

9

TECHNIQUES D'IMPLANTATION

L'implantation est l'opération qui consiste à reporter sur le terrain, suivant les indications d'un plan, la position de bâtiments, d'axes ou de points isolés dans un but de construction ou de repérage. La plupart des tracés d'implantation sont constitués de droites, de courbes et de points isolés.

Les instruments utilisés doivent permettre de positionner des alignements ou des points : théodolites, équerres optiques, rubans, niveaux, etc. L'instrument choisi dépend de la précision cherchée, elle-même fonction du type d'ouvrage à implanter : précision millimétrique pour des fondations spéciales, centimétrique pour des ouvrages courants, décimétriques pour des terrassements, etc. Les principes suivants doivent être respectés :

- aller de l'ensemble vers le détail ce qui implique de s'appuyer sur un canevas existant ou à créer ;
- prévoir des mesures surabondantes pour un contrôle sur le terrain.

1 IMPLANTATIONS D'ALIGNEMENTS

Un alignement est une droite passant par deux points matérialisés au sol.

1.1 Tracer une perpendiculaire à un alignement existant

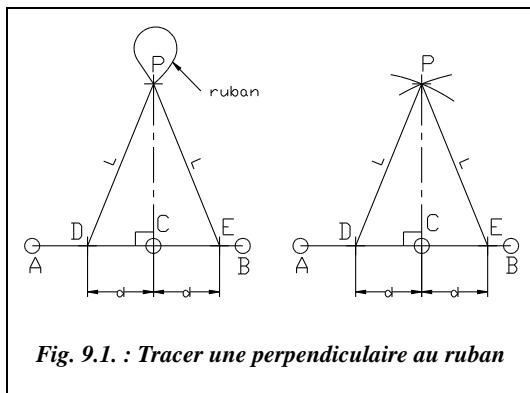
1.1.1 Au ruban

On cherche à tracer la perpendiculaire à l'alignement AB passant par C (fig. 9.1.).

Pour cela, on utilise les propriétés du triangle isocèle ou du triangle rectangle.

1.1.1.1

Triangle isocèle



Soit deux points D et E situés à une égale distance de part et d'autre de C ; tout point P situé sur la perpendiculaire est équidistant de D et de E ; on construit un triangle isocèle DPE.

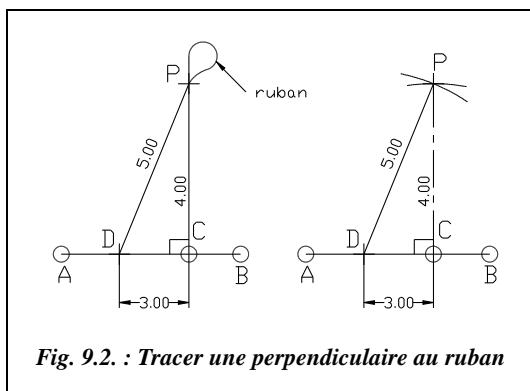
Pratiquement, si l'on dispose d'un ruban de 30 m, un aide maintient l'origine du ruban en D, un autre aide maintient l'extrémité du ruban en E et l'opérateur joint les graduations 13 m et 17 m, ou 14 m et 16 m, etc. (fig. 9.1. à gauche).

Si l'on ne dispose que d'un seul aide, on peut marquer au sol un arc de cercle de centre D et de rayon 15 m et prendre l'intersection avec un arc de cercle de même rayon centré en E (fig. 9.1. à droite).

Le **contrôle** est effectué en vérifiant que $BP^2 = BC^2 + CP^2$.

1.1.1.2

Triangle rectangle



Les trois côtés a , b et c d'un triangle rectangle vérifient $a^2 = b^2 + c^2$ (a étant l'hypoténuse). Cette relation est aussi vérifiée par les nombres suivants : $5^2 = 4^2 + 3^2$.

Donc, si l'on positionne un point D sur AB à 3 m de C, un point P de la perpendiculaire sera distant de 4 m de C et de 5 m de D.

Cette méthode est aussi appelée « méthode du 3-4-5 ». Elle s'applique aussi pour des longueurs quelconques mais nécessite alors l'emploi de la calculatrice. D'autre part, des suites de chiffres possibles sont $10^2 = 8^2 + 6^2$, $15^2 = 12^2 + 9^2$, etc. (multiples de 3, 4 et 5).

Pratiquement, si l'on dispose d'un ruban de 30 m, un aide maintient l'origine du ruban en D, un autre aide maintient l'extrémité du ruban en C et l'opérateur maintient ensemble les graduations 5 m et 25 m du ruban (fig. 9.2. à gauche).

Si l'on ne dispose que d'un seul aide, on peut marquer au sol un arc de cercle de centre D et de 5 m de rayon et prendre l'intersection avec un arc de cercle de 4 m de rayon centré en C (fig. 9.2. à droite).

On contrôlera que $AP^2 = AC^2 + CP^2$.

Remarque

Ces méthodes permettent aussi d'abaisser le pied de la perpendiculaire à AB passant par un point C donné; il suffit de permuter les rôles des points C et P (fig. 9.3.).

Ces méthodes ne sont valables qu'en terrain régulier et à peu près horizontal.

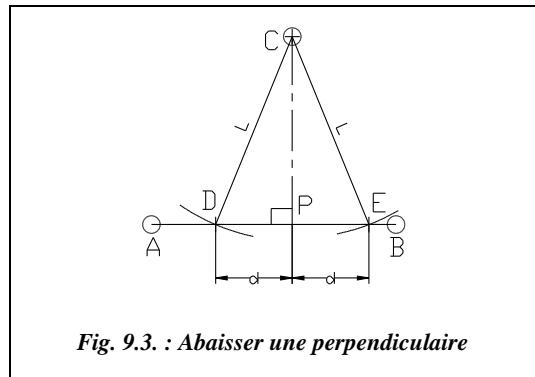


Fig. 9.3. : Abaisser une perpendiculaire

1.1.2 Avec une équerre optique

L'équerre optique est décrite au chapitre 8, paragraphe 2.3.5.

1.1.2.1 Mener une perpendiculaire depuis un point C de l'alignement AB

On place un jalon en A et en B (fig. 9.4.). L'opérateur se place à la verticale du point C avec l'équerre optique et aligne visuellement les jalons de A et B dans l'équerre. Ensuite, il guide le déplacement d'un troisième jalon tenu par un aide jusqu'à ce que l'image de ce jalon soit alignée avec les deux premiers. L'aide pose alors son jalon et obtient un point P de la perpendiculaire.

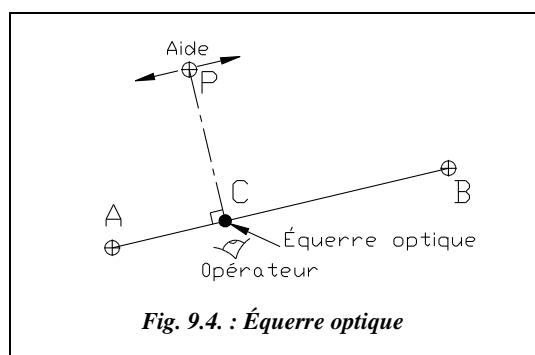


Fig. 9.4. : Équerre optique

1.1.2.2 Abaisser une perpendiculaire depuis un point C extérieur à AB

On dispose trois jalons sur A, B et C (fig. 9.5.). L'opérateur se positionne au moyen de l'équerre sur l'alignement AB en alignant les images des deux jalons de A et B puis se déplace le long de AB jusqu'à aligner le troisième jalon avec les deux premiers. Lorsque l'alignement est réalisé, il pose la canne à plomber et marque le point P, pied de la perpendiculaire à AB passant par C.

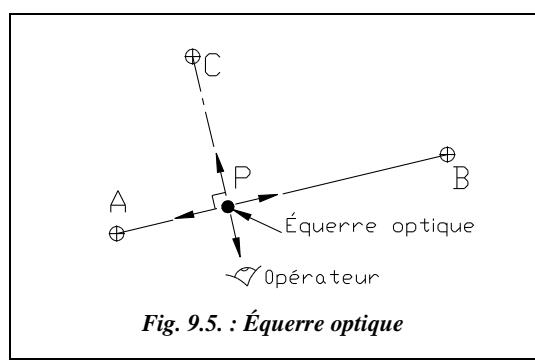


Fig. 9.5. : Équerre optique

L'équerre optique peut s'utiliser en terrain accidenté et donne des résultats d'autant plus précis que les points sont plus éloignés.

1.1.3 Avec un théodolite ou un niveau équipé d'un cercle horizontal

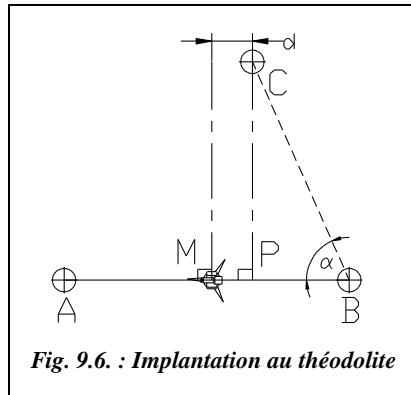


Fig. 9.6. : Implantation au théodolite

Si le point donné C est sur l'alignement AB (fig. 9.4.), il suffit de stationner C, de viser A (ou B) et de pivoter l'appareil de 100 gon (ou 300 gon).

Si le point C est extérieur à l'alignement AB (fig. 9.6.), une possibilité consiste à construire une perpendiculaire d'essai en stationnant un point M de l'alignement AB, choisi à vue proche de la perpendiculaire cherchée. L'opérateur mesure la distance d séparant la perpendiculaire d'essai et le point C et construit le point P sur AB en se décalant de la même distance d . Il obtient une précision acceptable en répétant l'opération deux ou trois fois.

Une deuxième possibilité est de stationner en B (ou en A) et de mesurer l'angle $\alpha = \text{CBA}$. Il faut ensuite stationner sur C et implanter la perpendiculaire à AB en ouvrant d'un angle de $100 - \alpha$ depuis B. Il reste à construire l'intersection entre l'alignement AB et la perpendiculaire issue de C (voir § 2.3).

On contrôlera que $AC^2 = AP^2 + PC^2$.

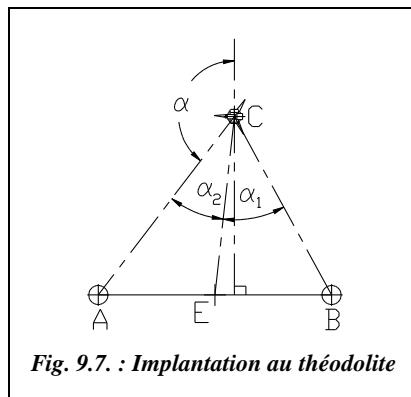


Fig. 9.7. : Implantation au théodolite

Une troisième possibilité est de placer un point E au milieu de AB (fig. 9.7.) puis de stationner en C et mesurer les angles α_1 et α_2 . On en déduit l'angle α à ouvrir sur le théodolite pour obtenir la direction perpendiculaire à AB en résolvant l'équation suivante :

$$\frac{\cos(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha)}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$$

L'inconvénient de cette méthode est que la résolution de cette équation ne peut s'effectuer que par approximations successives. La démonstration et la résolution de cette équation sont présentées au chapitre 5 du tome 2, paragraphe 11.

1.2 Tracer une parallèle à un alignement existant

Étant donné un alignement AB, on cherche à construire une parallèle à AB passant par un point C ou à une distance d donnée de AB : le point C est alors positionné sur une perpendiculaire située à une distance d de l'alignement AB.

1.2.1 Tracé de deux perpendiculaires

L'opérateur construit au moyen d'une des méthodes traitées au paragraphe 1.1 le point P, pied de la perpendiculaire à AB passant par C, puis la perpendiculaire à CP passant par C : cette dernière est parallèle à AB (fig. 9.8. à gauche).

Si l'on peut mesurer la longueur CP, on peut aussi reporter cette longueur sur une perpendiculaire à AB passant par B (ou A) : on obtient le point C', et la droite CC' est parallèle à AB (fig. 9.8. à droite).

On contrôlera que $PC' = CB$.

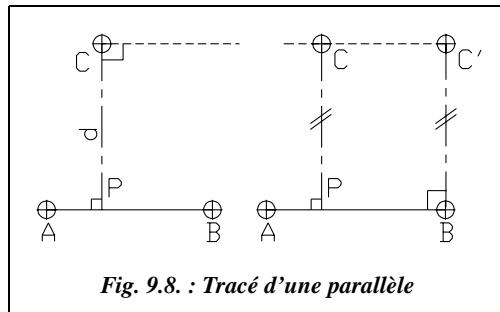


Fig. 9.8. : Tracé d'une parallèle

1.2.2 Parallélogramme

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu. On peut utiliser ce principe et construire le point D au milieu de l'alignement CA (fig. 9.9.). On construit ensuite le point E en prolongeant DB (DB = DE). La droite CE est parallèle à AB puisque ABCE est un parallélogramme. Ceci peut aussi être fait à partir de points quelconques sur l'alignement AB.

Le contrôle est effectué en vérifiant que la perpendiculaire à EC passant par A est de longueur d .

Une construction équivalente peut être faite en se basant sur les propriétés des triangles semblables.

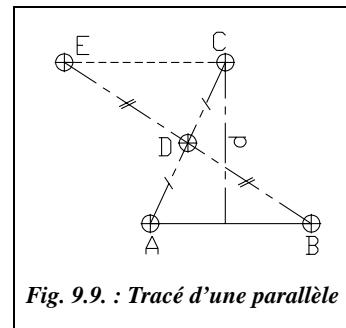


Fig. 9.9. : Tracé d'une parallèle

1.2.3 Angles alternes-internes

Si l'on dispose d'un théodolite, on peut stationner le point A et mesurer l'angle $\alpha = \text{CAB}$. On stationne ensuite en C et on ouvre de l'angle α à partir de la ligne CA (fig. 9.10.) pour obtenir la direction CC' parallèle à AB.

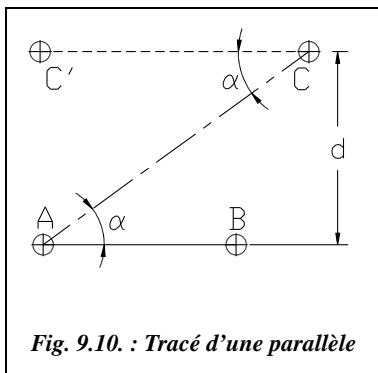


Fig. 9.10. : Tracé d'une parallèle

Cette méthode, qui s'applique sur tout type de terrain, est certainement la plus précise.

Pour implanter le point C situé à la distance d de AB, l'opérateur peut procéder par rayonnement : il se fixe une valeur arbitraire de l'angle α et en déduit que :

$$AC = \frac{d}{\sin \alpha}$$

Par exemple : $AC = d / 2$, pour $\alpha = 33,333$ gon.
 $AC = d / \sqrt{2}$, pour $\alpha = 50$ gon.

On contrôlera que la perpendiculaire à CC' passant par B est de longueur d .

Remarque

La troisième méthode du paragraphe 1.1.3 est également applicable (avec un angle α cherché diminué de 100 gon).

1.3 Alignement sécant à un alignement existant

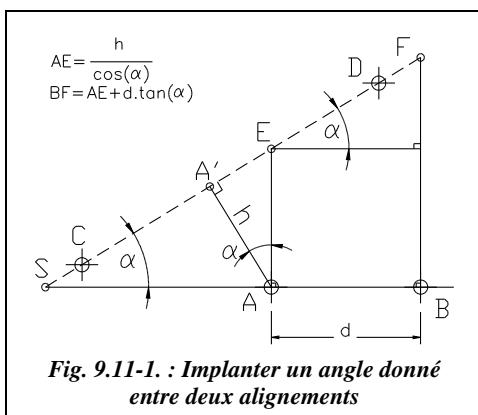


Fig. 9.11-1. : Implanter un angle donné entre deux alignements

On cherche à implanter l'alignement CD faisant un angle α avec l'alignement AB (fig. 9.11-1.) et situé à une distance h de A.

1 - Si l'on dispose d'un théodolite et que le point S est accessible, on prolonge AB jusqu'à S en reportant $SA = h / \sin \alpha$, puis on stationne S et on ouvre de l'angle $(400 - \alpha)$ depuis la direction SA vers SA' (avec un éventuel double retournement).

Après avoir construit A' , on contrôlera que $AA' = h$.

2 - Si le point S est inaccessible, hors chantier par exemple, on peut stationner le point A et ouvrir de l'angle $(300 - \alpha)$ depuis le point B puis planter le point A' à la distance h de A. Ensuite, on stationne en A' et on ouvre d'un angle de 100 gon depuis A pour obtenir C puis de 300 gon pour obtenir D.

On contrôlera que $BA' = \sqrt{(d + h \cdot \sin \alpha)^2 + (h \cdot \cos \alpha)^2}$.

3 - Si l'on ne dispose que d'un ruban, on peut procéder comme suit : construire la perpendiculaire à AB issue de A et planter E à la distance $AE = h / \cos \alpha$ de A ; mesurer

la distance $AB = d$ et implanter F sur la perpendiculaire à AB issue de B à la distance $BF = AE + d \cdot \tan \alpha$. On obtient l'alignement EF cherché.

On contrôlera que $EB = \sqrt{d^2 + (h / \cos \alpha)^2}$ et $AF = \sqrt{d^2 + (h / \cos \alpha + d \cdot \tan \alpha)^2}$.

1.4 Pan coupé régulier

On rencontre cette situation par exemple dans les angles de rue. L'implantation est réalisée à partir de la détermination du point S construit à l'intersection du prolongement des façades. Connais-
sant AB, on peut calculer SA et SB de deux manières (fig. 9.11-2.) :

- si l'on connaît l'angle α :

$$SA = SB = \frac{AB}{2 \sin(\alpha/2)}$$

- si α est inconnu, on positionne deux points M et N sur SA et SB tels que $SM = SN$, puis on mesure la distance MN et on en déduit que :

$$SA = SB = SM \frac{AB}{MN}$$

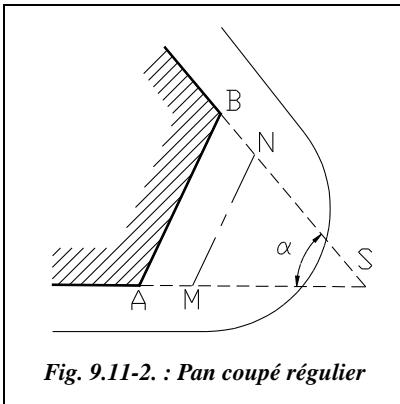


Fig. 9.11-2. : Pan coupé régulier

1.5 Jalonnement sans obstacles

Le jalonnement est l'opération consistant à positionner un ou plusieurs jalons sur un alignement existant, soit entre les points matérialisant cet alignement, soit en prolongement de l'alignement.

On désire implanter un jalon P à 15 m du point A sur l'alignement AB (fig. 9.12.). A et B sont distants de plus de 50 m et l'on ne dispose que d'un ruban de 20 m. On place un jalon sur chacun des deux points A et B ; chaque jalon est réglé verticalement au moyen d'un fil à plomb ; si l'on ne dispose pas d'un fil à plomb, on peut s'aider des façades de bâtiments voisins pour un réglage visuel ; l'opérateur

se place à quelques mètres derrière le jalon A et, en alignant visuellement A et B, il fait placer un jalon par un aide au point C sur AB à moins de 20 m de A. Il ne reste plus qu'à tendre le ruban entre A et C pour implanter P à 15 m de A.

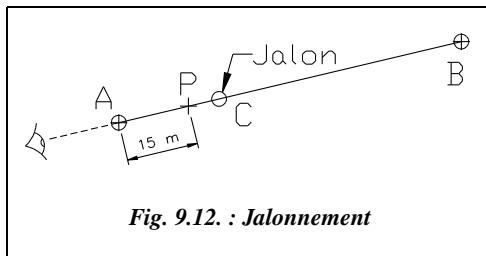
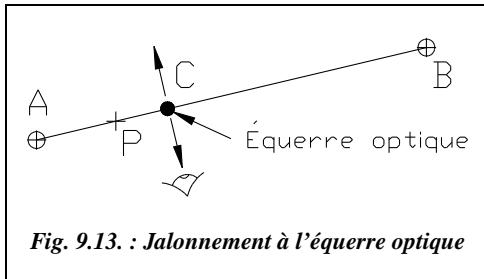


Fig. 9.12. : Jalonnement

La même opération peut être effectuée avec une **lunette** stationnée en A ou en B. L'opérateur doit viser, si possible, les points au sol pour être le plus précis possible. Lors de l'alignement à vue, il doit donc s'accroupir.

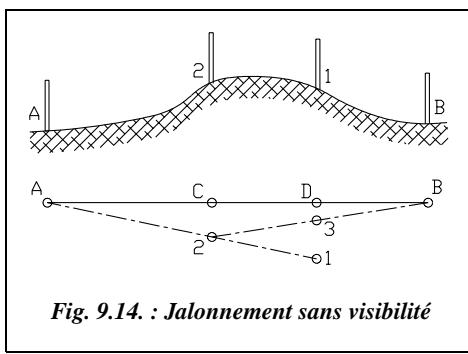


Il est aussi possible d'utiliser une **équerre optique** (fig. 9.13.).

L'opérateur se place entre A et B, les épaules parallèles à la direction AB. Il se déplace perpendiculairement à la direction AB jusqu'à observer l'alignement des deux jalons en A et B dans l'équerre optique. Il pose alors la canne à plomber de l'équerre au sol et marque le point C.

