq p_{st} + p_{dyn} + \rho g z \triangleq p + \rho \dfrac{c^2}{2} + \rho g z$

NB *Si* $\rho g \Delta z = 0 \Rightarrow \Delta p_t = \Delta p_{ch}$

Terminologie :

- W_f (J/kg ou m^2/s^2) : perte d'énergie massique due aux frottements à la paroi
- Δp_f (Pa) : diminution de pression de charge par "frottements" : $p_{ch,1} - p_{ch,2}$

Bonne référence

« Memento des pertes de charge »

Idel'cik

Coefficient de « perte de charge » :

Question : Comment évaluer la diminution de pression par "frottements"

$$\boxed{\zeta \equiv \frac{\Delta p_f}{p_{dyn}}}$$

- Coefficient sans dimension.
- Fonction du régime d'écoulement (Re) $\quad \mathrm{Re} \triangleq \dfrac{\rho c D}{\mu} = \dfrac{cD}{\nu}$
- Fonction du confinement de l'écoulement
  - géométrie du conduit
  - rugosité de la paroi

Puissance mécanique dissipée par l'écoulement

$$\boxed{P_f = \dot{V} \Delta p_f = \zeta \dot{V} p_{dyn} \approx k \dot{V}^3}$$

Conduits droits

$$\Delta p_f = \zeta \, p_{dyn} = \lambda \frac{L}{D_h} \rho \frac{c^2}{2} \qquad D_h = \frac{4S}{P} \qquad \lambda = 4f$$

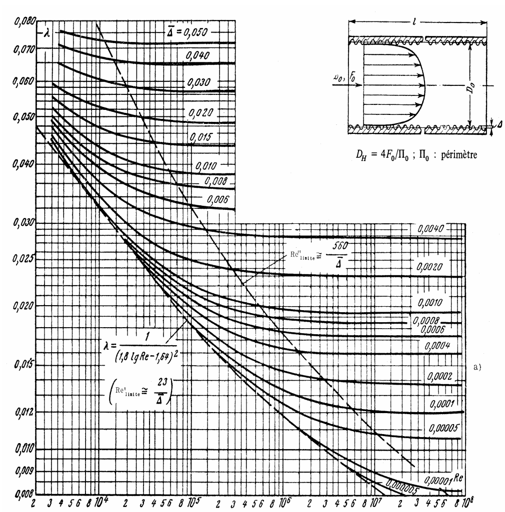
De quoi dépend la valeur de λ ?

- Régime d'écoulement
  - Pour Re < … 2000 : régime laminaire (profil parabolique de la vitesse)
  - Pour Re > … 2000 : régime turbulent
- Rugosité relative $\frac{\varepsilon}{D_h}$
  - Rugosité dite homogène (expériences effectuées avec des grains de sable)
  - Rugosité hétérogène (conduites industrielles)

Quel est l'effet du diamètre pour un même débit ?

$$\Delta p_f \approx P_f \approx \frac{Cte}{D_h^{\;5}}$$

Diagramme pour conduits à rugosité hétérogène



$D_H = 4F_0/\Pi_0$; Π_0 : périmètre

1) Section circulaire ou rectangulaire ($a_0/b_0 = 0{,}5$ à 2)

$$\lambda = \frac{\Delta H}{\frac{\gamma w_0^2}{2g} \cdot \frac{l}{D_H}} = \frac{1}{\left[-2 \log \frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{\bar{\Delta}}{3{,}7} \right]^2}$$

ou dans l'intervalle $0{,}00008 < \bar{\Delta} < 0{,}0125$:

$$\lambda = 0{,}1 \left(1{,}46\, \bar{\Delta} + \frac{100}{\mathrm{Re}} \right)^{0{,}25}$$

λ est déterminé suivant le graphique *a*) ou le tableau 2.3 (page 72).

2) Section annulaire :

$$\lambda_{ann} = k_3 \lambda$$

où k_3 est déterminé suivant le graphique *c*) du diagramme 2.1 ; $\mathrm{Re} = w_0 D_H/\nu$; $\bar{\Delta} = \Delta/D_H$; Δ : hauteur moyenne des aspérités de rugosité, dont les valeurs sont données dans le tableau 2.1 ; les valeurs de ν sont données dans le paragraphe 1.3, *b*).