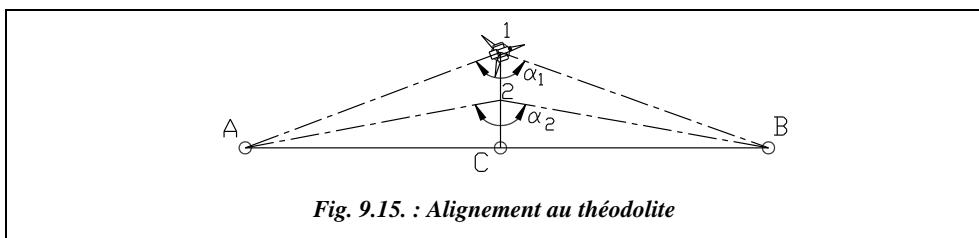
1.6 Jalonnement avec obstacle

1.6.1 Franchissement d'une butte



Le relief entre A et B fait que l'on ne peut pas voir B depuis A (fig. 9.14.). L'opérateur plante un premier jalon en 1, visible de A et B, puis l'aide plante un jalon en 2, visible de B et situé sur l'alignement A-1. Et ainsi de suite (3, 4, etc.), jusqu'à obtenir un parfait alignement en C et D : cette méthode est appelée procédé Fourrier.

Avec un théodolite et pour des alignements de très grande portée, on peut procéder comme suit (fig. 9.15.) :



- stationner un théodolite au point 1 situé vers le milieu de l'alignement AB puis mesurer l'angle A1B (α_1) ;
- déplacer ensuite la station de 1 vers 2 et mesurer l'angle A2B (α_2) : 1-2 est perpendiculaire à l'alignement AB (à vue ou bien avec une équerre optique) et de longueur

fixée. On peut ensuite calculer la distance séparant le point 2 du point C situé sur l'alignement :

$$\left. \begin{array}{l} AC = D_{C-1} \cdot \tan(\alpha_1/2) = D_{C-2} \cdot \tan(\alpha_2/2) \\ D_{C-1} = D_{C-2} + D_{2-1} \end{array} \right\} \Rightarrow D_{C-2} = D_{2-1} \frac{\tan(\alpha_1/2)}{\tan(\alpha_2/2) - \tan(\alpha_1/2)}$$

On vérifie enfin en station en C que l'angle ACB à pour valeur 200 gon. Suivant la précision cherchée, on recommence ou non la manipulation.

Si l'on peut mesurer les distances 1-A et 1-B, on peut calculer l'angle $\beta = 1AB$ en résolvant le triangle 1AB dont on connaît un angle et les deux côtés adjacents à cet angle (voir tome 2, chap. 5, § 4.3.1). En station au point A, on implante le point C cherché en ouvrant de l'angle β depuis le point 1.

1.6.2 Contournement d'un obstacle

Un bâtiment sur l'alignement AB empêche le jalonnement (fig. 9.16.).

On matérialise un nouvel alignement AA' contournant l'obstacle et sur lequel on abaisse BB' perpendiculaire à AA' avec une équerre optique (voir § 1.1.2.2). On mesure ensuite les distances BB' et AB'.

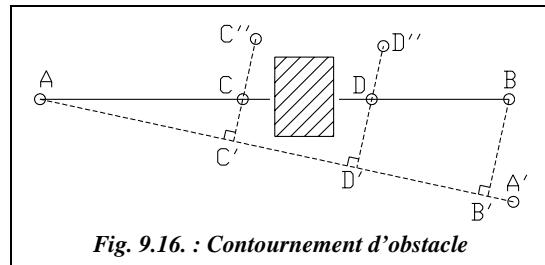


Fig. 9.16. : Contournement d'obstacle

On choisit deux points C' et D' sur l'alignement auxiliaire AB' tels que les perpendiculaires CC' et DD' passent de chaque côté de l'obstacle. On mesure les distances AC' et AD' et on en déduit que : $CC' = AC' \frac{BB'}{AB'}$ et $DD' = AD' \frac{BB'}{AB'}$

On implante C'' et D'' sur la perpendiculaire à AA' puis on positionne enfin C et D.

Si l'on dispose d'un théodolite, on peut stationner un point M quelconque depuis lequel on voit A et B et mesurer l'angle AMB (β) ainsi que les distances AM et BM (fig. 9.17.). On peut alors calculer les angles α_1 ou α_2 . Ensuite, on stationne sur A (ou B) puis, le zéro des angles horizontaux étant fixé sur M, on ouvre de l'angle ($400 - \alpha_1$) (ou bien α_2 depuis B). On peut écrire (fig. 9.17.) :

$$\frac{\sin \alpha_1}{BM} = \frac{\sin(200 - \alpha_1 - \beta)}{AM} = \frac{\sin(\alpha_1 + \beta)}{AM}$$

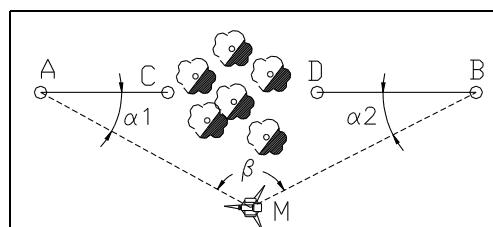


Fig. 9.17. : Contournement d'obstacles

$$AM \cdot \sin \alpha_1 = BM(\sin \alpha_1 \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha_1)$$

donc :

$$\cot \alpha_1 = \frac{AM}{BM \cdot \sin \beta} - \cot \beta$$

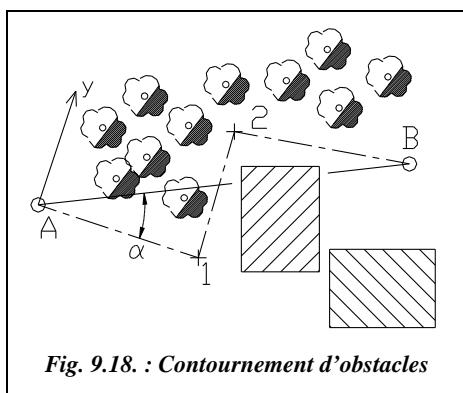


Fig. 9.18. : Contournement d'obstacles

Si les obstacles sont tels que l'on ne puisse pas trouver de point M depuis lequel A et B sont visibles, il faut alors effectuer un cheminement polygonal de A vers B (fig. 9.18.) dans le but de calculer l'angle α (voir cheminements, tome 2, chap. 2, § 1).

Grâce au cheminement A-1-2-B, on calcule les coordonnées (x_B ; y_B) du point B dans le repère local Axy (origine A, angle affiché sur le premier côté de 100 gon).

On peut ensuite en déduire que :

$$\tan \alpha = \frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}$$

Si l'on ne dispose pas d'un théodolite, on peut aussi utiliser la méthode suivante basée uniquement sur des mesures linéaires (fig. 9.19.) :

Pour construire P sur AB, on élève deux perpendiculaires à AB, AA' et BB', les points A' et B' étant choisis tels qu'on puisse mesurer A'B'.

On mesure AA' et BB' ainsi que A'B'. Les triangles AA'A et BB'B sont semblables donc on peut écrire :

$$\frac{A'P}{AA'} = \frac{B'P}{BB'} = \frac{A'P + B'P}{AA' + BB'} = \frac{A'B'}{AA' + BB'}$$

$$\text{par suite } A'P = \frac{AA' \cdot A'B'}{AA' + BB'}$$

Grâce à cette cote, on place P sur l'alignement auxiliaire A'B'.

On contrôlera que $PB' = A'B' - A'P$.

1.7 Prolongement d'un alignement

1.7.1 Prolonger sans obstacles

Si l'on procède à vue, le procédé est identique au jalonnement sans obstacle exposé au paragraphe 1.5. Pour éviter une perte de précision, il ne faut éviter de prolonger un segment de plus du quart de sa longueur.

Si l'on dispose d'un niveau avec un cercle horizontal gradué, on peut stationner un des deux points de l'alignement à prolonger, puis fixer le zéro du cercle sur l'autre point, et faire pivoter le niveau de 200 gon.

Si l'on dispose d'un théodolite et que l'on recherche une grande précision, on peut (fig. 9.20.) stationner un des deux points de l'alignement à prolonger (B), pointer l'autre (A) et basculer la lunette autour de l'axe des tourillons. Ceci donne un point P1. On effectue ensuite un double retournement : cela donne un point P2. Si P1 et P2 ne sont pas confondus, le point cherché P est au milieu du segment P1-P2 ; ce procédé est aussi utilisé pour régler un théodolite (voir chap. 3, § 2.3.4). Si le théodolite utilisé est parfaitement réglé, P1 et P2 sont confondus aux imprécisions de mesure et de mise en station près.

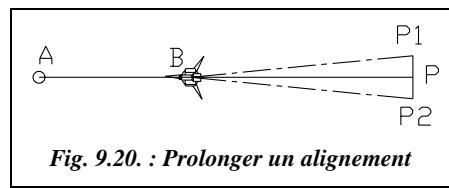


Fig. 9.20. : Prolonger un alignement

1.7.2 Prolonger au-delà d'un obstacle

L'alignement AB doit être prolongé au-delà d'un obstacle.

Si l'on ne dispose pas d'un théodolite, on peut construire un alignement A'B' parallèle à AB à une distance d suffisante pour contourner l'obstacle. On revient sur le prolongement de l'alignement AB en construisant l'alignement parallèle à A'B' à la distance d (fig. 9.21.).

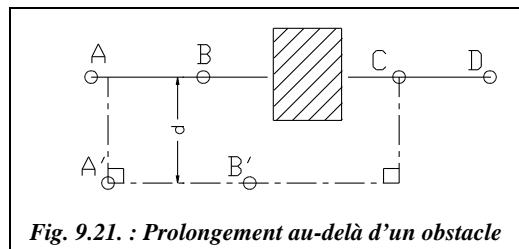


Fig. 9.21. : Prolongement au-delà d'un obstacle

Si l'on dispose d'un théodolite en station sur A, on implante un point E permettant de contourner l'obstacle, on mesure l'angle $\alpha = \text{BAE}$ et la distance $d = \text{AE}$. Ensuite, en station E, on ouvre de l'angle $(200 - 2\alpha)$ depuis A pour obtenir la direction EC sur laquelle on reporte la distance d : cela donne le point C. Enfin en station en C, on

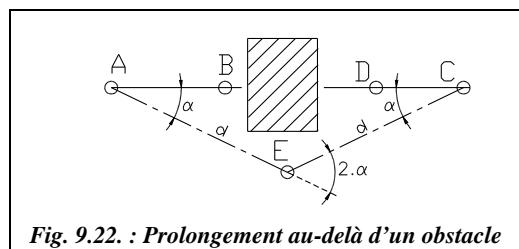


Fig. 9.22. : Prolongement au-delà d'un obstacle

ouvre de l'angle α depuis E et on obtient la direction CD (fig. 9.22.). Le triangle AEC est isocèle.

2 IMPLANTATION DE POINTS EN PLANIMÉTRIE

Pour tout chantier, il est indispensable de disposer de points de référence en planimétrie. Ces points permettent l'implantation des travaux et le contrôle de leur avancement. Ils doivent être matérialisés par des bornes ou des repères durables situés à proximité immédiate du chantier, mais hors de l'emprise des travaux. Deux points au minimum sont nécessaires, par exemple A et B, station A et orientation sur B, de coordonnées connues :

- soit en **repère général** (Lambert) : on les détermine alors par les procédés classiques de densification de canevas ou plus généralement par des cheminements appuyés sur des points proches connus en système général (voir tome 2, chap. 2, § 1). Étant donné le grand nombre de points présents sur notre territoire, c'est la méthode la plus employée ;
- soit en **repère local** : on peut alors se fixer une base de deux points qui sert de référence, un point A origine et un point B à une distance donnée de A. L'orientation peut s'effectuer à la boussole pour obtenir une valeur approximative du gisement de la direction AB.

2.1 Par abscisses et ordonnées

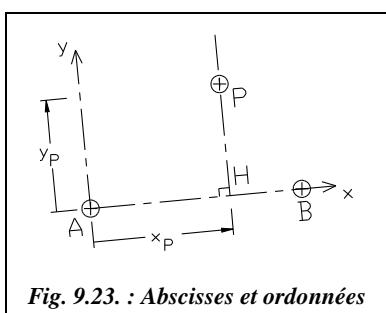


Fig. 9.23. : Abscisses et ordonnées

Cette méthode est utilisable si l'on ne dispose que d'un ruban en terrain régulier et à peu près horizontal ou d'une équerre optique en terrain accidenté. À partir d'un alignement de référence AB, on implante un point P à partir de ses coordonnées rectangulaires dans le repère (A, x, y), l'axe des x étant la ligne AB ; on reporte la cote x_p sur AB (point H) puis on trace la perpendiculaire à AB passant par H et on y reporte la cote y_p , (fig. 9.23.).

On contrôle que $AP^2 = x_p^2 + y_p^2$.

2.2 Par rayonnement

Ce procédé est adapté aux théodolites, mécaniques ou électroniques avec ou sans IMEL. On connaît les coordonnées polaires topographiques d'un point P dans le repère (A, x, y), y étant un alignement AB donné.

Les coordonnées polaires topographiques sont, dans l'ordre, la distance horizontale $Dh = AP$ et l'angle $\alpha = BAP$ positif en sens horaire (fig. 9.24.).

Attention : si l'on dispose des coordonnées polaires mathématiques (Dh, θ) , il faut planter l'angle $(100 - \theta)$ depuis l'axe y.

Si l'on ne dispose pas d'un théodolite, on planter l'angle α par des mesures linéaires (§ 1.3) et on reporte la distance Dh sur l'alignement AP. Veillez à tenir compte de la dénivellation en terrain incliné : on reporte la distance suivant la pente $Dp = \sqrt{(Dh^2 + \Delta H^2)}$

Si l'on dispose d'un théodolite et d'un ruban en terrain régulier et à peu près horizontal, l'opérateur stationne le théodolite en A et positionne le zéro du cercle horizontal sur AB. Il ouvre ensuite de l'angle α depuis B et positionne P à la distance horizontale Dh de A.

Le contrôle est effectué en calculant BP et en vérifiant cette cote sur le terrain. BP est calculée par résolution du triangle ABP dans lequel on connaît AB, AP et α .

On réalise l'implantation directe du point P si l'on peut tendre le ruban entre A et P : l'opérateur maintient l'origine du ruban sur le point de station par l'intermédiaire d'un clou ou bien il le maintient au pied et aligne un aide dans la direction α . L'aide place le point à la distance Dh de la station. Si le point P est hors d'atteinte du ruban, on peut planter deux points de l'alignement autour de P et s'appuyer sur ces points pour tendre le ruban et positionner P.

Si l'on dispose d'un IMEL, l'opérateur en station en A guide un aide tenant le miroir : il l'aligne d'abord dans la direction AP puis effectue une première lecture de la distance station-miroir. Il en déduit la valeur à corriger pour se positionner sur le point P, déterminé ainsi en quelques approximations.

Il est aussi possible de réaliser cette implantation seul au moyen d'une station robotisée : l'opérateur stationne l'appareil en A puis se déplace vers le point P. Il envoie par radio à la station robotisée les coordonnées, rectangulaires ou polaires, du point à planter et l'appareil pointe automatiquement en direction de ce point. L'opérateur déplace alors un récepteur jusqu'à ce que la station robotisée indique qu'il se situe sur le point P.

Remarque

Il arrive fréquemment que l'on connaisse les coordonnées des points à planter et des points de référence A et B en système général (Lambert). Dans ce cas, si l'on ne dispose que d'un théodolite mécanique, sans fonctions de calculs de coordonnées, il est pratique de calculer les coordonnées polaires des points à planter : distance horizontale et gisement, et de les reporter directement sur le terrain. Pour cela, il suffit de calculer au préalable le gisement G_{AB} et, lors de la mise en station de l'appareil en A,

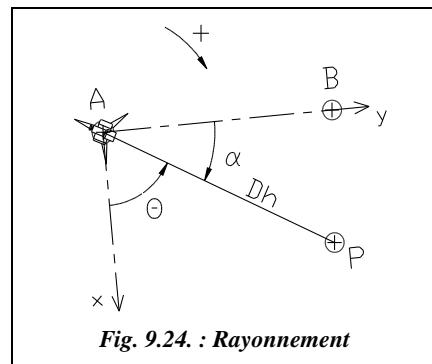


Fig. 9.24. : Rayonnement

d'afficher G_{AB} sur B (fig. 9.25.). Pour implanter un point P, on affiche G_{AP} sur le théodolite et on matérialise P à la distance horizontale Dh . Si les distances dépassent 200 m, il faut faire les calculs de **réduction des distances** (voir chap. 4, § 7).

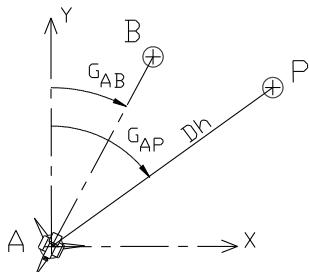


Fig. 9.25. : Implanter avec gisement et distance

2.3 Intersection de deux alignements

On cherche à construire le point P matérialisant l'intersection des alignements AB et CD (fig. 9.26.). Si l'on ne dispose pas d'un théodolite, on peut utiliser le matériel suivant :

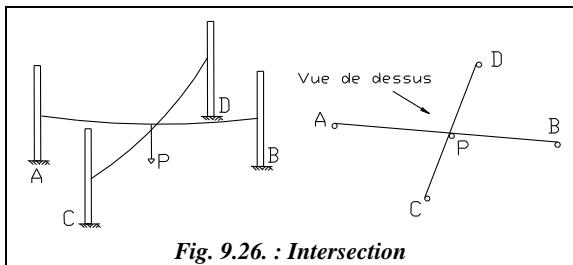


Fig. 9.26. : Intersection

- un cordex : c'est un cordeau permettant de laisser une trace bleu ou rouge sur un support en béton, en plâtre, etc. Le cordex est tendu entre les points matérialisant les alignements dont on laisse la trace au sol. P est à l'intersection des deux traces ;

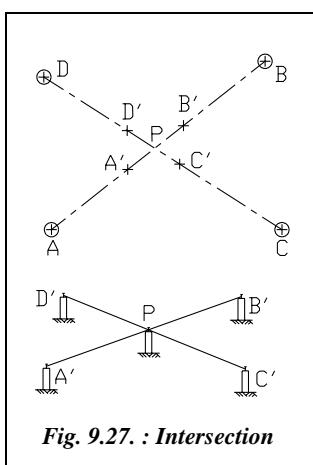


Fig. 9.27. : Intersection

- des cordeaux ou des fils de fer tendus entre les points définissant les alignements : les cordeaux sont tendus au-dessus du sol ; l'opérateur fait coulisser un fil à plomb sur l'un des deux cordeaux jusqu'à toucher l'autre cordeau ; le point P cherché est matérialisé par l'extrémité du fil à plomb. On tiendra compte de l'éventuel décalage des cordeaux dû à l'épaisseur des jalons (fig. 9.26.).

Si l'on dispose d'un théodolite (fig. 9.27.), on repère à vue la zone dans laquelle se situe le point d'intersection.

Ensuite, en station sur A, l'opérateur vise le point B puis, en abaissant la lunette du théodolite, il guide un aide dans le positionnement approximatif d'un piquet B', ou une

chaise d'implantation (voir § 4.1.2), au-delà du point P cherché. On affine en plantant un clou sur le piquet dans l'alignement AB. La même opération est répétée sur un piquet A' situé en deçà du point P. Il reste à tendre un cordeau entre les deux clous plantés pour matérialiser l'alignement AB autour du point P. On procède de même pour l'alignement CD.

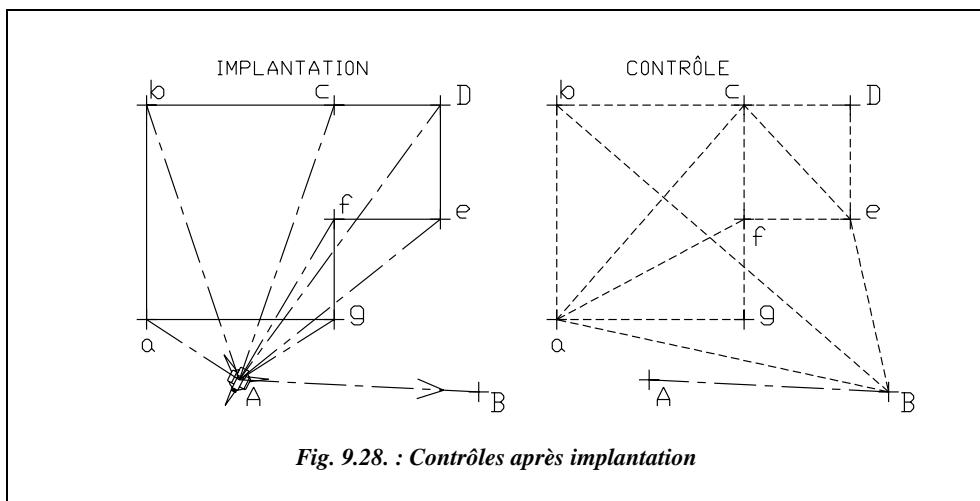
On place un dernier piquet au niveau de l'intersection des deux cordeaux et on plante un clou pour matérialiser le point P. Pour gagner du temps, il est possible de n'implanter que les piquets A' et B' puis positionner directement le point P au théodolite sur l'alignement A'B'.

Si le sol ne permet pas l'utilisation de piquets ni de chaises et si les points de base des alignements sont trop éloignés pour utiliser le cordex, on plante les clous directement dans le support, en s'appuyant sur la visée au théodolite, et l'on tend un cordex ou un cordeau entre ces clous.

2.4 Contrôle d'une implantation

La phase de contrôle d'une implantation est aussi importante que l'implantation elle-même.

Pour être fiable et représentatif de la précision d'implantation, un contrôle doit porter sur des **dimensions non implantées** déduites par calcul des éléments implantés.



Par exemple, si l'on implante une figure polygonale en coordonnées polaires, le premier contrôle à effectuer est la mesure des distances entre les sommets (a-b, b-c, etc., voir fig. 9.28.). Ceci renseigne sur la précision de l'implantation. Un deuxième contrôle consiste en la mesure de diagonales du polygone de manière à s'assurer de l'allure

générale de la figure implantée sur le terrain ; un contrôle complet, mais redondant, nécessiterait un découpage en triangles et la mesure de tous les côtés de tous les triangles. Le dernier contrôle est la position du polygone par rapport à un point de référence, si possible non utilisé pour l'implantation ; cela permet de s'assurer qu'il n'y a pas eu d'erreur en orientation angulaire de l'ensemble du polygone. On implante le polygone a-b-c-d-e-f-g (fig. 9.28.) depuis A avec une visée de référence sur B et l'on contrôle depuis le point B. En phase de contrôle, on peut voir en pointillé le minimum de mesures linéaires à effectuer pour contrôler l'implantation (en plus des mesures des côtés a-b, b-c, etc.).

2.5 Exercice

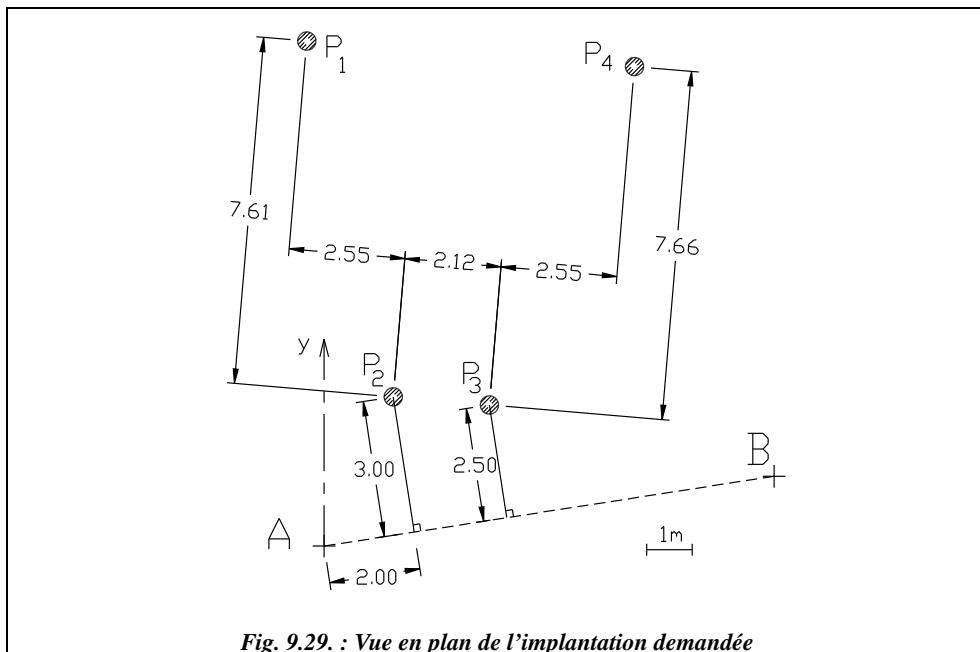
Cet exercice est tiré d'une épreuve du BTS bâtiment (session de 1990).

Établir le tableau d'implantation des axes des poteaux P₁, P₂, P₃ et P₄ (fig. 9.29.) ainsi que le tableau des contrôles à effectuer. Les points de référence sont A et B, connus en coordonnées locales associées au chantier. On souhaite planter directement les poteaux depuis une station unique en A.

Les données sont les suivantes :

On en déduit $G_{AB} = 90,221$ gon.

Point	x (m)	y (m)
A	100,000	500,000
B	109,882	501,530



La résolution analytique est la suivante.

Le plus simple dans ce type de problème est de procéder par changement de repère.

1 - Coordonnées de P_1, P_2, P_3 et P_4 dans le repère R_1 d'origine P_2 et d'axe des x passant par P_3 (fig. 9.30.) :

Point	x_1 (m)	y_1 (m)
P_1	-2,550	7,6100
P_2	0,000	0,000
P_3	2,120	0,000
P_4	4,670	7,660

2 - Rotation de repère : le nouveau repère R_2 , dont l'axe des x est parallèle à la droite AB , est obtenu par une rotation d'angle α tel que :

$$\sin \alpha = \frac{3,00 - 2,50}{2,12} \text{ donc } \alpha = 15,157 \text{ gon.}$$

Point	x_2 (m)	y_2 (m)
P_1	-0,683	7,997
P_2	0,000	0,000
P_3	2,060	-0,500
P_4	6,345	6,342

3 - Translation de repère : les axes du nouveau repère R_3 sont parallèles à ceux de R_2 , son origine est au point A ; on effectue donc une translation de vecteur $\overrightarrow{P_2A}$ (-2,00 ; -3,00).

Point	x_3 (m)	y_3 (m)
P_1	1,317	10,997
P_2	2,000	3,000
P_3	4,060	2,500
P_4	8,345	9,342

La transformation en coordonnées polaires topographiques est réalisée comme suit :

Avec les coordonnées polaires ci-après, implantez les axes des poteaux en stationnant un théodolite en A , zéro sur B .

Point	Dh (m)	$H\alpha$ (gon)
P_1	11,075	307,586
P_2	3,606	337,432
P_3	4,768	364,863
P_4	12,527	346,412

Attention, la transformation brute des coordonnées rectangulaires en polaires ne donne pas l'angle d'implantation mais l'angle polaire α en conventions mathématiques.

L'angle d'implantation est alors $400 - \alpha$.

Si l'on désire les coordonnées des poteaux dans le repère local dans lequel sont donnés A et B , on poursuit de la manière suivante :

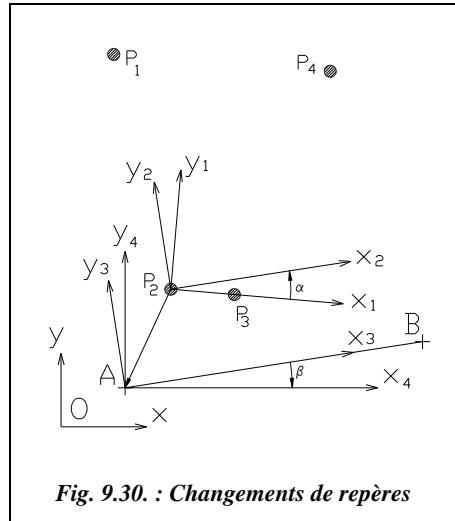


Fig. 9.30. : Changements de repères

4 - Rotation de repère : pour arriver au repère R_4 d'axes parallèles au repère général, il faut faire une rotation d'angle $\beta = 100 - 90,221 = 9,779$ gon. Attention, suivant les formules que vous utilisez, l'angle β sera positif ou négatif.

Dans notre cas, la formule utilisée pour la première rotation était la formule en conventions mathématiques (α était positif) donc ici β sera négatif : $\beta = -9,779$ gon.

5 - Translation de repère : il reste à effectuer une translation de vecteur AO pour passer dans le repère local (R, x, y) dans lequel sont donnés A et B. On obtient alors les coordonnées finales de P_1 , P_2 , P_3 et P_4 (voir tableau ci-contre). Ces points peuvent donc être implantés en coordonnées rectangulaires.

Si l'on désire planter en coordonnées polaires, on peut enfin transformer les coordonnées rectangulaires en distance horizontale et gisement. L'implantation se fera alors ainsi : en station au point A, l'opérateur affiche $G_{AB} = 90,221$ gon sur le point B et implante directement les longueurs et angles ci-contre.

Les longueurs sont données au millimètre près puisque cela correspond à la précision des données que sont les coordonnées de A et B.

Il est utile de connaître la précision angulaire nécessaire pour obtenir la précision du millimètre en implantation. Ceci est essentiellement fonction des portées des visées. Dans cet exemple, un écart angulaire de $\pm 0,005$ mgon sur la portée maximale 12,5 m correspond à une erreur de $\pm 1\text{mm}$.

Le contrôle de l'implantation est effectué comme suit.

Pour cette phase, il est préférable d'avoir effectué les calculs jusqu'aux coordonnées dans le repère R puisque cela permet de calculer facilement les distances de chaque point implanté au point B, ce qui constitue une bonne vérification de la position des points P_1 , P_2 , P_3 et P_4 par rapport à AB. Ci-dessous sont indiquées les cotes à vérifier sur le terrain : en italique les vérifications minimales, sinon les vérifications redondantes.

$P_1P_2 = 8,026 \text{ m}$	$P_1P_3 = 8,929 \text{ m}$	$P_1P_4 = 7,220 \text{ m}$	$P_2P_3 = 2,1200 \text{ m}$	$P_2P_4 = 8,971 \text{ m}$
$P_3P_4 = 8,073 \text{ m}$	$BP_1 = 14,012 \text{ m}$	$BP_2 = 8,544 \text{ m}$	$BP_3 = 6,444 \text{ m}$	$BP_4 = 9,488 \text{ m}$

La précision espérée sur cette implantation est la suivante : ce calcul est destiné à donner un ordre de grandeur de la précision que l'opérateur peut obtenir sur les points

Point	$x_4 (\text{m})$	$y_4 (\text{m})$
P_1	-0,381	11,069
P_2	1,517	3,271
P_3	3,630	3,092
P_4	6,817	10,509

Point	$x (\text{m})$	$y (\text{m})$
P_1	99,619	511,069
P_2	101,517	503,271
P_3	103,630	503,092
P_4	106,817	510,509

Point	$Dh(\text{m})$	$G_{(AP)}(\text{gon})$
P_1	11,075	397,807
P_2	3,606	27,653
P_3	4,768	55,084
P_4	12,527	36,633

implantés de manière à pouvoir évaluer si les écarts entre valeurs théoriques et valeurs mesurées sur le terrain sont acceptables. L'écart type en positionnement planimétrique sur chaque point peut s'exprimer comme suit : $\sigma_p = \sqrt{(Dh \cdot \sigma_{Hz})^2 + (\sigma_{Dh})^2}$.

- Si l'on considère que l'opérateur implante avec un théodolite mécanique T06 ($\sigma_{Hz} \approx \pm 1$ cgon) et un ruban de 30 m de classe III ($\sigma_{Dh} = \pm 4,7$ mm), on obtient sur la portée la plus longue $\sigma_p = \pm 5,1$ mm, soit une tolérance de $\pm 1,4$ cm.
- Si l'on considère que l'opérateur implante avec un théodolite mécanique T16 ($\sigma_{Hz} \approx \pm 1$ mgon) et un ruban de 30 m de classe II ($\sigma_{Dh} = \pm 2,3$ mm), on obtient sur la portée la plus longue $\sigma_p = \pm 2,3$ mm, soit une tolérance de ± 6 mm.

Résolution graphique



L'environnement de travail est le suivant (case de dialogue CONTROLE DES UNITES du menu FORMAT) : unités décimales avec trois chiffres après la virgule, angles en grades avec trois chiffres après la virgule, sens de rotation horaire, zéro au nord.

Plusieurs solutions sont possibles. Celle exposée ci-après permet de dessiner directement en repère général.

Dessin du segment AB : *LIGNE* ↴ du point 100,500 ↴ au point 109,882,501,53 ↴

Zoom ↴ *Etendu* ↴ suivi de *Zoom* ↴ 0,7X ↴ pour voir l'ensemble du dessin.

SCU ↴ *OBJet* ↴, cliquez sur la ligne AB vers le point A. AutoCAD passe dans le repère R₃ (fig. 9.30.).

Point d'axe du poteau P₂ : *POINT* ↴ 2,3 ↴

Construction du point d'axe du poteau P₃ : *LIGNE* ↴ du point P₂ (*NODal de...*) au point

@0,-0,5 ↴ au point @5,0 ↴. *Cercle* ↴ de centre P₂ et de rayon 2,12 ↴ : le point P₃ est à l'intersection de la dernière ligne tracée et du cercle : *POINT* ↴ *INTersection de...* (fig. 9.31.).

Effacez les traits de construction: *E* ↴ sélectionnez les deux droites et le cercle puis validez.

SCU ↴ 3points ↴ : origine en P₂ (*NODal de..*), point sur l'axe des x en P₃ (*NODal de..*), point dans la zone positive des y, cliquez vers le haut de l'écran. AutoCAD passe dans le repère R₁ (fig. 9.30.).

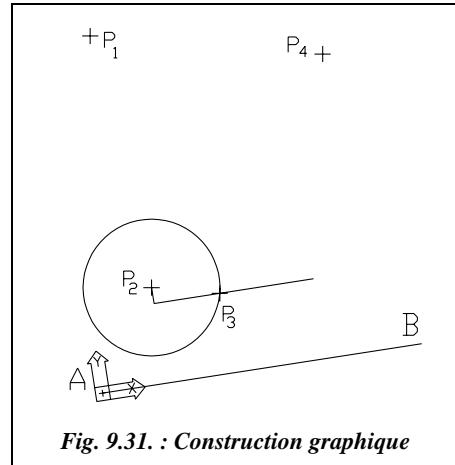


Fig. 9.31. : Construction graphique

Point d'axe des poteaux P_1 et P_4 : $POINT \rightarrow -2.55, 7.61 \leftarrow$ et $POINT \rightarrow 4.67, 7.66 \leftarrow$

Retour au SCU général pour obtenir les coordonnées des axes des poteaux : $SCU \rightarrow$

Coordonnées des poteaux : pour chaque point d'axe, $ID \rightarrow NODal$ de...

Lecture directe du tableau d'implantation: $LIGNE \rightarrow$ de A vers chaque poteau (EXT rémité de... à $NODal$ de...). $LISTE \rightarrow$ puis cliquez sur les quatre droites et notez la longueur (Dh) et l'angle dans le plan XY (gisement).

3 IMPLANTATION DE REPÈRES ALTIMÉTRIQUES

Sur un chantier, des repères altimétriques sont indispensables. Ils sont implantés par des nivellages rattachés au réseau NPF (voir chap. 2, § 1.5). On place ainsi sur le chantier plusieurs bornes ou repères de nivellation qui doivent être répartis sur l'emprise du chantier et positionnés de sorte qu'ils restent en place pendant la durée des travaux. Le plus simple est de niveler les points qui servent aussi de référence en planimétrie. En théorie, un seul repère de nivellation est nécessaire ; dans la pratique, il est préférable d'en planter plusieurs.

3.1 Pose d'un trait de niveau

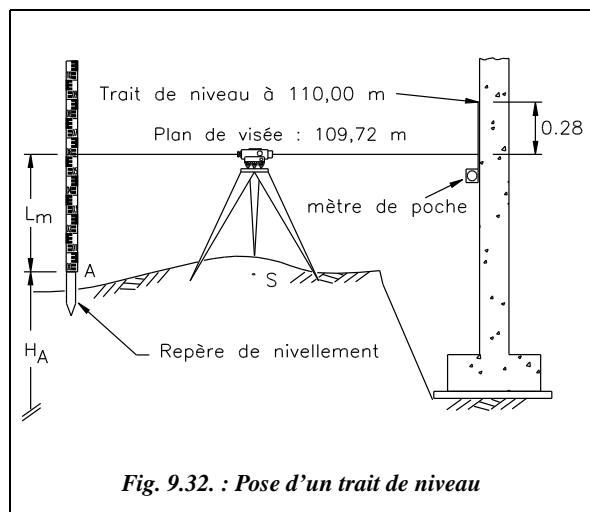


Fig. 9.32. : Pose d'un trait de niveau

Les repères de nivellation servent d'origine à des cheminement courts ou à des visées directes permettant de placer des repères d'altitude en cotes entières appelés traits de niveau. On les réalise au cordex sur des murs existants, des piquets, etc.

Par exemple, pour réaliser l'implantation du trait de niveau 110,00 m sur un mur existant (fig. 9.32.), on stationne le niveau à mi-distance entre le mur et le repère altimétrique A le plus proche. On vise une mire en A et l'on en déduit l'altitude du plan de visée :

$$H_{\text{plan de visée}} = H_A + L_{\text{mire}}$$

Ici, $H_P = 107,94 + 1,78 = 109,72$ m. L'opérateur vise ensuite le mur sur lequel un aide déplace un mètre de poche jusqu'à ce que l'opérateur lise la graduation 28 cm (110 – 109,72) sur le mètre. L'aide place alors un trait sur le mur. On répète la dernière opération plus loin et l'on joint les deux repères au cordex pour obtenir le trait de niveau.

3.2 Nivellement de chaises d'implantation ou de piquets

Il est intéressant de disposer sur tous les piquets un trait de niveau et de régler les chaises à la même altitude pour éviter ainsi les erreurs dans les reports de distance dues aux différences d'altitude.

Les piquets (ou les chaises) étant en général sous le plan de visée, on ne peut pas y poser facilement un mètre de poche (comme sur le mur, de la figure 9.32.). On nivelle donc le sommet du piquet par un nivellement par rayonnement avec visée arrière sur un point de référence du chantier et l'on reporte au mètre de poche le trait de niveau sur le piquet ; s'il s'agit d'une chaise, on répète cette opération pour les deux piquets et l'on cloue la latte horizontale de la chaise.

Par exemple, sur la figure 9.33., le repère A est à l'altitude $H_A = 107,94$ m ; on place une mire sur A ($L_A = 1,78$ m) puis sur le piquet P_1 ($L_{P_1} = 1,66$ m). L'altitude de la tête du piquet est donc $H_{P_1} = 107,94 + (1,78 - 1,66) = 108,06$ m. On désire placer les chaises à l'altitude 108,00 m. On trace donc un trait de niveau situé à 6 cm sous la tête du piquet. Après avoir fait la même chose pour l'autre piquet, on fixe la latte horizontale de la chaise.

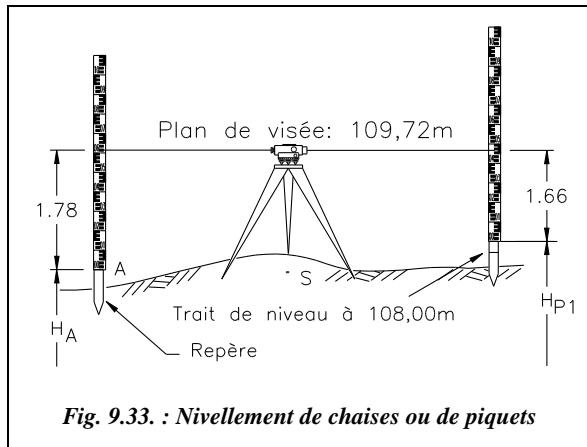


Fig. 9.33. : Nivellement de chaises ou de piquets

3.3 Utilisation des appareils laser

Un laser émet un faisceau lumineux qui se disperse très peu : le diamètre du faisceau lumineux émis est de l'ordre du millimètre à 100 m, et permet donc de matérialiser un axe (laser fixe) ou un plan (laser tournant). En projetant l'émission du laser fixe sur un obstacle, on obtient un point d'un alignement. En projetant l'émission du laser tournant sur un mur, on obtient un trait de niveau ; on peut aussi incliner le laser pour obtenir des lignes de pente donnée jusqu'à des contrôles de verticalité. Après avoir déterminé l'altitude de la station de l'appareil, on peut l'utiliser pour remplacer le trait de niveau ou pour matérialiser un alignement. Les opérations de nivellement peuvent alors être réalisées par un seul opérateur. Ces appareils sont décrits plus en détail au chapitre 7, paragraphe 4.

4 IMPLANTATION D'UN BÂTIMENT

4.1 Bâtiments courants

Il s'agit des bâtiments de petites et moyennes dimensions (villas, petits immeubles, etc.) généralement fondés superficiellement, c'est-à-dire à de faibles profondeurs par rapport au dernier niveau excavé.

4.1.1 Piquetage de l'emprise des terrassements

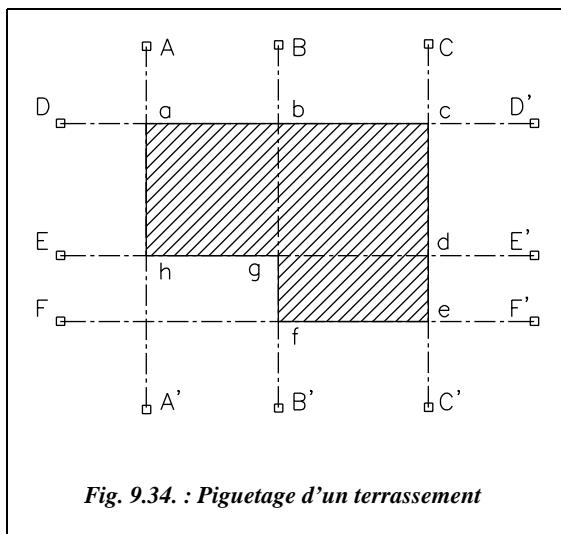


Fig. 9.34. : Piquetage d'un terrassement

On matérialise cette emprise par les limites extérieures des terrassements, axes AA', BB', CC', etc. de la figure 9.34., les piquets étant placés en dehors de la zone à rassurer.

Pratiquement, le piquetage est réalisé par les méthodes traitées aux paragraphes 1 et 2 en s'appuyant sur des repères connus ou sur les bâtiments voisins, ou encore sur les constructions du domaine public. Lors de l'exécution des terrassements, on contrôle la progression par niveling régulier du fond de fouilles en s'appuyant sur un repère de niveling.