Pertes de charge locales

$$p_f = \zeta_{singularité}\, \rho \frac{v^2}{2}$$

Tableau F *Valeurs indicatives pour les coefficients de perte de charge (valeurs ζ) des résistances locales dans les conduites métalliques.*

NATURE de la RÉSISTANCE	VALEURS ζ

Coude arrondi (d ; r)

r/d	1	2	3	4
ζ	0,5	0,35	0,30	0,30

r : rayon de courbure ; d : diamètre du tube

Coude en équerre

DN	10-15	20-25	> 25
ζ	2	1,5	1,0

Té divergent (90°) (v_2, ζ_2 ; $v, \zeta = 0$; v_1, ζ_1)

v_x/v	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0	2,0
ζ_2	12,0	7,0	3,5	2,5	2,0	1,0
ζ_1	0,5		0,2		0	

Té divergent (90°) (v_2, ζ_2 ; v_1, ζ_1 ; $v, \zeta = 0$)

v_x/v	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
ζ_2	-1,0	0,5	1,0	1,3	1,5
ζ_1	1,3	1,1	0,8	0,5	0

Pertes de charge locales

Té confluent (90°) ($v, \zeta = 0$; v_x, ζ_x ; v_x, ζ_x)

v_x/v	0,4	0,6	0,8	1,0	1,3	1,5	2,0
ζ_x	6,5	3,0	1,8	1,3	1,0	0,8	0,5

Té confluent (90°) ($d, v, \zeta = 0$; d_x, v_x, ζ_x ; d_x, v_x, ζ_x)

v_x/v → / d_x/d ↓	0,3	0,5	0,7
0,5	5,0	1,3	1,0
0,7	6,5	2,0	1,3
0,8	9,0	3,0	1,8

Croix confluente (90°) (v_2, ζ_2 ; $v, \zeta = 0$; v_1, ζ_1 ; v_2, ζ_2)

v_x/v	0,3	0,4	0,5	0,6	0,75	0,8	1,0
ζ_2	4	3	2,5				
ζ_1		2,8	2	1,2	1	0,5	0,2

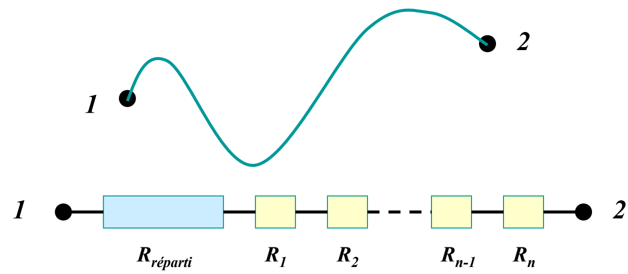
Croix divergente (90°) (v_2, ζ_2 ; $v, \zeta = 0$; v_1, ζ_1 ; v_2, ζ_2)

v_x/v	0,4	0,5	0,6	0,75	0,8	1,0	2,0
ζ_2	7	5	3,5	2, 70	2,5	2,0	1,0
ζ_1		0,5		0,25		0	

Variation progressive du diamètre (DN1 ; DN2 ; $\zeta_{convergent}$; $\zeta_{divergent}$)

DN1→DN2	20→15	25→20	32→25	40→32	50→40	65→50	≥80
ζ_{conv}	0,09	0,09	0,07	0,05	0,06	0,05	0,03
DN1→DN2	15→20	20→25	25→32	32→40	40→50	50→65	≥65
ζ_{div}	0,05	0,05	0,05	0,03	0,04	0,04	0,03

Courbe caractéristique d'un circuit



Hypothèses :

- Régime permanent
- Écoulement à masse volumique constante
- Écoulement en conduit fixe (Espace confiné)
- Variables moyennées de l'écoulement

$$\boxed{p_{ch,1} - p_{ch,2} = \Delta p_f = \zeta\, p_{dyn} \triangleq R\left(géométrie,\, fluide\right)\dot{m}^2}$$

Résistance aéraulique (hydraulique) R $\Rightarrow$ analogie électrique - circuit non linéaire

Conservation de l'énergie mécanique

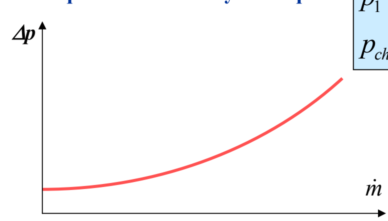
$$\left(p + \rho\frac{c^2}{2} + \rho g z\right)_2^1 = \rho W_f \equiv \Delta p_f$$

$$p_1 - p_2 = \Delta p_f + \rho g \Delta z + \rho \Delta K$$

$$\Delta p_f = \Delta p_{f,réparti} + \sum_{i,local} \Delta p_{f,local}$$

Courbe caractéristique d'un circuit hydraulique

$$\boxed{\begin{aligned} p_1 - p_2 &= R_{circuit}\dot{m}^2 + \rho g \Delta z \\ p_{ch,1} - p_{ch,2} &= R'_{circuit}\dot{m}^2 \end{aligned}}$$