4.1.2 Positionnement des chaises d'implantation

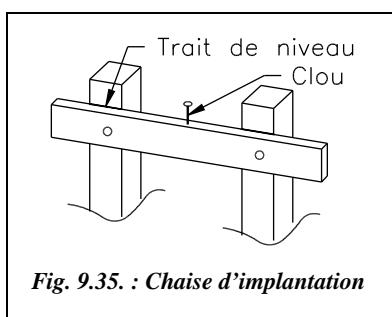


Fig. 9.35. : Chaise d'implantation

Une chaise d'implantation (fig. 9.35.) est constituée d'une latte horizontale fixée à deux piquets. La face supérieure de la latte horizontale est positionnée à une altitude donnée (trait de niveau) et on y plante des clous qui matérialisent les axes de la construction. Les chaises sont donc placées autour de la construction, en retrait, de manière à ne pas gêner les travaux (fig. 9.36.). De plus, il faut veiller à régler les lattes de chaque chaise d'un même axe à la même altitude. Ces altitudes sont décalées de quelques centimètres (5 cm par exemple) d'une paire de chaise à l'autre pour éviter les interférences entre cordeaux.

Les chaises matérialisent en général l'axe longitudinal du bâtiment, l'axe des fondations ou des murs à planter (fig. 9.36.). Elles sont plantées en retrait de la zone de travaux (1 à 2 m) et les cordeaux ou fils de fer tendus entre les chaises représentent les axes à planter (fig. 9.36. et 9.37.).

Le positionnement des chaises est réalisé comme suit : dans le repère local associé au chantier, souvent une simple ligne de base ou un ouvrage existant, l'opérateur calcule la position de deux points d'axe qu'il reporte sur le terrain. Par exemple les points D et E (fig. 9.36.) placés à partir de la ligne de base AB en prenant les cotes sur le plan d'implantation du bâtiment. Les autres axes sont construits par jalonnement (alignements, perpendiculaires, parallèles, etc.) à partir de l'axe DE. Il en déduit la position des chaises en prolongeant les alignements.

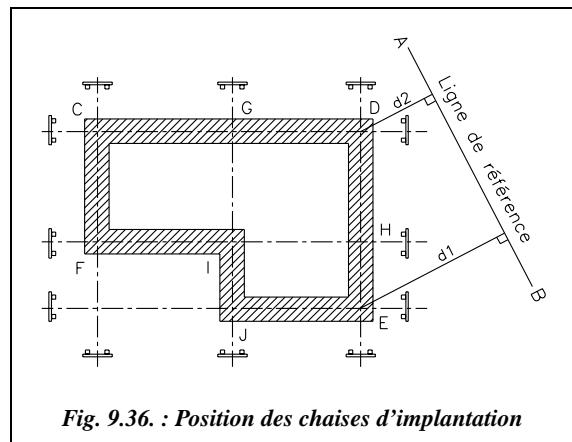


Fig. 9.36. : Position des chaises d'implantation

4.1.3 Report des points d'axe en fond de fouilles

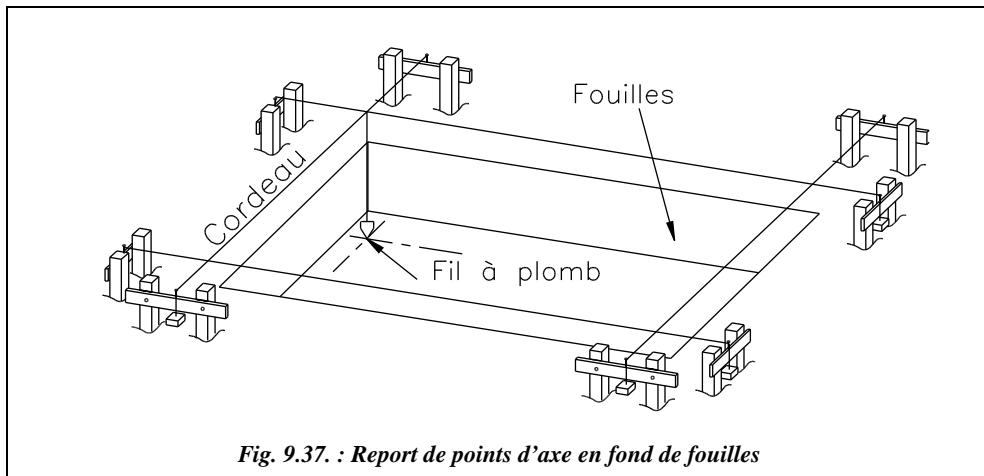
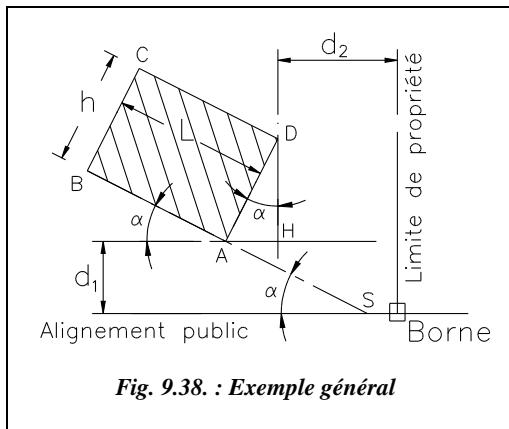


Fig. 9.37. : Report de points d'axe en fond de fouilles

Les points d'axe sont reportés au sol sur le béton de propreté en fixant un fil à plomb à l'un des cordeaux. Les points d'intersection des axes sont obtenus de même en faisant coulisser le fil à plomb attaché à un cordeau jusqu'à ce qu'il touche un cordeau perpendiculaire (fig. 9.37.).

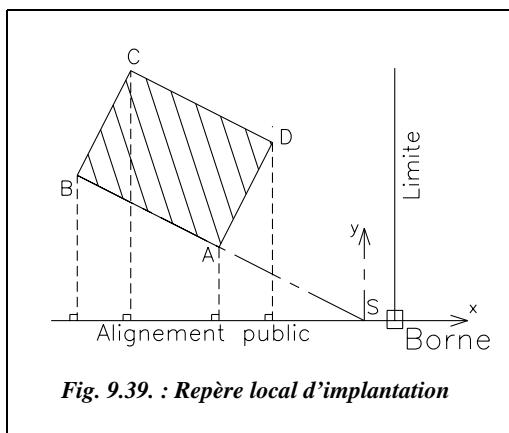
4.1.4 Exemple d'implantation



Le plan de masse de la construction (fig. 9.38.) précise le retrait d_1 du bâtiment par rapport à l'alignement public (route) ; d_1 doit être supérieur à une valeur minimale fixée par les services publics. Le plan de masse précise aussi la distance d_2 à la limite de propriété voisine ; d_2 est, elle aussi, supérieure à une valeur minimale. Il fixe en outre l'orientation du bâtiment par l'angle α entre son axe longitudinal et l'alignement public servant de référence.

Plusieurs méthodes sont possibles :

1 - Sur un terrain régulier et à peu près horizontal, construisez avec un ruban et des jalons l'alignement DH parallèle à la limite de propriété à la distance d_2 . Construisez l'alignement AH parallèle à l'alignement public à la distance d_1 , puis déduisez en le point H d'intersection de ces alignements. Reportez la distance $h \cdot \sin \alpha$ depuis H vers le point A et la distance $h \cdot \cos \alpha$ vers le point D. Construisez ensuite l'alignement BA en implantant l'angle α depuis l'alignement AH (voir § 1.3). BC et CD sont enfin parallèles à AD et AB à des distances L et h.



2 - En terrain plus accidenté il est préférable de procéder avec un ruban et une équerre optique : calculez les coordonnées rectangulaires des points A, B, C et D dans le repère (S, x, y) (fig. 9.39.) et implantez ces points par abscisses et ordonnées (voir § 2.1).

Il faut d'abord positionner S à partir de la borne B :

$$D_{SB} = d_2 + h \cdot \sin \alpha - d_1 \cdot \cotan \alpha.$$

Les coordonnées des points à planter sont les suivantes :

- A ($-d_1 \cdot \cotan \alpha ; d_1$)
- B ($-d_1 \cdot \cotan \alpha - L \cdot \cos \alpha ; d_1 + L \cdot \sin \alpha$)
- C ($-d_2 - L \cdot \cos \alpha ; d_1 + h \cdot \cos \alpha + L \cdot \sin \alpha$)
- D ($-d_2 ; d_1 + h \cdot \cos \alpha$)

3 - En terrain très accidenté, il vaut mieux utiliser un théodolite et un ruban ou un distancemètre: à partir des coordonnées de A, B, C et D dans le repère (S,x,y), implanter en coordonnées polaires depuis une station en S, référence en B.

Remarque

Si le terrain présente des dénivelées importantes par rapport aux distances horizontales à implanter, il faut en tenir compte dans les distances à reporter : pour cela, on reporte la distance suivant la pente $D_p = \sqrt{(Dh)^2 + (\Delta H)^2}$, la dénivellation ΔH étant mesurée par niveling direct ou indirect (voir les chapitres 5 et 6).

Dans tous les cas, **il faut contrôler les cotes extérieures du bâtiment et les diagonales.**

4.2 Bâtiments sur fondations spéciales, ouvrages d'art

La précision nécessaire à l'implantation des fondations de ce type d'ouvrage (fondations profondes ou semi-profondes, certaines fondations du type micro pieux nécessitant des précisions de l'ordre du millimètre...) oblige à utiliser essentiellement le théodolite, d'autant que ce type de chantier est toujours de grande étendue. Une station totale est alors recommandée. L'implantation s'effectue par rayonnement depuis un micro canevas de stations déterminées en repère général ou local. Les points à implanter sont calculés dans le repère utilisé pour le chantier à partir des indications des plans d'exécution. Les précisions à respecter sont de l'ordre de ± 1 à ± 2 cm en planimétrie et de ± 1 cm en altimétrie. L'exercice du paragraphe 2.5 est représentatif de ce type d'implantation.

4.3 Bâtiments de grande hauteur

Les problèmes spécifiques à ce type de bâtiments sont le report de repères dans les étages (altimétrie et planimétrie). En effet, pour un bâtiment de hauteur moyenne, on peut se contenter d'utiliser les axes (ou les nus extérieurs) des éléments porteurs de l'étage inférieur et de les reporter par de simples mesures au mètre de poche sur le plancher de l'étage supérieur. Pour de très grandes hauteurs (au-delà de la dizaine d'étages), le cumul des erreurs de report à chaque niveau peut entraîner des décalages trop importants en fin d'ouvrage, décalages généralement plus nuisibles du point de vue esthétique que du point de vue de la résistance de l'ouvrage.

4.3.1 Report de repères planimétriques en étages

Parmi les solutions possibles, citons les suivantes :

1 - Translation des repères planimétriques de l'étage inférieur vers l'étage supérieur. Il faut ménager des trémies de $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ à la verticale des points de repère. Ces derniers sont au minimum au nombre de deux afin de disposer d'une base d'implantation complète à l'étage supérieur. On stationne ensuite un théodolite sur le point de référence à l'étage inférieur (point A, fig. 9.40.) ; pour être plus précis, il faut reprendre à chaque

fois la référence au rez-de-chaussée, ce qui oblige à laisser les trémies jusqu'au dernier étage. Ensuite, au moyen d'un **oculaire coudé**, on vise au zénith pour guider un aide qui positionne une plaque sur la trémie supérieure. On peut aussi stationner à l'étage supérieur à la verticale du point de l'étage inférieur en s'aidant du plomb optique et positionner ensuite une plaque sur la trémie (point B, fig. 9.40.). On y grave la position du repère. Notez que le plomb optique doit être parfaitement réglé (voir chap. 3, § 2.3.3).

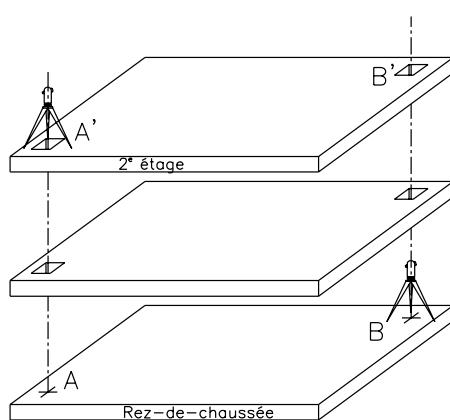


Fig. 9.40. : Report de points de repère en étage

Le repérage altimétrique peut être réalisé par mesures linéaires, au ruban, depuis les étages inférieurs. Il est également possible de contrôler l'altitude d'un plancher par des visées de **nivellement indirect** depuis des stations extérieures au bâtiment (voir chap. 3, § 7.4).



Doc Leica : Lunette ZNL

2 - Utilisation d'une lunette nadir-zénithale (lunette Wild ZNL) : c'est une lunette d'aplomb rigide, précise et résistante qui permet de faire des visées vers le haut ou vers le bas par simple retournement de la lunette qui se monte en centrage forcé dans une embase Wild. Le calage des lignes de visée est effectué par une seule nivelle double face ; la face supérieure et la face inférieure de la nivelle sont incurvées. La précision obtenue avec deux visées diamétralement opposées est de l'ordre de 1 mm à 30 m pour le modèle à nivelle tubulaire et de 0,5 mm à 100 m avec les modèles automatiques ZL (lunette seulement zénithale) ou NL (lunette seulement nadirale). Après

utilisation de cette lunette, il est possible de positionner un théodolite sur la même embase (centrage forcé assurant une remise en position au 1/100 de millimètre près).

3 - Utilisation d'un fil à plomb de grande longueur dont l'extrémité baigne dans un bain d'huile pour le stabiliser. La méthode, apparemment simple, est difficile à mettre en œuvre en pratique (surtout s'il y a du vent). Un autre procédé équivalent, plus précis et surtout plus facile à mettre en œuvre, est l'utilisation d'un **fil à flotteur** (fil en acier travaillant sous tension constante et fixé à un flotteur immergé dans un bain de mercure ; il se monte sur un trépied de théodolite). Cet appareil permet d'obtenir une très grande précision : 0,08 mm sur 27 m, mesuré par l'IGN dans une cage d'escalier ; il est toutefois également sensible au vent.

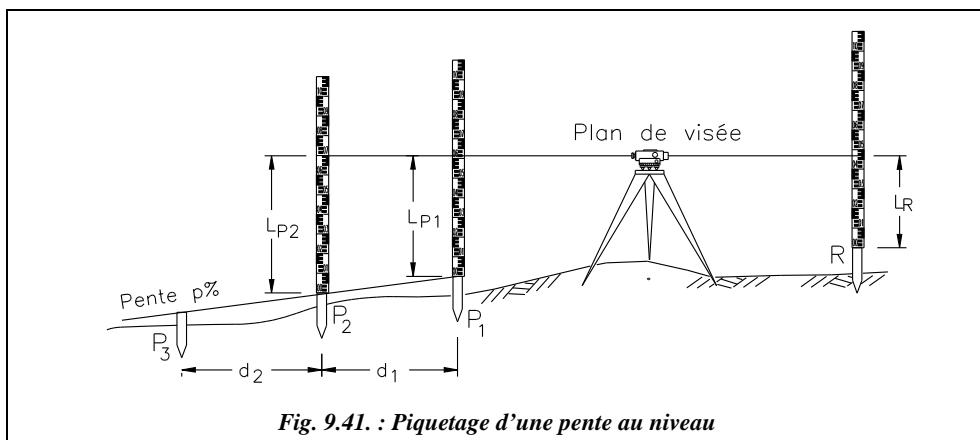
4.3.2 Verticalité des façades

Les appareils laser (voir chap. 7, § 4) peuvent être utilisés pour régler et contrôler la verticalité des éléments porteurs lors de la construction. Il est par exemple possible de positionner un laser fixe sur un mur ou près d'un mur porteur du rez-de-chaussée, décalé d'une valeur d du nu extérieur de ce mur. On place une première cible sur un nu extérieur du premier étage pour contrôler le point de passage du laser. On place enfin une cible décalée de la même valeur d sur un porteur en étage ou sur un coffrage, pour l'aligner. La grande portée du laser et la faible dispersion de son faisceau permettent de travailler jusqu'à de très grandes hauteurs.

4.4 Piquetage de pentes

L'implantation d'une pente donnée, par exemple une voie d'accès, peut être réalisée de plusieurs manières.

1 - À l'aide d'un niveau et une mire : si la longueur de l'ouvrage ne dépasse pas 100 m, on peut piquer les points d'axe d'une pente à partir d'une seule station d'un niveau. Ces points d'axe sont déjà placés en planimétrie. Si la pente à planter est une ligne droite, on stationne le niveau dans son axe et on place les piquets en les alignant grâce au niveau et à la mire.



L'opérateur stationne un point quelconque en tête d'alignement (fig. 9.41.). L'aide positionne le premier piquet P_1 de la pente par niveling direct à partir du repère R : $H_{P1} = H_R + L_R - L_{P1}$. H_{P1} étant connue, l'aide doit enfoncer un piquet jusqu'à ce que l'opérateur lise la cote L_{P1} sur la mire ou bien placer un trait de niveau sur le piquet. Le deuxième piquet P_2 étant à la distance d_1 de P_1 , le sommet de ce piquet doit être à l'altitude suivante :

$$H_{P2} = H_{P1} + p \cdot d_1, \text{ pour une pente donnée de } p \% \text{ avec } p \text{ algébrique.}$$

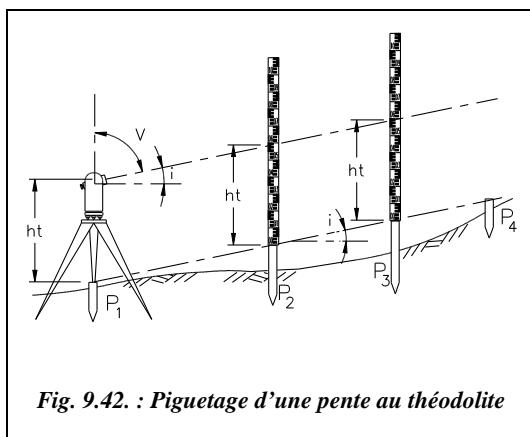
Par convention, une valeur de p négative représente une descente et une valeur positive une rampe (montée). Par exemple : $p = -4\%$; P_2 est à 50 m de P_1 à une altitude de 105,23 m ; l'altitude de P_2 sera : $105,23 - 0,04 \cdot 50 = 103,23$ m.

On procède de même pour chaque piquet d'axe de la pente.

d représente l'abscisse curviline horizontale, c'est-à-dire la distance en projection horizontale entre points d'axe en suivant la courbe joignant ces points. Par exemple, dans un virage de rayon de courbure R , la distance d ne représente pas la corde mais l'arc de longueur $R \cdot \alpha_{\text{radian}}$ pour un angle au centre α_{radian} .

Attention ! la distance d_1 est généralement mesurée suivant la pente, notée D_p . Si la pente est faible ou si d_1 est courte, on peut assimiler la distance horizontale D_h à la distance suivant la pente. Vérifiez que l'erreur commise dans l'exemple numérique précédent serait de l'ordre de 4 cm sur la distance et inférieure à 2 mm sur la dénivellation.

Si l'on estime qu'on ne peut pas négliger l'écart entre D_p et D_h , il faut effectuer le calcul suivant : une pente p fait un angle i avec l'horizontale tel que $p = \tan i$. Donc si l'on mesure la distance suivant la pente D_p , la distance horizontale est $D_h = D_p \cdot \cos(\arctan p)$ et l'altitude du point P_2 est $H_{P2} = H_{P1} + p \cdot D_h$.



2 - À l'aide d'un théodolite : une pente p donne un angle de site i tel que $p = \tan i$. L'angle zénithal à positionner sur le cercle vertical du théodolite est alors :

$$V = 100 - \arctan p.$$

L'opérateur mesure la hauteur des tourillons ht en station sur le premier point de la pente et guide un aide qui positionne les autres piquets de sorte que la lecture sur la mire soit égale à ht sur chaque point de la pente (fig. 9.42.).

3 - À l'aide d'un appareil laser : on utilise par exemple un laser tournant décrivant un plan horizontal ou un plan incliné de la pente p . Le principe est identique au niveau, à

savoir que le piquetage peut être fait par une seule personne disposant par exemple d'une mire avec un capteur de position du faisceau laser.

5 RACCORDEMENTS CIRCULAIRES

Les raccordements circulaires se trouvent principalement dans les projets routiers mais également dans les bâtiments courants, pour l'implantation de voies courbes par exemple ; les exemples choisis sont toutefois essentiellement issus des raccordements routiers. La topométrie routière et ses spécificités sont traitées au paragraphe 6.

5.1 Raccordements circulaires simples

Un raccordement circulaire simple est un arc de cercle TT' tangent à deux alignements droits ST et ST' (fig. 9.44.). Le point S est le sommet du raccordement ; il est l'intersection des deux alignements droits. Les alignements étant connus, le point S ainsi que l'angle γ sont connus. T et T' sont les points de tangence. Deux cas de figure peuvent se présenter :

- soit le rayon R de raccordement est connu : il est choisi lors du projet et dépend de la catégorie de la route (voir § 6.1) ;
- soit on impose un point de passage P pour ce raccordement, le franchissement d'un obstacle, rivière ou chemin de fer par exemple ; ce cas de figure a été traité de manière théorique au chapitre 5 du tome 2, paragraphe 3.5 et au chapitre 4 du tome 2, paragraphe 5.6. Le rayon R est alors calculé de sorte que le raccordement passe par P .

Dans le cas le plus courant, R est connu. Les alignements ST et ST' étant aussi connus, on construit le point S d'intersection et l'on reporte les distances horizontales calculées ST et ST' ; on procède ensuite au piquetage de plusieurs points de l'arc (voir § 5.4)

$$ST = ST' = R \cdot \cotan(\gamma/2)$$

$$SO = \frac{R}{\sin(\gamma/2)}$$

Si le centre O du cercle est accessible, on peut le stationner et piquer l'arc de cercle.

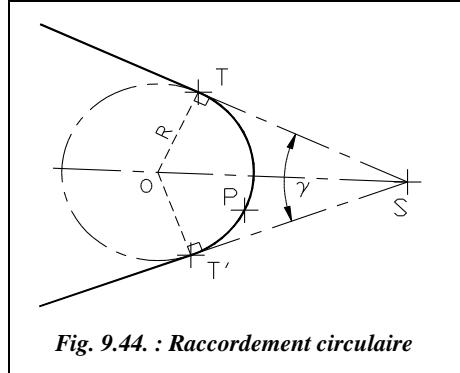


Fig. 9.44. : Raccordement circulaire

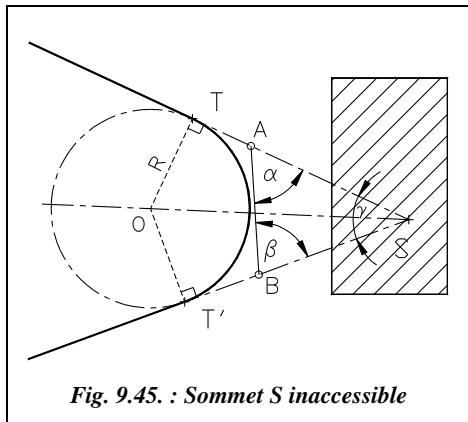


Fig. 9.45. : Sommet S inaccessible

Si l'on ne peut pas construire le point S, non accessible, en raison de la présence d'un obstacle par exemple, on peut procéder ainsi (fig. 9.45.) : positionner les points A et B sur les alignements ST et ST' de façon que le segment AB soit mesurable. Mesurer les angles α et β ainsi que la distance AB. Il reste à résoudre le triangle ASB et à en déduire les distances SA et SB, ainsi que l'angle γ entre les deux alignements :

$$\gamma = 200 - \alpha - \beta.$$

On implante enfin T et T' à partir de A et B et des distances suivantes :

$$AT = ST - SA$$

$$BT' = ST' - SB$$

avec

$$\text{Avec : } D_{ST} = D_{ST'} = \frac{R}{\tan(\gamma/2)} = R \cdot \tan\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

Application

Soit un raccordement simple de rayon $R = 208,66$ m entre deux alignements droits ST et ST' (fig. 9.45.). Le sommet S est inaccessible. Un opérateur stationne un théodolite en deux points A et B des alignements et effectue les mesures du tableau ci-dessus.

Calculez les distances d'implantation des points de tangence T et T'.

Station	Pt. visé	Hz_{CG} (gon)	Hz_{CD} (gon)	Dh (m)
A	B	15,332	215,333	271,06
	T	147,049	347,049	
B	T'	87,145	287,146	
	A	205,616	5,616	271,08

Réponse

- Angle en A : $BAT = [(147,049 - 15,332) + (347,049 - 215,333)]/2 = 131,717$ gon ; d'où l'angle $\alpha = 200 - 131,717 = 68,283$ gon.
- Angle en B : $T'BA = [(205,616 - 87,145) + (5,616 - 287,146) + 400]/2 = 118,471$ gon ; d'où l'angle $\beta = 200 - 118,471 = 81,529$ gon.
- Résolution du triangle ABS : $\gamma = 200 - \alpha - \beta = 50,188$ gon ; $AB = 271,07$ m ; $SA = 366,24$ m ; $SB = 335,76$ m. $ST = ST' = 208,66 \cdot \cot(50,188/2) = 501,65$ m ; donc $D_{AT} = 135,38$ m et $D_{BT} = 165,86$ m.

5.2 Raccordements circulaires composés

Le raccordement est constitué de deux arcs de cercles consécutifs, tangents entre eux et dont les centres de courbure sont situés du même côté (fig. 9.46.).

On peut écrire :

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \gamma = 200$$

$$d_1 = R_1 \cdot \tan(\alpha_1 / 2)$$

$$d_2 = R_2 \cdot \tan(\alpha_2 / 2)$$

$$\frac{SS_1}{\sin \alpha_2} = \frac{S_1 S_2}{\sin \gamma} = \frac{SS_2}{\sin \alpha_1}$$

$$S_1 S_2 = d_1 + d_2$$

$$ST_1 = SS_1 + d_1$$

$$ST_2 = SS_2 + d_2$$

$$T_1 T_2^2 = ST_1^2 + ST_2^2 - 2 \cdot ST_1 \cdot ST_2 \cdot \cos \gamma$$

$$L_{\text{Arc TT1}} = R_1 \cdot \alpha_1 \cdot \pi / 200 \quad \text{si } \alpha_1 \text{ est en gon.}$$

$$L_{\text{Arc TT2}} = R_2 \cdot \alpha_2 \cdot \pi / 200 \quad \text{si } \alpha_2 \text{ est en gon.}$$

Plusieurs types de calculs sont menés suivant les données dont l'opérateur dispose. Les deux cas les plus courants sont envisagés ci-après (fig. 9.46.).

5.2.1 R_1 et R_2 , ST_1 , (ou ST_2) et γ sont connus

On utilise une construction intermédiaire (fig. 9.47.), à savoir le prolongement du cercle de centre O_1 et de rayon R_1 et la construction de $S'T'$ parallèle à ST_2 . On peut écrire :

$$O_1 T' = R_1 = O_1 H + HH' + H'T' \quad O_1 H = (R_1 - R_2) \cdot \cos \alpha_2$$

$$HH' = R_2 \quad H'T' = SS' \cdot \sin \gamma$$

$$SS' = R_1 \cdot \cot(\gamma/2) - ST_1$$

$$\text{Donc : } R_1 = (R_1 - R_2) \cdot \cos \alpha_2 + R_2 + [R_1 \cdot \cot(\gamma/2) - ST_1] \cdot \sin \gamma$$

$$\text{Par ailleurs : } 1 - \cot(\gamma/2) \cdot \sin \gamma = -\cos \gamma$$

$$\text{On en déduit que : } \cos \alpha_2 = \frac{ST_1 \cdot \sin \gamma - R_1 \cdot \cos \gamma - R_2}{R_1 - R_2}$$

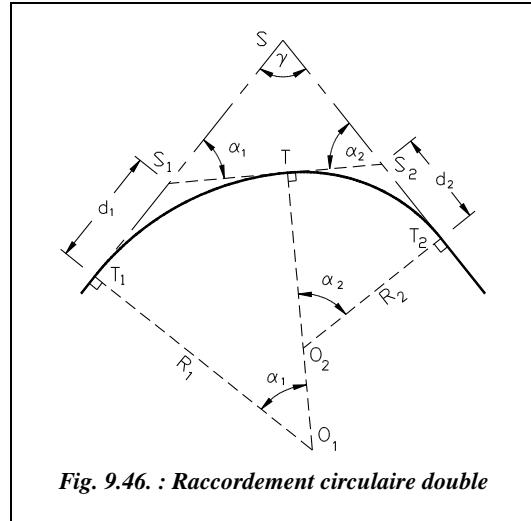


Fig. 9.46. : Raccordement circulaire double

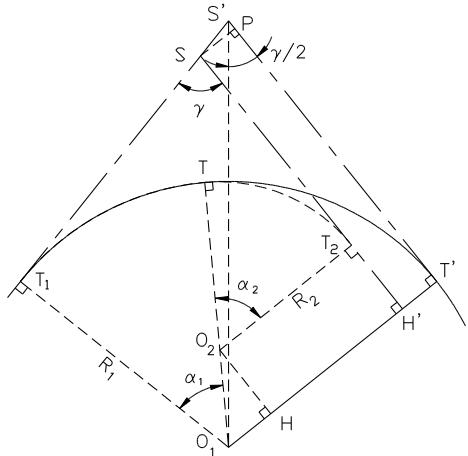


Fig. 9.47. : Calcul du raccordement circulaire double

$$\text{Et, par analogie : } \cos \alpha_1 = \frac{ST_2 \cdot \sin \gamma - R_2 \cdot \cos \gamma - R_1}{R_2 - R_1}$$

On vérifiera que $\alpha_1 + \alpha_2 + \gamma = 200$ gon.

La distance d'implantation est :

$$ST_2 = S'T' - S'P - T_2H' = R_1 \cdot \cot(\gamma/2) - [R_1 \cdot \cot(\gamma/2) - ST_1] \cdot \cos \gamma - (R_1 - R_2) \cdot \sin \alpha_2.$$

Finalement :

$$\boxed{ST_2 = R_1 \cdot \sin \gamma + ST_1 \cdot \cos \gamma - (R_1 - R_2) \cdot \sin \alpha_2}$$

$$\boxed{ST_1 = R_2 \cdot \sin \gamma + ST_2 \cdot \cos \gamma - (R_2 - R_1) \cdot \sin \alpha_1}$$

Ces formules ne sont valables que dans le cas de figure étudié. Elles devront être redémontrées à l'aide du même principe pour des configurations différentes.

5.2.2 R_1 (ou R_2), ST_1 , ST_2 et γ sont connus

En reprenant les équations démontrées au paragraphe 5.2.1 ci-avant, on écrit :

$$\left. \begin{aligned} R_1 - R_2 &= \frac{[R_1 \cdot \cot(\gamma/2) - ST_1] \sin \gamma}{1 - \cos \alpha_2} \\ R_1 - R_2 &= \frac{R_1 \cdot \sin \gamma + ST_1 \cdot \cos \gamma - ST_2}{\sin \alpha_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{\frac{1 - \cos \alpha_2}{\sin \alpha_2} = \frac{R_1(1 + \cos \gamma) - ST_1 \cdot \sin \gamma}{R_1 \cdot \sin \gamma + ST_1 \cdot \cos \gamma - ST_2}}$$

$$\alpha_2 \text{ étant calculé, on peut en déduire } R_2 : R_2 = R_1 + \frac{ST_2 - R_1 \cdot \sin \gamma - ST_1 \cdot \cos \gamma}{\sin \alpha_2}$$

Par analogie, on obtient les équations de calcul de α_1 et R_1 avec $\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$:

$$\tan(\alpha_1/2) = \frac{R_2(1 + \cos \gamma) - ST_2 \cdot \sin \gamma}{R_2 \cdot \sin \gamma + ST_2 \cdot \cos \gamma - ST_1} \text{ et } R_1 = R_2 + \frac{ST_1 - R_2 \cdot \sin \gamma - ST_2 \cdot \cos \gamma}{\sin \alpha_1}.$$

5.2.3 Raccordement circulaire triple

Le principe des calculs reste le même : comme dans le cas précédent, on procède par décomposition de la figure générale. Les données sont les suivantes :

- soit les trois rayons R_1 , R_2 et R_3 , deux des angles α_1 , α_2 ou α_3 et une tangente ST_1 , ST_2 ou ST_3 ;
- soit les trois rayons R_1 , R_2 et R_3 , un des angles α_1 , α_2 ou α_3 et deux tangentes ST_1 , ST_2 ou ST_3 ;
- soit deux des trois rayons R_1 , R_2 ou R_3 , deux des angles α_1 , α_2 ou α_3 et deux tangentes ST_1 , ST_2 ou ST_3 .

5.2.4 Exercice

Cet exercice est extrait d'une l'épreuve du BTS travaux publics (session 1993).

Les données sont les suivantes (fig. 9.48.) :

$$\gamma = 82,6480 \text{ gon}$$

$$I_1 (58,612 \text{ m} ; 543,234 \text{ m})$$

$$I_2 (489,598 \text{ m} ; 512,769 \text{ m})$$

$$R_1 = 714,250 \text{ m}$$

$$\alpha_1 = 48,2590 \text{ gon}$$

Calculez le rayon R_2 , l'angle α_2 ainsi que les distances d'implantation I_1-T_1 et I_2-T_2 .

Donnez les coordonnées des points dans le repère local dans lequel sont exprimés I_1 et I_2 .

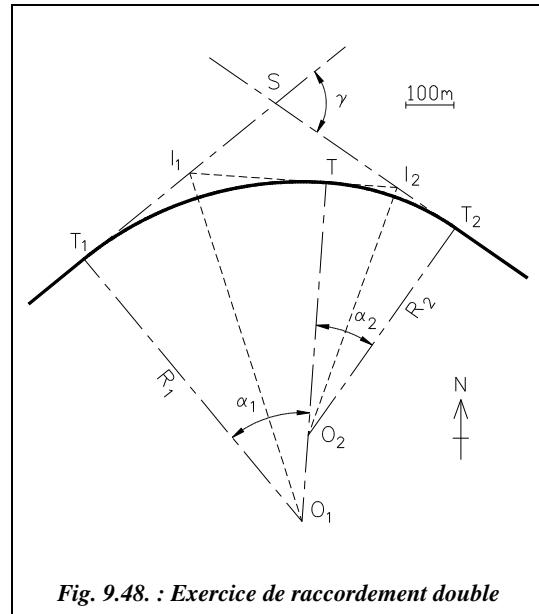


Fig. 9.48. : Exercice de raccordement double

Résolution analytique

Dans le triangle SI_1I_2 , $200 - \gamma + \alpha_1 + \alpha_2 = 200$ gon, donc $\alpha_2 = \gamma - \alpha_1 = 34,3890$ gon.

$$R_2 = I_2 T_2 \cdot \cotan(\alpha_2 / 2) = I_2 T = I_1 I_2 - I_1 T \text{ et } I_1 T = R_1 \cdot \tan(\alpha_1 / 2)$$

$$R_2 = [I_1 I_2 - R_1 \cdot \tan(\alpha_1 / 2)] \cdot \cotan(\alpha_2 / 2) = 533,086 \text{ m}$$

$$I_1 T_1 = R_1 \cdot \tan(\alpha_1 / 2) = 284,474 \text{ m}$$

$$I_2 T_2 = R_2 \cdot \tan(\alpha_2 / 2) = 147,588 \text{ m}$$

Les coordonnées des points sont obtenues à partir du gisement $G_{II_1I_2} = 104,4926$ gon.

On calcule T à partir de I_1 (ou I_2) avec $G_{II_1I_2}$ et $I_1 T = 284,474$ m (ou $I_2 T = 147,588$ m).

On calcule T_1 à partir de I_1 avec $G_{II_1T_1} = G_{II_1I_2} - \alpha_1 + 200 = 256,2336$ gon. On calcule T_2 à partir de I_2 avec $G_{I_2T_2} = G_{I_2I_1} + \alpha_2 - 200 = 138,8816$ gon. On calcule O_1 à partir de T_1 avec $G_{T_1O_1} = G_{T_1II_1} + 100 = 156,2336$ gon. On calcule O_2 à partir de T_2 avec $G_{T_2O_2} = G_{T_2I_2} - 100 = 238,8816$ gon. Les résultats sont les suivants :

$O_1 (292,015 \text{ m} ; -189,297 \text{ m})$; $O_2 (304,789 \text{ m} ; -8,583 \text{ m})$; $T (342,378 \text{ m} ; 523,176 \text{ m})$

$T_1 (-161,243 \text{ m} ; 362,709 \text{ m})$; $T_2 (610,505 \text{ m} ; 428,130 \text{ m})$; $S (236,925 \text{ m} ; 689,649 \text{ m})$



Résolution graphique

AutoCAD LT

L'environnement de travail est identique à celui du paragraphe 2.5.

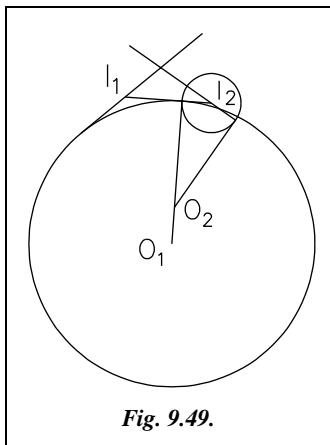


Fig. 9.49.

Dessin du segment $I_1 I_2$: *LIGNE* du point $58.612,543.234$ au point $489.598,512.769$. *SCU* *OBjet* *Dernier* (changement de repère).

Ligne $I_1 S$: *LIGNE* du point I_1 (*EXTrémité de...*) au point $@500<-348.259$.

Ligne $I_2 S$: *COPIER* la ligne précédente vers un point quelconque, *ROTATION* de cette ligne autour de son *EXTrémité* d'un angle de 82.648 . *DEPLACER* cette ligne de son *EXTrémité* vers le point I_2 (*EXTrémité de...*).

Cercle de centre O_1 : *CERCLE* *TTR*, première zone de tangence sur la ligne $I_1 I_2$, deuxième zone sur la ligne $I_1 S$ et rayon de 714.25 . *PROLONGER* la ligne $I_1 S$ jusqu'au cercle pour obtenir T_1 . Cercle de centre I_2 et de rayon $I_2 T$ puis prolonger la ligne $I_2 S$ jusqu'à ce cercle pour obtenir T_2 .

Construction de O_2 : *LIGNE* d'un point quelconque *PERpendiculaire* à ST_2 . *DEPLACER* cette ligne de son *EXTrémité* vers le point T_2 (*INTersection de...*). *AJUSTER* ou *PROLONGER* au seuil TO_1 pour obtenir O_2 .

Lire les coordonnées et distances avec *ID* (identité point) et *DISTANCE* ou *LISTE*.

5.3 Raccordements circulaires à inflexion

On utilise aussi le terme de raccordement circulaire renversé.

5.3.1 Raccordement entre deux alignements parallèles

Un raccordement à inflexion entre deux alignements parallèles présente un point d'inflexion : point T, fig. 9.50.

Les données sont : (e , R_1 et R_2) ou bien (e , R_1 et α).

On peut écrire :

$$\theta = 200 - \alpha$$

$$T_1 T = 2 \cdot R_1 \cdot \sin(\alpha/2)$$

$$T_2 T = 2 \cdot R_2 \cdot \sin(\alpha/2)$$

$$TP_1 = T_1 P_1 = R_1 \cdot \tan(\alpha/2)$$

$$TP_2 = T_2 P_2 = R_2 \cdot \tan(\alpha/2)$$

$$T_1 T_2 = e / \sin(\alpha/2)$$

$$L = e \cdot \cotan(\alpha/2)$$

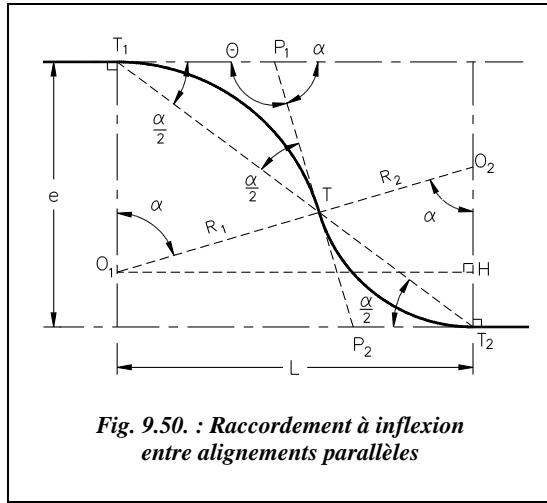


Fig. 9.50. : Raccordement à inflexion entre alignements parallèles

Dans le triangle $O_1 O_2 H$, on peut écrire : $\cos \alpha = \frac{R_2 - (e - R_1)}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 + R_2 - e}{R_1 + R_2}$.

Suivant les données du problème, on peut aussi utiliser la relation : $R_2 = \frac{e}{1 - \cos \alpha} - R_1$

5.3.2 Raccordement entre deux alignements quelconques

Les deux alignements à raccorder font entre eux un angle quelconque (fig. 9.51.).

Les données du problème sont : ST_1 ou ST_2 , R_1 , R_2 , et γ .

On peut écrire : $T_1 T = 2 \cdot R_1 \cdot \sin(\alpha_1/2)$ $T_2 T = 2 \cdot R_2 \cdot \sin(\alpha_2/2)$
 $TP_1 = T_1 P_1 = R_1 \cdot \tan(\alpha_1/2)$ $TP_2 = T_2 P_2 = R_2 \cdot \tan(\alpha_2/2)$

On construit (fig. 9.51.) la perpendiculaire à $O_2 T_2$ passant par O_1 et la perpendiculaire à ST_2 passant par T_1 . Dans le triangle $O_1 IT_1$, on peut écrire :

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \gamma$$

De même, dans le triangle $O_1 O_2 K$, on peut écrire : $\cos \alpha_2 = \frac{KO_2}{O_1 O_2} = \frac{R_2 - KT_2}{R_1 + R_2}$.

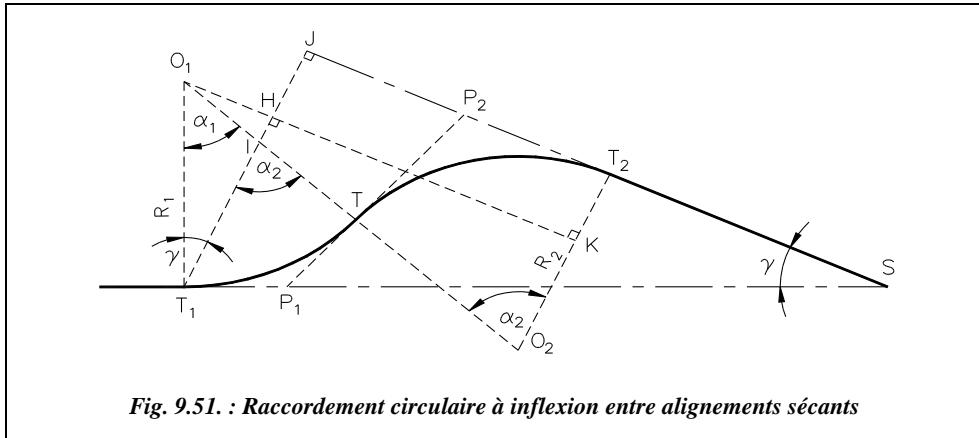


Fig. 9.51. : Raccordement circulaire à inflexion entre alignements sécants

Or $KT_2 = JH = ST_1 \cdot \sin \gamma - R_1 \cdot \cos \gamma$ donc :

$$\cos \alpha_2 = \frac{R_2 - ST_1 \cdot \sin \gamma + R_1 \cdot \cos \gamma}{R_1 + R_2}$$

Par analogie, on obtient :

$$\cos \alpha_1 = \frac{R_1 - ST_2 \cdot \sin \gamma + R_2 \cdot \cos \gamma}{R_1 + R_2}$$

Dans le triangle SJT₁, on peut écrire : $ST_2 = SJ - JT_2 = ST_1 \cdot \cos \gamma - (O_1 K - O_1 H)$.