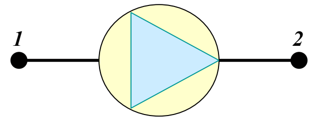


Pour les circuits de gaz (air) : $\rho g \Delta z \cong 0$

Courbe caractéristique d'une pompe (ventilateur)
Point de fonctionnement

Puissance à l'arbre, puissance utile, rendement aéraulique

- **Hypothèses :**
  Régime permanent
  Masse volumique constante
  (Ventilateur $p_2/p_1 < ...1.05...$)



- **Équation de la conservation de l'énergie mécanique - puissance à la roue :**

$$W_m = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \Delta K + g\Delta z + W_f \cong \frac{\Delta p_t}{\rho} + W_f$$

$$P_{roue} = \dot{m} W_m \qquad P_{arbre} = P_{roue} + pertes\, méc.$$

- **Travail et puissance utile :**

$$W_{utile} \triangleq \frac{\Delta p_t}{\rho} = W_m - W_f$$

$$P_{utile} = \dot{m}\frac{\Delta p_t}{\rho} = \dot{V}\Delta p_t$$

- **Rendements aéraulique et total :**

$$\eta_{aér} = \frac{P_{utile}}{P_{roue}} = \frac{\Delta p_t}{\Delta p_t + \rho W_f}$$

$$\eta_{tot} = \frac{P_{utile}}{P_{arbre}} = \eta_{mec}\eta_{aér}$$

- **Équation d'Euler :** conservation du moment de la quantité de mouvement

$$W_m = W_{utile} + W_f = Euler = A\dot{V} + B$$

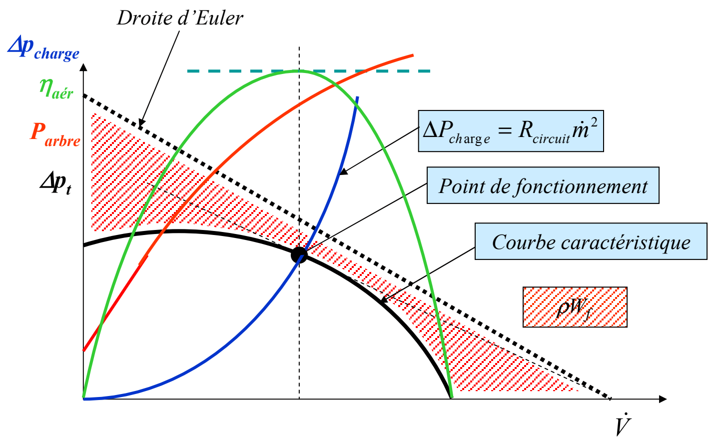
$$A = f\left(n, géométrie\right)$$

$$B = f(n^2, géométrie)$$

- **Évaluation des pertes (Travaux de frottement) :**

$$W_f = W_{f,déviation,entrée} + W_{f,déviation,sortie} + W_{f,réparti} = f\left(\dot{V}^2\right)$$

Courbes caractéristiques et point de fonctionnement



Loi de similitude

Similitude des débits : $\dot{V} \doteq kn$

Similitude des pressions : $\Delta p \doteq kn^2$ *n* : vitesse de rotation de la machine

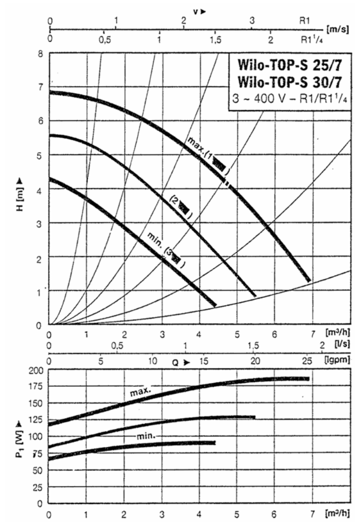
Similitude des puissances : $P_{arbre} \doteq kn^3$

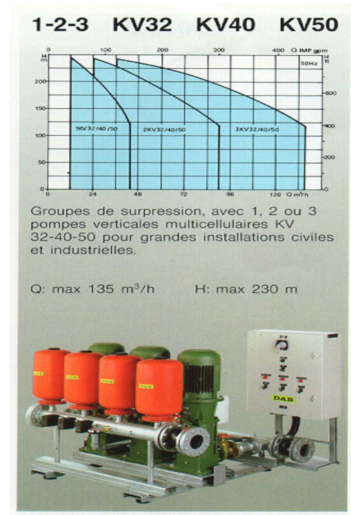
Conséquences pratiques ⇒ courbes caractéristiques pour d'autres vitesses *n*

Doubler le débit dans un circuit aéraulique signifie :
- Doubler la vitesse de rotation (pompe ou ventilateur).
- L'augmentation de pression (et les « pertes de charge ») sont multipliées par 4 !
- La puissance consommée au moteur d'entraînement est multipliée par 8 !!
- La note énergétique est 8 fois plus élevée !!!
- Le rendement aéraulique est quasi identique.