Donc, comme $O_1 K - O_1 H = (R_1 + R_2) \cdot \sin \alpha_2 - R_1 \cdot \sin \gamma$, on obtient finalement :

$$ST_2 = ST_1 \cdot \cos \gamma - (R_1 + R_2) \cdot \sin \alpha_2 + R_1 \cdot \sin \gamma$$

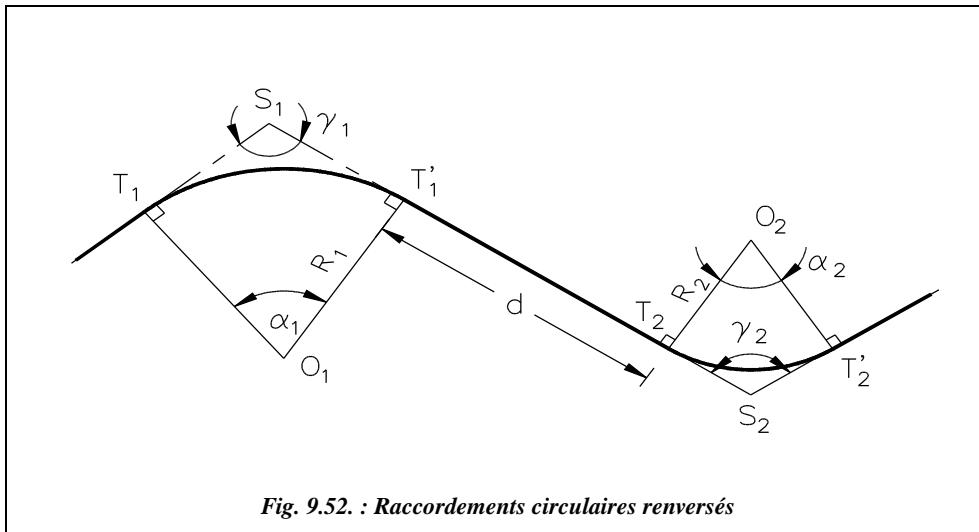
5.3.3 Raccordements circulaires renversés

Les raccordements circulaires renversés sont composés de deux raccordements circulaires simples consécutifs avec une longueur minimale d'alignement droit pour passer d'un raccordement à l'autre, longueur imposée par les règlements¹.

En général les distances entre sommets S_1 et S_2 sont connues ainsi que les angles des alignements γ_1 et γ_2 (fig. 9.52.). On choisit d'abord une valeur pour R_1 en fonction du type de route. On en déduit la position des points de tangence T_1 et T'_1 (voir § 5.1). On positionne T_2 en respectant la condition $d = T_1 T_2 > L_{\text{mini}}$. On en déduit le rayon R_2 .

Si le rayon R_2 convient à ce type de route ($R_2 \geq R_{2\text{mini}}$), la solution est acceptée ; sinon, on effectue à nouveau le calcul en modifiant la valeur du rayon R_1 jusqu'à ce que la condition ($R_2 \geq R_{2\text{mini}}$) soit satisfaite.

¹ Voir « ouvrages du SETRA » dans la bibliographie.



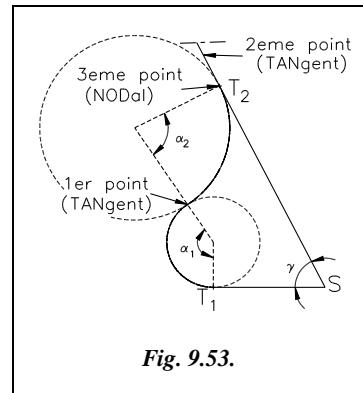
5.3.4 Application

Calculez les éléments d'implantation du raccordement (fig. 9.53.) ayant les caractéristiques suivantes : $ST_1 = 480$ m, $ST_2 = 1000$ m et $\gamma = 70,000$ gon. Le rayon du premier raccordement est $R_1 = 200$ m.

Solution

En appliquant les formules des paragraphes 5.2.2 et 5.3.2, on trouve $\alpha_2 = 92,5307$ gon ; d'où $\alpha_1 = 162,5307$ gon (car dans cet exemple $\alpha_2 = \alpha_1 - \gamma$) ; donc $R_2 = 408,064$ m.

Si l'on arrondit le rayon R_2 à 408,00 m, on calcule de nouveau $ST_2 = 999,94$ m.



Résolution graphique (environnement de travail : voir § 2.5)



Cercle de rayon R_1 : *CERCLE* ↴ de Centre quelconque et de Rayon 200 ↴

ST_1 et ST_2 : *LIGNE* ↴ du point *QUAdrant* inférieur du cercle au point @480,0 ↴ au point @1000<370 ↴. Placez ensuite un point en T_2 : *POINT* ↴ EXTrémité de...

Tracez un segment de ligne quelconque au-dessus de T_2 dans le but de prolonger l'alignement ST_2 : *LIGNE* ↴ du point... au point... puis *PROLONGER* ↴ jusqu'au seuil (cliquez sur la ligne précédente et validez) l'objet (ligne ST_2).

Cercle de rayon R_2 : *CERCLE* ↴ option 3Points ↴

- Premier point : cliquez sur le cercle de rayon R_1 avec l'accrochage *TANgent*.
- Deuxième point : cliquez sur l'alignement ST_2 au-dessus de T_2 avec l'accrochage *TANgent*.
- Troisième point : *NODal* de... (point T_2).

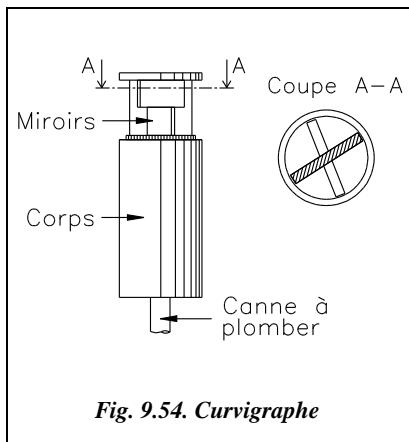
Lisez les caractéristiques du cercle par *LISTE* ou *DISTANCE*. Pour obtenir l'angle α_2 , utilisez la cotation angulaire: menu *COTATION / ANGULAIRE*, option ↵ (return), sommet de l'angle: *CENtre* d'un cercle, premier point : *INTERsection* de..., deuxième point : *INTERsection* de... puis placez la cote et lire sa valeur.

Pour obtenir la deuxième solution (avec $R_2 = 408,00$ m), *EFFACER* le cercle de rayon R_2 et le reconstruire par *CERCLE*, option *TTR* (tangent, tangent, rayon).

5.4 Piquetage des raccordements circulaires

Pour effectuer ce type de piquetage, différentes techniques sont possibles suivant la visibilité, l'accessibilité des points, suivant le matériel disponible et la précision recherchée. Toutes les méthodes ne sont pas abordées car, actuellement, au regard du prix des premières stations totales, l'implantation en coordonnées cartésiennes se généralise.

5.4.1 implantation au curvigraph



Cet instrument (fig. 9.54.) est aussi appelé équerre de raccordement. Il est constitué de deux miroirs plans pivotant l'un par rapport à l'autre. Leur mouvement relatif est libre mais freiné par une friction suffisamment importante pour éviter qu'ils ne tournent intempestivement pendant les manipulations de l'instrument.

Ce curvigraph permet d'implanter rapidement des points d'un raccordement circulaire. On connaît généralement les alignements à raccorder (RT et PT', fig. 9.55.) ou bien un alignement RT et un point d'arrivée du raccordement T'. Dans les deux cas, il existe un seul cercle de raccordement dont on sait déterminer le rayon (voir § 5.1).

Connaître la valeur du rayon n'est pas utile. Par visées sur deux jalons J_1 et J_2 positionnés l'un sur l'alignement RT connu et l'autre sur T', on peut caler entre les deux miroirs du curvigraph l'angle α sous lequel on voit J_1 et J_2 depuis un point quelconque de l'arc de cercle.

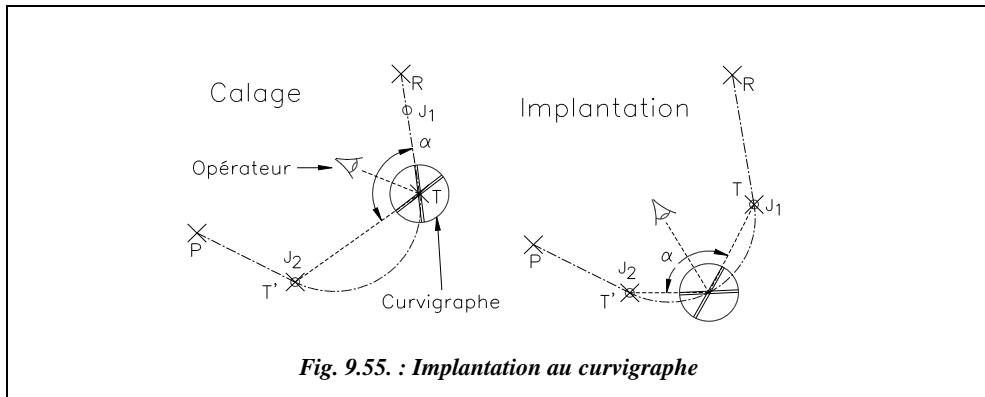


Fig. 9.55. : Implantation au curvigraphie

Il reste à déplacer le jalon J_1 de l’alignement RT vers le point T et à se déplacer avec le curvigraph sur la zone de passage de l’arc de cercle. Chaque fois que l’opérateur voit les deux jalons de T et T' alignés, il marque un point de l’arc de cercle.

Comme pour l’équerre optique (§ 1.1.2), cette méthode peut s’appliquer en terrain accidenté ; un opérateur averti peut espérer une précision de quelques centimètres. Ce procédé rapide est également intéressant en VRD pour la pose de bordures lorsque le centre du cercle est inaccessible ; il évite de nombreuses manutentions.

5.4.2 Implantation au ruban et à l’équerre optique

Ces implantations peuvent être réalisées uniquement avec un ruban, donc en terrain régulier, à peu près horizontal, et éventuellement avec une équerre optique.

5.4.2.1 Triangles semblables

On cherche à planter, par des mesures linéaires, plusieurs points P_1, P_2 , etc. d’un raccordement dont on connaît tous les paramètres (fig. 9.56.).

Les triangles OHT et TH_1P_1 sont semblables. On peut donc écrire : $\frac{TH}{R} = \frac{H_1P_1}{TP_1}$

On note la corde $c = TP_1 = 2.TH$.

On en déduit : $H_1P_1 = \frac{c^2}{2R}$.

On calcule ensuite : $TH_1 = \sqrt{c^2 - H_1P_1^2} = c \sqrt{1 - \frac{c^2}{4R^2}}$.

Dans la pratique, on fixe une longueur de corde entière ; on en déduit les longueurs H_1P_1 et TH_1 . On place le point H_1 sur la tangente ST à la distance TH_1 du point T puis, sur la perpendiculaire, on reporte la distance H_1P_1 de manière à obtenir un point P_1 du raccordement.

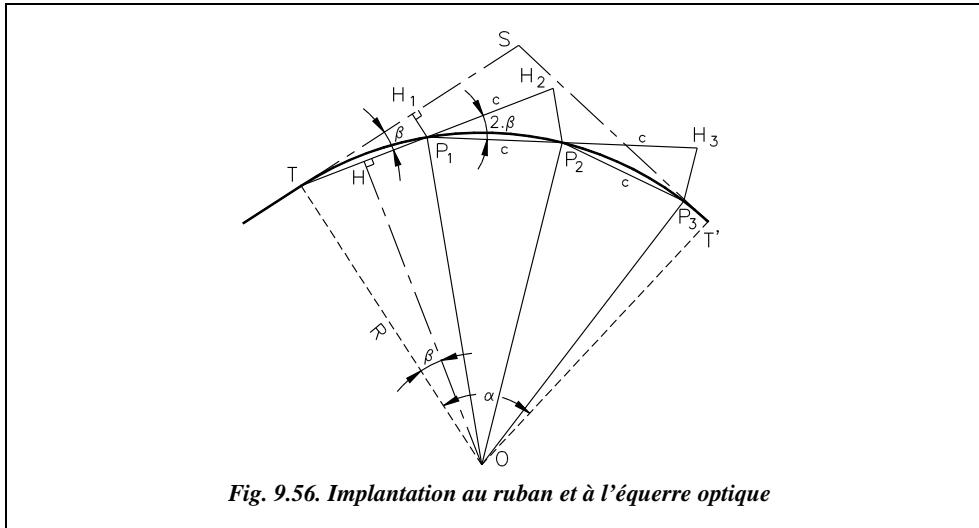


Fig. 9.56. Implantation au ruban et à l'équerre optique

Pour positionner P_2 , on prolonge de c la droite TP_1 jusqu'au point H_2 puis on implante le point P_2 par bilatération (mesure de deux distances) à la distance c du point P_1 et à la distance $2 \cdot H_1 P_1 = c^2 / R$ du point H_2 . La même opération est répétée pour les points suivants.

L'inconvénient de cette méthode est que les erreurs se cumulent d'un point sur l'autre. Pour limiter les écarts, la deuxième moitié de l'arc est implantée depuis T' .

Exemple de piquetage

Le rayon de raccordement est $R = 175,00$ m, l'angle au centre est $\alpha = 80,000$ gon. On désire planter neuf points de l'arc circulaire de raccordement, donc un point tous les 8 gon. Ceci donne une longueur de corde de $c = 2 \cdot 175,00 \cdot \sin 4,000 = 21,977$ m entre deux points P_i consécutifs. Les constantes du piquetage sont :

$$\begin{aligned} c &= 21,98 \text{ m et } TH_1 = 21,93 \text{ m,} \\ H_1 P_1 &= 21,977^2 / 2 / 175,00 = 1,38 \text{ m,} \\ H_2 P_2 &= H_3 P_3 = \text{etc.} = H_9 P_9 = 2,76 \text{ m.} \end{aligned}$$

5.4.2.2 Abscisses et ordonnées sur la tangente

On planter chaque point de l'arc circulaire par ses coordonnées rectangulaires dans le repère (T, x, y) ou bien (T', x', y') (voir fig. 9.57). Dans ce repère, pour tout point P , on a :

$$\begin{aligned} x_P &= c \cdot \cos(\delta/2), \\ y_P &= -c \cdot \sin(\delta/2). \end{aligned}$$

En pratique, on peut se fixer une valeur de la corde c , on en déduit l'angle au centre δ pour chaque point P. On calcule l'abscisse x_p que l'on reporte sur l'alignement TS et l'ordonnée y_p que l'on reporte sur la perpendiculaire.

On peut aussi se fixer directement un angle au centre δ en découpant l'arc de cercle en un nombre entier n d'intervalles de sorte que $\delta = \alpha / n$, puis en déduire les coordonnées ci-après :

$$\begin{aligned} c &= 2.R.\sin(\delta/2); \\ x_p &= 2.R.\sin(\delta/2).\cos(\delta/2); \\ y_p &= -2.R.\sin^2(\delta/2). \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned} x_p &= R.\sin \delta \\ y_p &= -R.(1-\cos \delta) \end{aligned}$$

Remarque : dans le repère (T',x',y') , les formules sont identiques mais les ordonnées y_p deviennent positives.

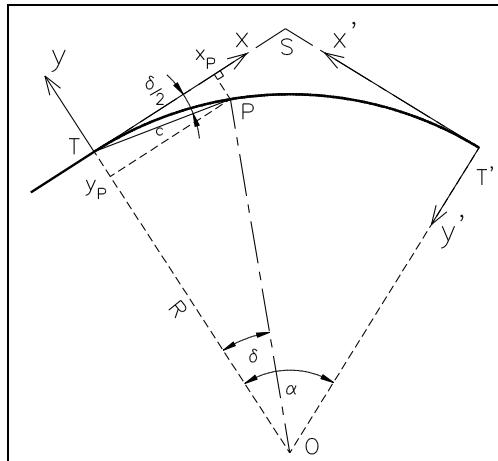


Fig. 9.57. Abscisse et ordonnée sur la tangente

Exemple de piquetage

Cet exemple est basé sur les valeurs numériques de l'exemple du paragraphe 5.4.2.1.

Points	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅ (axe)
δ (gon)	8,000	16,000	24,000	32,000	40,000
x_p (m)	21,93	43,52	64,42	84,31	102,86
y_p (m)	-1,38	-5,50	-12,29	-21,65	-33,42

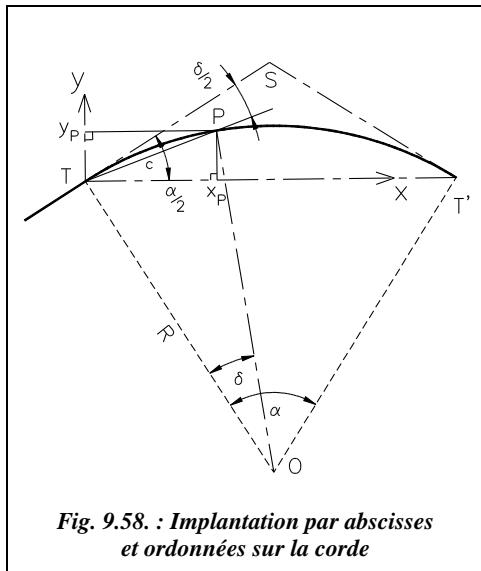
Pratiquement, de manière à limiter les portées sur le terrain, les cinq premiers points sont implantés depuis le point T et les quatre derniers depuis le point T' (les coordonnées des quatre derniers points sont identiques à celles des quatre premiers mais avec des ordonnées y_p positif). Le point P₅ est contrôlé depuis le point T'.

L'inconvénient par rapport à la méthode précédente est que le piquetage des points situés vers le centre du raccordement peut demander le report de grandes distances. Pour limiter ces distances, le piquetage est réalisé à partir des deux points de tangence T et T'. On obtient ainsi un contrôle par double implantation de certains points.



Sur AutoCAD LT, une fois le raccordement dessiné, les paramètres du piquetage peuvent être rapidement obtenus grâce à la commande *DIVISER* qui place des points sur un objet sélectionné, le divisant ainsi en un nombre donné d'intervalles. Les coordonnées d'un point P quelconque sont obtenues par changement de repère (commande *SCU*).

5.4.2.3 Abscisses et ordonnées sur la corde



On implante chaque point de l'arc circulaire par ses coordonnées rectangulaires dans le repère (T, x, y) (voir fig. 9.58). Dans ce repère, pour tout point P , on a :

$$x_P = c \cdot \cos(\alpha/2 - \delta/2); \\ y_P = c \cdot \sin(\alpha/2 - \delta/2).$$

Comme la corde c vérifie l'égalité $c = 2.R.\sin(\delta/2)$, on obtient :

$$\boxed{x_P = 2.R.\sin(\delta/2) \cdot \cos(\alpha/2 - \delta/2)} \\ \boxed{y_P = 2.R.\sin(\delta/2) \cdot \sin(\alpha/2 - \delta/2)}$$

Comme pour l'exemple du paragraphe précédent, on se fixe un angle δ en découvrant l'arc en n intervalles : $\delta = \alpha / n$.

On en déduit les coordonnées de chacun des $(n - 1)$ points P régulièrement répartis sur l'arc de cercle.

Cette méthode est intéressante dans le cas de l'implantation d'un bâtiment à façade en arc de cercle ; les données seraient les point T , T' et le rayon du raccordement ou bien T , T' et la flèche de l'arc de raccordement.

Exemple de piquetage

Toujours à partir des mêmes valeurs numériques données au paragraphe 5.4.2.1, et comme pour l'exemple précédent, le piquetage des cinq premiers points est réalisée depuis le point T et le piquetage des quatre derniers depuis le point T' , avec un contrôle du point d'axe P_5 .

Points	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5 (axe)
δ (gon)	8,000	16,000	24,000	32,000	40,000
x_P (m)	18,56	38,44	59,34	80,93	102,86
y_P (m)	11,78	21,13	27,92	32,04	33,42

5.4.2.4 Piquetage par cordes et flèches

Les flèches consécutives (fig. 9.59.) s'expriment comme suit :

$$f_1 = R.(1 - \cos(\alpha/2)); f_2 = R.(1 - \cos(\alpha/4)); f_3 = R.(1 - \cos(\alpha/8)); \text{etc.}$$

Pratiquement, on construit le milieu M_1 de la corde TT' puis on reporte sur la perpendiculaire la flèche f_1 pour obtenir le point P_1 . On construit ensuite M_2 , milieu de TP_1 et l'on reporte la flèche f_2 sur la perpendiculaire, d'où le point P_2 .

On construit ensuite M_3 , milieu de TP_2 et M'_3 , milieu de $P_2 P_1$ et l'on reporte la flèche f_3 .

Si la précision cherchée est de l'ordre de la dizaine de centimètres, il est possible de se contenter de calculer la première flèche f_1 ; les autres s'en déduisent en divisant par quatre chaque fois que l'angle au centre est divisé par deux.

Ceci est d'autant plus exact que l'angle α est faible. En effet, pour un angle α_{rad} proche de 0, on peut écrire que $\cos(\alpha_{\text{rad}}) \approx 1 - \alpha_{\text{rad}}^2 / 2$.

Donc $f_1 \approx R \cdot \alpha_{\text{rad}}^2 / 8$, $f_2 \approx R \cdot \alpha_{\text{rad}}^2 / 32$, $f_3 \approx R \cdot \alpha_{\text{rad}}^2 / 128$, etc.

Exemple

Avec les valeurs numériques de l'exemple du paragraphe 5.4.2.1, on obtient :
 $f_1 = 33,42$ m.

Le calcul exact donne : $f_2 = 8,57$ m $f_3 = 2,15$ m $f_4 = 0,54$ m ;

Le calcul approché donne : $f_2 = 8,36$ m $f_3 = 2,09$ m $f_4 = 0,52$ m.

L'erreur la plus importante est commise au passage de f_1 à f_2 , mais ces erreurs se cumulent de point en point. Pour un rayon de raccordement inférieur à 100 m, l'écart entre f_1 et f_2 est réduit à 12 cm et à 3 cm si l'angle au centre α ne dépasse pas 30 gon.

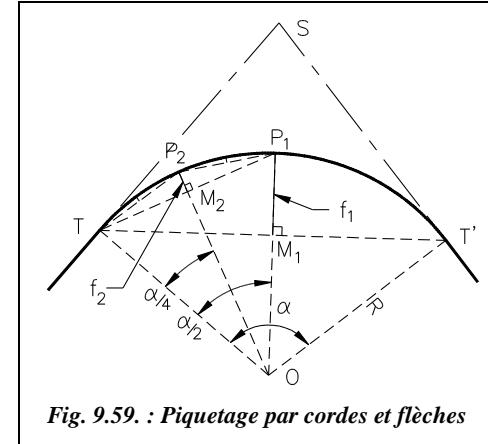


Fig. 9.59. : Piquetage par cordes et flèches

5.4.3 **Implantations au théodolite**

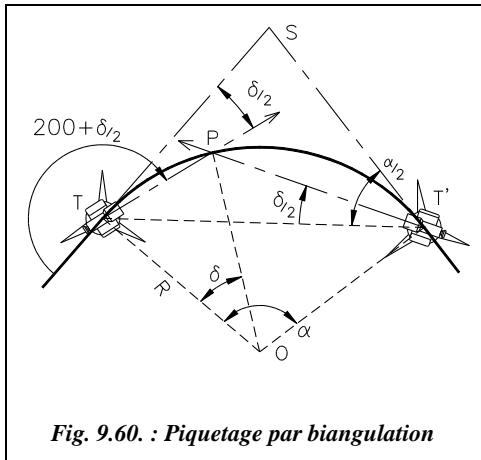
Les méthodes décrites ci-après sont adaptées au théodolite mécanique ou électronique (avec ou sans IMEL).

5.4.3.1 **Piquetage par intersection (biangulation)**

Cette méthode est très précise, surtout sur de longues portées. Elle est utilisable en terrain accidenté et en présence d'obstacles mais nécessite deux théodolites (fig. 9.60.).

Le théodolite stationné au point T' , l'opérateur positionne le zéro du limbe sur l'alignement TT' et ouvre d'un angle $\delta / 2$.

L'opérateur stationne le théodolite au point T, positionne le zéro du limbe sur l'alignement ST et ouvre d'un angle $(200 + \delta/2)$.



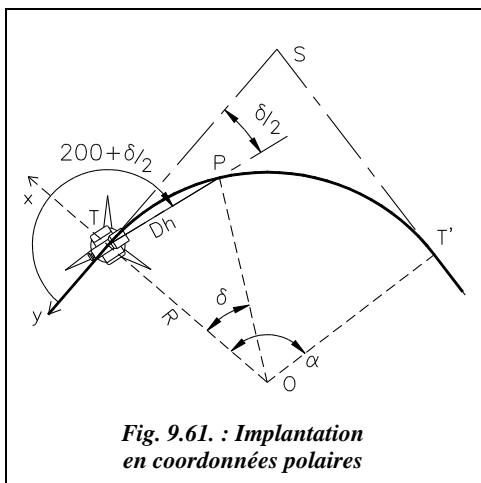
L'intersection des deux visées (voir la construction au paragraphe 2.3) donne un point P de l'arc de cercle.

Pratiquement, on incrémente l'angle $\delta/2$ d'une valeur convenue au départ entre les opérateurs.

Par exemple, l'angle au centre α est de 80 gon, le rayon de raccordement de 175 m et l'on veut implanter un point tous les 10 m sur l'arc de cercle : la longueur totale de l'arc est $175 \cdot 80 \cdot \pi / 200 = 219,91$ m. Un arc de longueur 10 m correspond à un angle au centre tel que $\frac{10}{\delta} = \frac{219,91}{80}$ soit $\delta = 3,638$ gon. Les

opérateurs utilisent cet angle pour implanter 20 points de l'arc de cercle.

5.4.3.2 *Implantation en coordonnées polaires*



L'implantation en coordonnées polaires est une méthode précise puisqu'il n'y a pas de cumul d'erreurs d'un point sur l'autre. L'utilisation d'un IMEL est recommandée pour avoir accès à la distance horizontale, surtout pour des portées de plus de 100 m. Un seul théodolite est nécessaire et une seule station, par exemple en T (fig. 9.61.). Pour diminuer les portées, on peut aussi effectuer deux stations au points T et T' et planter chaque fois un demi-arc de cercle.

Dans le repère (T,x,y), les coordonnées polaires topographiques d'un point P de l'arc de cercle sont : $P(Dh_{TP}; G = 200 + \delta/2)$;

Pratiquement, on divise l'angle au centre α en n parties d'angles au centre $\delta = \alpha/n$. On en déduit : $Dh = 2.R.\sin(\delta/2)$, $G = 200 + \delta/2$.

Le théodolite est stationné au point T, le zéro du limbe est sur l'alignement ST (fig. 9.61.).

Exemple de piquetage

Toujours à partir des mêmes valeurs numériques (§ 5.4.2.1). La deuxième partie de l'arc est implantée depuis le point T' ; le point P5 sert de contrôle.

Points	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅ (axe)
δ (gon)	8,000	16,000	24,000	32,000	40,000
D _h (m)	21,98	43,87	65,58	87,04	108,16
G (gon)	204,000	208,000	212,000	216,000	220,000

Attention ! pour des distances supérieures à 200 m, il faut veiller à transformer les distances calculées à partir des coordonnées en distances horizontales sur le terrain (opération inverse de la réduction de distances ; voir chap. 4, § 7.2).

5.4.3.3 Implantation de proche en proche

Cette méthode permet de piquer en zone très encombrée, en tunnel, en zone boisée, etc. Elle consiste à s'appuyer sur le point implanté précédemment en coordonnées polaires pour progresser vers le point suivant (fig. 9.62.).

La précision de chaque point doit alors être soignée puisque les erreurs se cumulent.

On divise l'arc de cercle à planter en un nombre entier d'arcs d'angles au centre $\delta = \alpha / n$. Cette division doit s'effectuer de telle sorte que la corde interceptée par l'arc d'angle au centre δ reste dans la zone dégagée.

Le premier point P₁ est implanté en coordonnées polaires topographiques (§ 5.4.3.2) depuis une station au point T, zéro du cercle horizontal du théodolite sur l'alignement ST, ouverture de l'angle ($200 + \delta/2$) et report de la distance $2.R.\sin(\delta/2)$.

Le théodolite est ensuite stationné au point P₁, le zéro du cercle est placé sur le point T visible depuis P₁ et P₂ est implanté à la distance $2.R.\sin(\delta/2)$ de P₁, en ouvrant cette fois d'un angle ($200 + \delta$). Ainsi de suite...

Exemple d'implantation

Dans un tunnel de 10 m de diamètre intérieur, on désire piquer l'axe de la chaussée et positionner les bordures. L'axe en plan est un arc de cercle de rayon $R = 300$ m ; l'angle entre les alignements raccordés est de $\gamma = 115,87$ gon donc $\alpha = 84,135$ gon. En

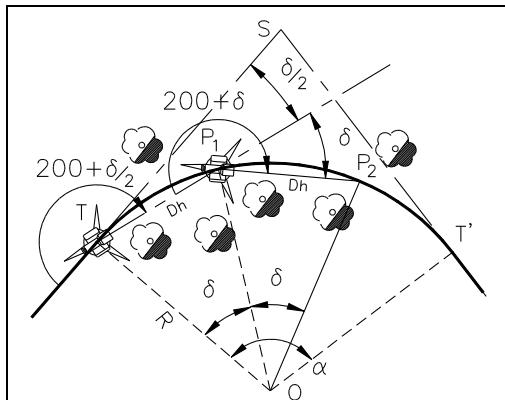


Fig. 9.62. : Implantation de proche en proche

raison d'un problème de visibilité, la corde maximale que l'on peut tracer dans ce tunnel est telle que sa flèche f soit limitée à la valeur $f = 5\text{m}$.

Comme $f = R.(1 - \cos(\delta/2))$, ceci donne un angle au centre maximal $\delta = 23,278$ gon. On peut donc choisir un découpage en quatre (ou plus) arcs de cercle d'angle au centre $\delta = 84,135 / 4 = 21,034$ gon. Les valeurs d'implantation des points d'axe sont :

- point P_1 : $Dh = 98,67$ m et $G = 210,517$ gon ;
- point P_2 : $Dh = 98,67$ m et $G = 221,034$ gon ;
- point P_3 : $Dh = 98,67$ m et $G = 221,034$ gon.

Le contrôle s'effectue par fermeture sur T' depuis P_3 : $Dh = 98,67$ m et $G = 221,034$ gon.

5.4.3.4 *implantation en coordonnées rectangulaires*

C'est la méthode la plus utilisée du fait de l'utilisation des stations totales avec IMEL.

Tous les points de l'arc sont calculés puis implantés en coordonnées (x,y) dans un repère général ou local associé à la courbe en s'appuyant sur les points de la polygonale couvrant l'étendue du chantier (souvent la même polygonale que celle ayant servi au levé nécessaire à l'étude du projet).

Un moyen très simple d'obtenir le carnet de piquetage est de dessiner le raccordement sur système informatique et de relever les coordonnées des points dans un repère choisi en fonction des points existants sur le terrain (voir § 5.5).

5.5 Contrôle des implantations

Comme pour toutes les implantations, le contrôle le plus fiable y est celui d'une dimension ou d'un angle non implanté directement, c'est-à-dire à calculer pour les besoins du contrôle.

Si le centre O du cercle de raccordement est accessible, le plus simple est de vérifier que tout point de l'arc de cercle est à égale distance R du centre. Cependant, O est rarement accessible.

De même, si le sommet S est accessible, on calcule la distance de chaque point implanté au point S et on la contrôle.

Si la corde entre deux points consécutifs n'est pas directement utilisée dans l'implantation, on peut la contrôler.

On peut enfin planter à partir du point T et n'utiliser le point T' que comme contrôle.



Exemple de piquetage préparé par construction graphique

Dans cet exemple, on choisit d'implanter le raccordement par abscisse et ordonnée sur la tangente, ce qui revient à une implantation en coordonnées cartésiennes dans le repère (T, TS, TO) puis de contrôler l'implantation par la distance de chaque point au sommet S accessible

Les données du problème sont les suivantes : rayon de raccordement 480 m, angle entre les alignements 153,224 gon. Implantez 10 points également répartis sur l'arc de cercle et prévoyez un contrôle (fig. 9.63.).

L'environnement de travail est celui décrit au paragraphe 2.5.

Dessin des alignements : *LIGNE* ↴ d'un point quelconque au point @0,-300 ↴ au point @300<153.224 ↴

Dessin du raccordement : *Cercle* ↴ *TTR* ↴, première et deuxième zones de tangence sur les alignements, rayon 480 ↴

AJUSTER ↴, seuil : les alignements, objet à ajuster : le cercle.

Distance d'implantation de S : *DISTANCE* ↴ de *INTERSECTION* de... à *EXTREMITE* de... ST = 184.73 m. *DIVISER* ↴ l'arc de cercle en 10 tronçons.

Première partie de l'implantation : depuis le point T.

SCU ↴ 3points ↴, origine T, axe des x sur S, axe des y sur O.

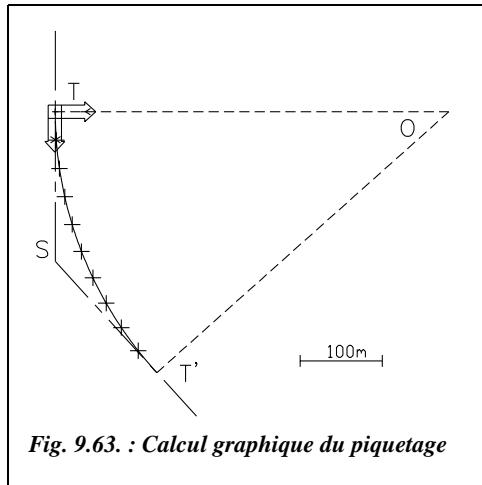
Coordonnées des cinq premiers points : *ID* ↴ (identité point) avec l'accrochage permanent nodal (menu *OPTIONS / ACCROCHAGE AUX OBJETS* ou commande *DDOS-NAP* ↴).

Tableau d'implantation

Ci-dessous les coordonnées des neuf points à planter.

Point	P ₁ , P ₉	P ₂ , P ₈	P ₃ , P ₇	P ₄ , P ₆	P ₅
x (m)	35,24	70,28	104,95	139,05	172,40
y (m)	1,30	5,17	11,61	20,58	32,03

Les coordonnées des points P₆ à P₉ implantés depuis le point T' sont identiques au signe près en ordonnées (symétrie). Le point P₅ peut être contrôlé depuis la station au point T'.



Pour le contrôle, il faut connaître les distances de chaque point (P_1 à P_5) au sommet S. On peut au choix tracer les lignes SPi et utiliser la commande *LISTE* ou mesurer chaque distance avec la commande *DISTANCE*, en accrochage permanent extrémité et intersection.

Le tableau ci-dessous donne les distances à contrôler.

Point	P_1, P_9	P_2, P_8	P_3, P_7	P_4, P_6	P_5
D_{SPi}	149,50	114,56	80,62	50,10	34,32

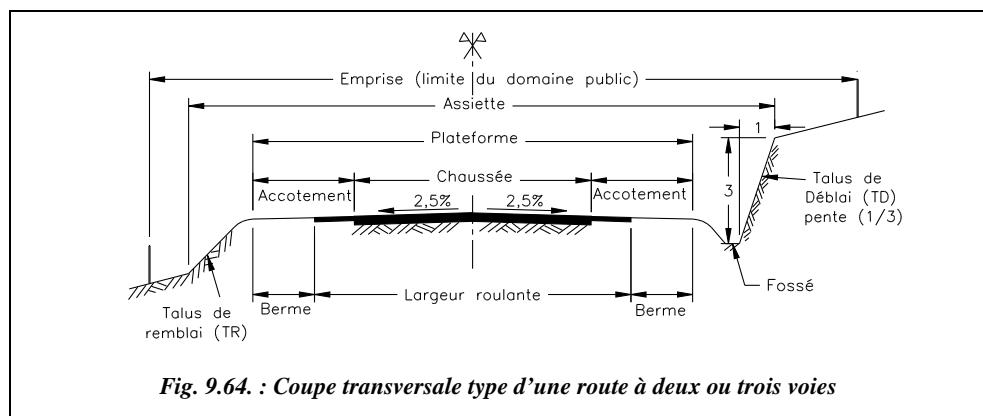
6 RACCORDEMENTS ROUTIERS

Ce paragraphe développe les techniques d'implantation et les aspects réglementaires spécifiques aux raccordements routiers.

6.1 Caractéristiques générales des raccordements routiers

Pour effectuer une implantation d'axe routier, il faut choisir un tracé en fonction de la topographie du terrain et du type de route étudiée selon des critères de visibilité, de distance de freinage, de vitesse de parcours, de déclivité maximale, etc.

6.1.1 Terminologie routière



La convention de notation des pentes de talus est la suivante : une pente de 1/3 signifie 1 m en horizontal pour 3 m en vertical.

6.1.2 Paramètres fondamentaux des projets routiers

Les tableaux suivants¹ sont indicatifs et destinés à obtenir des ordres de grandeur dans la recherche d'exemples concrets.

Les routes sont classées en trois catégories (R, T et L) et sept sous-catégories (R 60, R 80, T 80, T 100, L 80, L 100, L 120) qui caractérisent les conditions de site, relief et occupation du sol ainsi que la fréquence et l'importance des points particuliers.

6.1.2.1 Différentes catégories

Les tableaux ci-après donnent les caractéristiques des différentes catégories de routes.

Description	Routes multifonctionnelles (routes et artères inter urbaines)		Transit (routes express à une chaussée).		Liaison (autoroutes).		
Catégorie	R 60	R 80	T 80	T 100	L 80	L 100	L 120
Cas d'emploi	Relief vallonné	Relief peu vallonné	Relief vallonné	Relief peu vallonné	Sites difficiles	Alternati-ve à L 120.	*
Nb. de chaussées	1	2	1	1	2	2	2
Nb. de voies	1 ou 2	2 ou 3	2 ou 3	2 ou 3	2	2 à 3	2 à 3
Vitesse de référence (km/h)	90 (ou 110)		90		130, 110 ou moins	110 à 130	

* La catégorie L 120 est réservée aux travaux complémentaires sur les tronçons d'autoroute initialement conçus pour une vitesse de référence de 140 km/h.

Description	Voies rapides urbaines à caractère routier		Autres voies rapides urbaines	
Catégorie	A80	A100	U60	U80
Cas d'emploi	Relief vallonné	Peu vallonné	Relief vallonné	Peu vallonné
Nb. de chaussées	2	2	2	2
Nb. de voies	2	2	2	2
Vitesse de référence	90 km/h		70 km/h	

¹ Voir les documents du SETRA et du CETUR (ministère des transports).

6.1.2.2 Paramètres cinématiques

Le tableau ci-après donne les principaux paramètres liés à la vitesse des véhicules.

Vitesse du véhicule (km/h)	40	60	80	100	110
Distance de freinage (m)	15	35	60	105	135
Distance d'arrêt (droite) en m	40	70	105	160	190
Distance d'arrêt (courbe) en m	40	72	121	187	230
Distance de visibilité au sol (15cm) : R_v (m)	500	1 500	3 000	6 000	9 000
Distance de visibilité au sol (1m) : R_v (m)	200	600	1 400	3 200	4 500

R_v : rayon assurant une distance minimale de visibilité d'un obstacle de hauteur 15 cm ou 1 m placé sur la chaussée.

6.1.2.3 Tracé en plan

Les paramètres fondamentaux sont les rayons et les dévers de la chaussée. Les tableaux ci-après permettent de les déterminer en fonction du type de voie.

Catégorie	R 60	R 80	T 80	T 100	L 80	L 100	L 120
Rayon minimal d'un virage circulaire :							
R_m (m) =	120	240	240	425	240	425	665
Rayon au niveau du dévers minimal :							
R_{dm} (m) =	450	650	650	900	650	900	1500
Rayon minimal non déversé : rayon en dessus duquel le déversement n'est pas nécessaire.							
R_{nd} (m) =	600	900	900	1300	900	1300	1800
Rayon au niveau du dévers maximal vers l'intérieur du virage :							
$R = R_m$	7 %	7 %	7 %	7 %	7 %	7 %	7 %
Dévers fonction de R vers l'intérieur du virage lorsque R est compris entre R_m et R_{dm} :							
$R_m < R < R_{dm}$	$0,9 + \frac{736}{R}$	$\frac{1712}{R} - 0,1$	$\frac{1712}{R} - 0,1$	$\frac{3624}{R} - 1,5$	Interpolation linéaire (fonction de $1/R$) entre 7 % pour R_m et 2,5 % pour R_{dm}		
Dévers minimal vers l'intérieur du virage lorsque R est compris entre R_{dm} et R_{nd}:							
$R_{dm} < R < R_{nd}$	2,5 %	2,5 %	2,5 %	2,5 %	2,5 %	2,5 %	2,5 %
Dévers minimal lors de pentes de chaussée en forme de toit :							
$R > R_{nd}$	2,5 %	2,5 %	2,5 %	2,5 %	0 %	0 %	0 %

Le dévers minimal passe de 2,5 % pour les revêtements en béton bitumineux à 2 % pour les revêtements en béton de ciment.

Catégorie	A80	A100	U60	U80
Rayon minimal : R_m (m) =	240	425	120	240
Rayon au dévers minimal : R_{dm} (m) =	300	600	200	400
Rayon minimal non déversé : R_{nd} (m) =	400	800		
Dévers maximal ($R = R_m$)....			5 %	
Dévers fonction de R (m)....			Interpolation linéaire	
Dévers minimal ($R_m < R < R_{nd}$)...			2,5 %	
Dévers minimal ($R > R_{nd}$)...			2,5 %	

6.1.2.4 Profil en long

Les paramètres fondamentaux sont les rayons et les déclivités (pentes et rampes). Le tableau ci-après donne les rayons minimaux de raccordement en profil en long.

Catégorie	R		T		L			U		A	
	60	80	80	100	80	100	120	60	80	80	100
Rayon minimal lors d'un raccordement en angle saillant :											
R_{vm} (km) =	1,5	3,0	3,0	6,0	3,0	6,0	10,0	2,5	6,0	6,0	10,0
Rayon minimal lors d'un raccordement en angle rentrant :											
R'_{vm} (km) =	1,5	2,2	2,2	3,0	2,2	3,0	4,2	1,5	3,0	3,0	6,0
Déclivité maxi. (rampe)	7 %	6 %	6 %	5 %	6 %	5 %	4 %	6 %	6 %	6 %	5 %
Déclivité maxi. (pente)	7 %	6 %	6 %	5 %	6 %	6 %	5 %	7 %	7 %	7 %	7 %

6.1.2.5 Raccordements progressifs : clochoides

Les courbes de rayon R inférieur au rayon minimal non déversé (R_{nd}) nécessitent un raccordement progressif dont les paramètres sont donnés par le tableau ci-après.