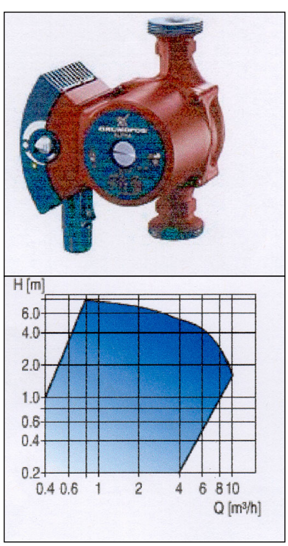
Mise en série ou en parallèle ...

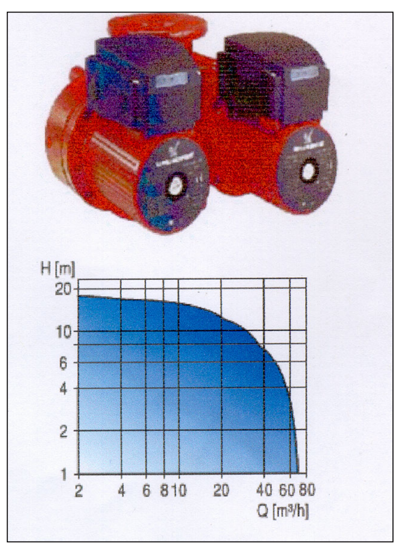
Pompes



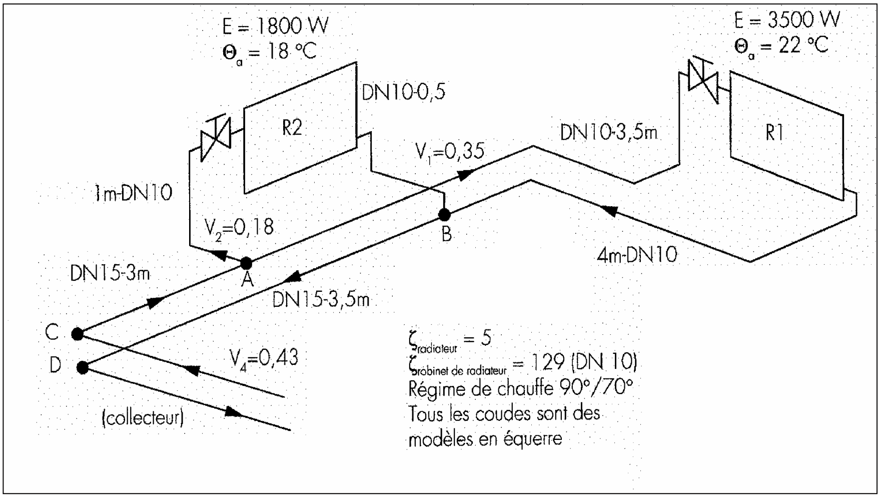


Circulateurs





Dimensionnement d'un réseau bi-tubes



Dimensionnement d'un réseau bi-tubes

• Débit d'eau nécessaire dans chaque tronçon (régime 70 90 °C) :

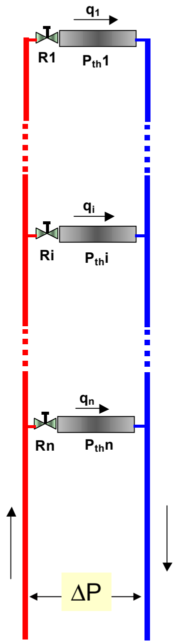
$$P_{th} = q_m c_p \Delta T$$

P_{th} : Puissance thermique en W
q_m : débit masse en kg/s
c_p : chaleur massique J/kg/°C (4185 pour l'eau)
ΔT : écart de température entrée-sortie en °C

• Vitesse dans chaque tronçon :

$$q_m = \rho \frac{\pi D_i^2}{4} v$$

q_m : débit masse en kg/s
ρ : masse volumique de l'eau en kg/m³ (970)
D_i : diamètre intérieur de la conduite en m
v : vitesse (débitante) en m/s



Dimensionnement d'un réseau bi-tubes

• Bilan de masse : $$q_{tot} = \sum_{i=1}^{n} q_i$$

• Équation aux branches : $$\Delta P = R_i q_i^2$$

• On obtient : $$R_i q_i^2 = R_j q_j^2$$

Hypothèses … $$\frac{R_i}{R_j} = \left(\frac{q_j}{q_i}\right)^2 = \left(\frac{P_{th,j}}{P_{th,i}}\right)^2$$

Exercice …