Catégories R et T	Longueur L de raccordement	Rayon R raccordé
routes à 2 voies	$L = \inf(6 \cdot R^{0.4}; 67 \text{ m})$	$R \geq \inf(R_{nd}; 39 / \theta^{1.67}; 100 / \theta)$
routes à 3 voies	$L = \inf(9 \cdot R^{0.4}; 100 \text{ m})$	$R \geq \inf(R_{nd}; 76,5 / \theta^{1.67}; 150 / \theta)$
routes à 2 x 2 voies (R)	$L = \inf(12 \cdot R^{0.4}; 133 \text{ m})$	$R \geq \inf(R_{nd}; 123,5 / \theta^{1.67}; 200 / \theta)$

Les valeurs données dans le tableau précédent tiennent compte des impératifs de confort visuel, de non-gauchissement de la chaussée lors de l'introduction progressive du dévers, de raccordement évitant la configuration courbe à sommet dans laquelle la longueur de raccordement est trop importante par rapport à celle de l'arc raccordé.

θ représente l'angle de déviation total correspondant à l'ensemble du virage (fig. 9.66.). θ est exprimé en radians, L et R en mètres.

Catégorie L, U et A	Longueur de raccordement	$L = \sup(14 \cdot p_M - p_m ; R / 9)$
---------------------	--------------------------	---

p_M est la pente transversale (dévers) maximale dans la partie circulaire du virage.

p_m est la pente transversale (dévers) initiale, en alignement droit.

Ces pentes sont prises avec leur signe défini suivant les schémas de la figure 9.65., en considérant que l'observateur parcourt le raccordement soit en tournant dans le sens horaire pour une route à double sens, soit dans le sens de la voie pour une route à deux chaussées en sens unique.

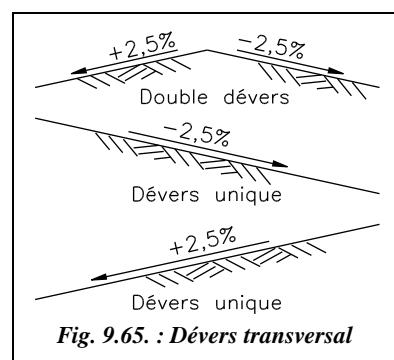


Fig. 9.65. : Dévers transversal

6.2 Raccordements progressifs

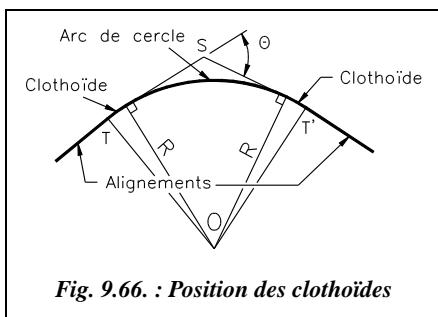


Fig. 9.66. : Position des clohoïdes

manœuvre brutale et instantanée d'adaptation de sa trajectoire sur une distance nulle ; sa seule marge de manœuvre est due à la largeur de la chaussée.

Pour réaliser la transition en douceur du rayon infini au rayon fini de l'arc de cercle, on intercale entre l'alignement droit et l'arc de cercle (fig. 9.66.) un raccordement progressif, généralement une **clohoïde**. La même transition se retrouve en fin de virage pour revenir à l'alignement suivant. Le raccordement progressif permet aussi de passer graduellement du dévers de chaussée en alignement droit au dévers de chaussée en arc de cercle (voir § 6.2.10). Il existe plusieurs types de raccordements progressifs, nous étudions seulement le cas de la clohoïde ou spirale de Cornu.

6.2.1 Propriétés de la clohoïde

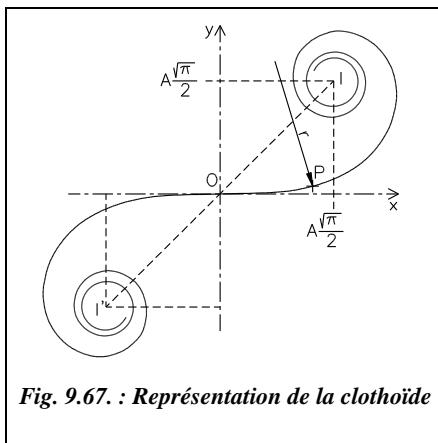


Fig. 9.67. : Représentation de la clohoïde

Le rayon de courbure d'une clohoïde (fig. 9.67.) varie progressivement d'une valeur infinie en O, point de tangence avec l'alignement Ox, à une valeur finie, r , en un point donné P de la courbe. Un véhicule qui parcourt cette courbe voit donc le rayon de braquage de ses roues diminuer progressivement en passant par toutes les valeurs comprises entre l'infini et r .

L'équation caractéristique est donnée au paragraphe 6.2.2.

La clohoïde tourne indéfiniment autour de deux points asymptotiques I et I' (fig. 9.67.).

Les coordonnées de I sont : $\left(\frac{A\sqrt{\pi}}{2}, \frac{A\sqrt{\pi}}{2}\right)$.

A est appelé paramètre de la clohoïde.

Dans la pratique, on n'utilise que la partie de la courbe qui est proche de l'origine. La clochoïde est symétrique par rapport à l'origine O.

Les clochoïdes sont homothétiques entre elles. Le centre d'homothétie est le point O. Cette propriété permet l'établissement d'abaques de calcul dans lesquels on tabule la clochoïde unité, de paramètre $A=1$. On en déduit ensuite les caractéristiques d'une clochoïde quelconque de paramètre A en multipliant les valeurs trouvées pour la clochoïde unité par la valeur A (par exemple, tables de Krenz et Osterloh, 1956). La généralisation des calculatrices programmables et des micro-ordinateurs rend ces tables désuètes.

6.2.2 Équation paramétrique d'une clochoïde

Pour établir cette équation, on étudie un véhicule se trouvant à un instant t dans un raccordement de rayon variable. À cet endroit le rayon de courbure vaut r .

Ce véhicule de masse m se déplace à la vitesse tangentielle v sur une chaussée dont le dévers introduit une surélévation des roues notée p (fig. 9.68.).

Les actions en présence, en négligeant le frottement, sont :

la force centrifuge : $F = m \cdot v^2 / r$;

le poids: $P = m \cdot g$ ($g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$).

On peut écrire :

$$\tan \gamma = F / P = v^2 / (r \cdot g)$$

$$\text{et } \sin \gamma = p / e$$

Le dévers étant faible (moins de 7 %) : $\tan \gamma \approx \sin \gamma$ d'où $p = (e \cdot v^2) / (r \cdot g)$.

On suppose la vitesse du véhicule constante sur le raccordement, comme e et g sont aussi des constantes, on obtient : $p = k / r$.

Si de plus l'on suppose que la surélévation due au dévers p varie de manière linéaire le long du raccordement, on peut écrire : $p = k' \cdot s$, k' étant une constante et s l'abscisse curviligne le long du raccordement.

Finalement, on arrive à l'équation suivante : $r \cdot s = \text{Constante}$.

Donc le produit du rayon de courbure r en un point M donné de la courbe par l'abscisse curviligne s en ce point est constant (fig. 9.69.).

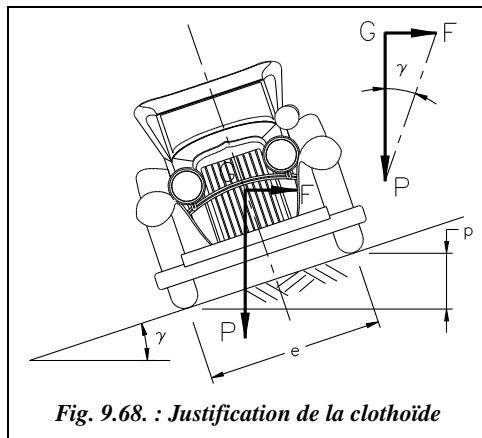


Fig. 9.68. : Justification de la clochoïde

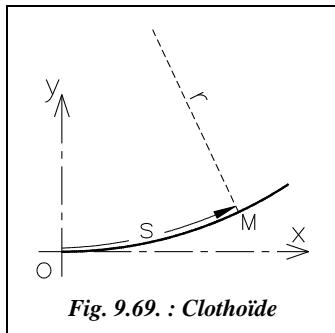


Fig. 9.69. : Clothoïde

La courbe qui vérifie cette équation permet donc d'assurer à tout instant l'équilibre du véhicule le long du raccordement, le dévers étant aussi introduit de manière progressive. L'équation de la clohoïde est présentée sous la forme suivante :

$$s \cdot r = A^2$$

A est une constante appelée paramètre de la clohoïde ; notez que ce paramètre est homogène à une longueur.

La clohoïde unité est la spirale d'équation : $s \cdot r = 1$

6.2.3 Coordonnées d'un point d'une clohoïde

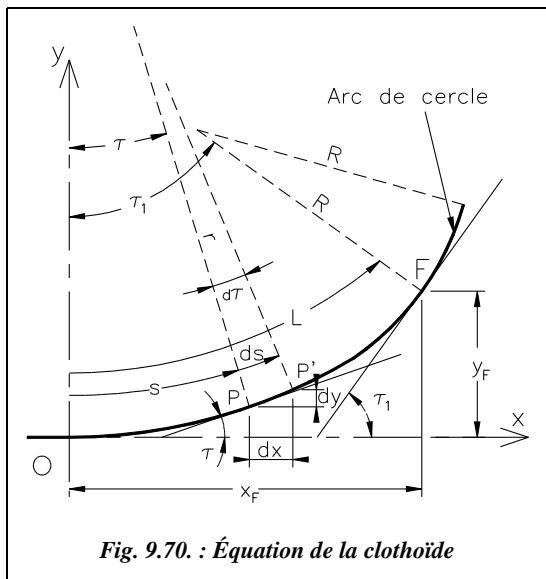


Fig. 9.70. : Équation de la clohoïde

Il est plus utile de connaître un point de la clohoïde en coordonnées (x, y), surtout pour un traitement par informatique.

La partie de la clohoïde réellement utilisée dans les raccordements étant limitée au tout début de la spirale, proche de l'origine O, on procède par développement limité.

Considérons une clohoïde de paramètre A (fig. 9.70.) raccordant un alignement Ox à un cercle de rayon R . La clohoïde commence au point O et se termine au point F. En F le rayon vaut R et l'abscisse curviligne depuis O est $s_{OF} = L$; L est la longueur du raccordement progressif.

En un point P quelconque de cette spirale, l'angle entre la tangente à la spirale et l'alignement Ox vaut τ ; le rayon vaut r et l'abscisse curviligne s .

En un point P' infiniment voisin du point P, on est à la distance $(r + dr)$, $(s + ds)$ et $(\tau + d\tau)$. Au point F, on a $A^2 = R \cdot L$. Au point P, on a $A^2 = r \cdot s$.

On peut écrire entre les points P et P', en négligeant les termes du second ordre, que $r \cdot d\tau = ds$, $d\tau$ en radian. On obtient l'équation différentielle de la clohoïde : $s \cdot ds = A^2 \cdot d\tau$.

En intégrant cette équation entre O et P, on obtient : $\tau = \int \frac{s}{A^2} \cdot ds = \frac{s^2}{2A^2} + K$

Au point de départ O, $s = 0$ et $\tau = 0$ d'où $K = 0$. Donc :
$$\tau_{\text{radian}} = \frac{s^2}{2A^2} = \frac{s^2}{2RL}$$

Toujours entre P et P', on a : $dx = ds \cdot \cos \tau = \cos\left(\frac{s^2}{2A^2}\right) \cdot ds$ d'où $x = \int \cos\left(\frac{s^2}{2A^2}\right) \cdot ds$,

$$dy = ds \cdot \sin \tau = \sin\left(\frac{s^2}{2A^2}\right) \cdot ds \quad \text{d'où } y = \int \sin\left(\frac{s^2}{2A^2}\right) \cdot ds.$$

Le terme $s^2 / 2A^2$ étant proche de zéro au voisinage du point O, on utilise le développement limité des fonctions sinus et cosinus pour obtenir les coordonnées (x_p, y_p) ci-contre d'un point P quelconque de la clohoïde à l'abscisse curviligne s du point de départ O dans (O,x,y). Les coordonnées (x_p, y_p) sont positives, lorsque la clohoïde est à gauche (fig. 9.70.). Pour une clohoïde à droite, l'ordonnée y_p devient négative.

$$\boxed{x_p = s - \frac{s^5}{40A^4} + \frac{s^9}{3456A^8} - \frac{s^{13}}{599\,040A^{12}} + \dots}$$

$$y_p = \frac{s^3}{6A^2} - \frac{s^7}{336A^6} + \frac{s^{11}}{42\,240A^{10}} - \frac{s^{15}}{9\,676\,800A^{14}} + \dots$$

En remplaçant l'abscisse curviligne s par $(\sqrt{2A^2 \cdot \tau})$, on obtient les coordonnées (x_p, y_p) d'un point P en fonction de l'angle τ en radians.

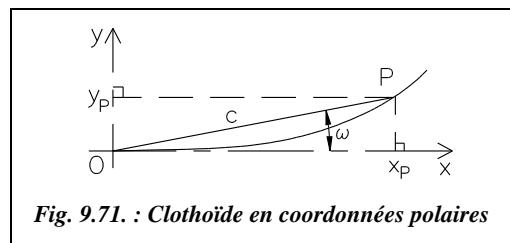
Si deux des trois paramètres (A , R ou L) sont fixés, il est possible de calculer les coordonnées d'un nombre quelconque de points de la clohoïde en vue de son piquetage.



Ces équations demandent des calculs importants et répétitifs. Le tableau CLOTHO.XLS fourni sur le cédérom permet d'effectuer ces calculs automatiquement ; de plus, il donne les tableaux de piquetage.

6.2.4 Coordonnées polaires d'un point d'une clohoïde

À partir des expressions de x_p et y_p vues au paragraphe 6.2.3, on peut obtenir les coordonnées polaires d'un point P, à savoir la corde c et l'angle polaire ω (fig. 9.71.) en fonction de l'abscisse curviligne s. Ces formules permettent de préparer un piquetage par coordonnées polaires :

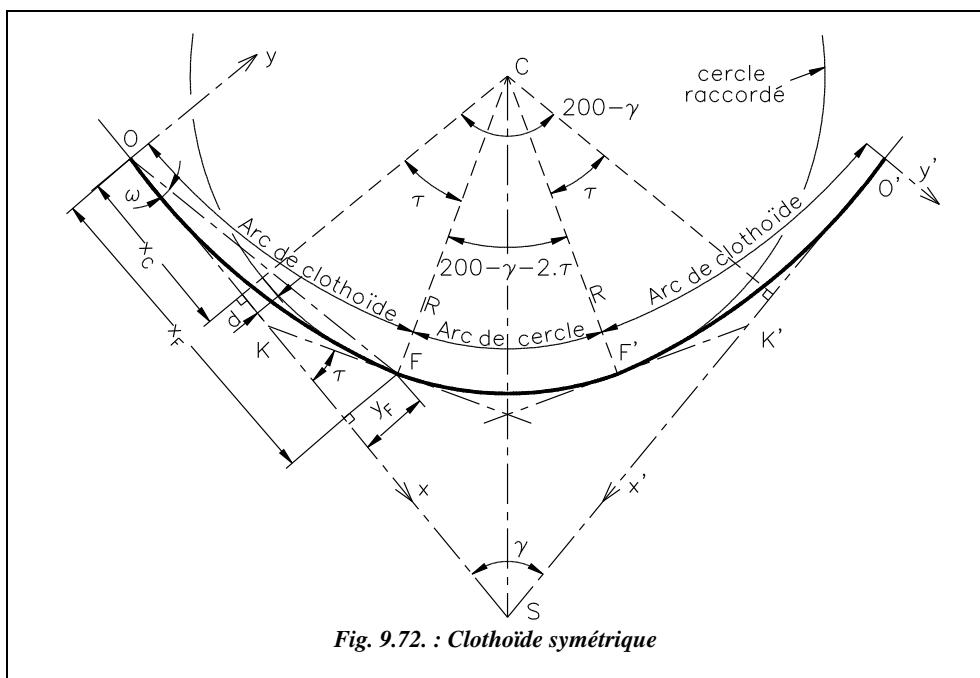


$$c = s - \frac{s^5}{90A^4} + \frac{s^9}{22\,680\,A^8} - \dots$$

$$\omega_{\text{radians}} = \frac{s^2}{6A^2} - \frac{s^6}{2\,835\,A^6} - \frac{s^{10}}{467\,775\,A^{10}} + \dots$$

6.2.5 Clothoïde symétrique

La figure 9.72. ci-dessous résume l'étude du cas de la clothoïde symétrique.



Paramètres généraux :	Coordonnées du centre C :
A : paramètre fixé	$x_C = x_F - R \cdot \sin \tau$
R : rayon raccordé donné	$y_C = d + R$
$L = \text{arc } OF = A^2 / R$	Abscisse du sommet S :
$\tau_F = L^2 / 2A^2$	$x_S = x_C + (R + d) \cdot \cot(\gamma/2)$
Dans le repère O, x, y :	Tangente longue :
x_F et y_F : voir § 6.2.3	$OK = x_F - y_F \cdot \cot \tau$
$\tan \omega = y_F / x_F$	Tangente courte :
d (ripage) : $d = y_F - R(1 - \cos \tau)$	$KF = y_F \cdot \cot \tau$

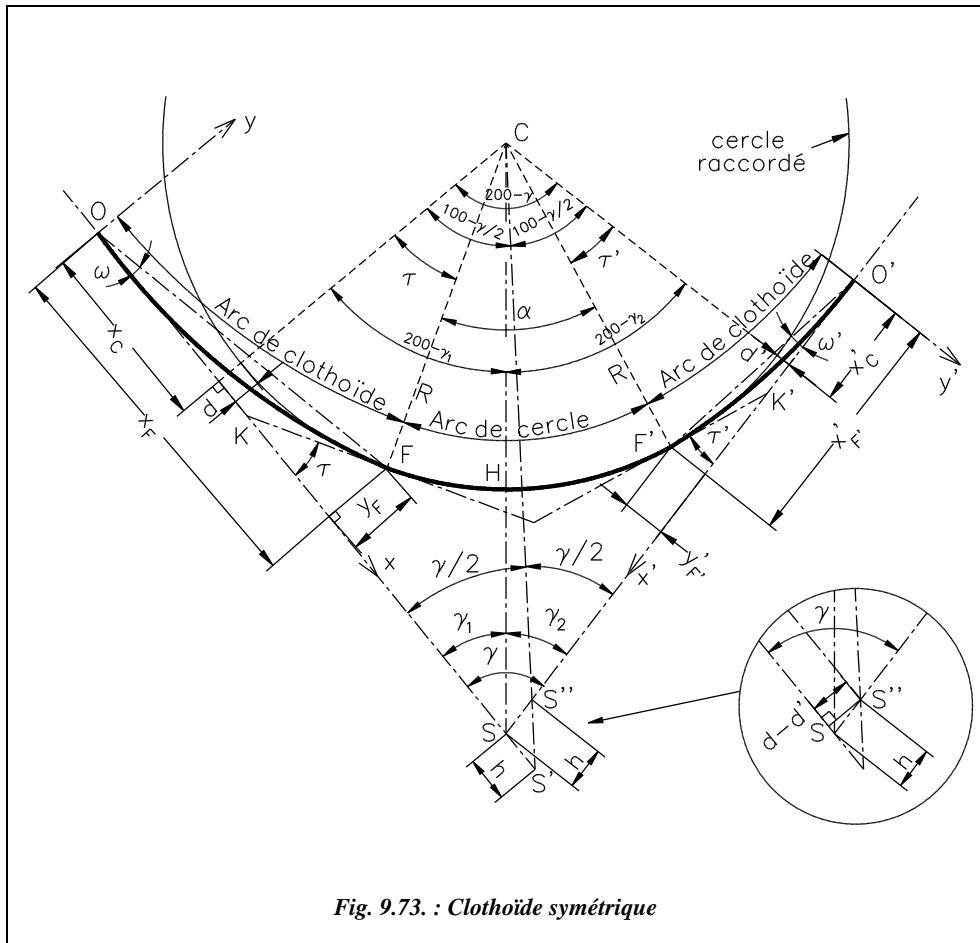
Sur la figure 9.72., on constate que si $200 - \gamma - 2\tau = 0$, l'arc de cercle n'existe plus. Pour que l'arc de cercle existe, il faut que $\tau_{\text{gon}} < 100 - \gamma/2$, ce qui implique que :

$$\tau_{\text{gon}} = \frac{200}{\pi} \cdot \frac{L^2}{2A^2} = \frac{200}{\pi} \cdot \frac{A^2}{2R^2} < 100 - \gamma/2, \text{ donc } A < \frac{R}{10} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2} \cdot (200 - \gamma_{\text{gon}})}.$$

Cette valeur maximale de A est appelée condition d'existence du raccordement circulaire. Il existe aussi une condition appelée condition de visibilité qui impose $A > R/3$ pour assurer un confort visuel suffisant à l'usager du raccordement.

6.2.6 Clothoïde dissymétrique

On définit pour chaque clothoïde (fig. 9.73.) les mêmes paramètres que précédemment (voir § 6.2.5) pour la forme symétrique.



Les paramètres des deux spirales étant A et A' , on en déduit L et L' puis τ et τ' , etc. en appliquant les mêmes formules. Le rayon R à raccorder et l'angle entre les alignements $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$ sont donnés. Les nouveaux paramètres que l'on doit calculer sont les suivants :

- angle au centre de l'arc de cercle : $\alpha = 200 - \gamma - \tau - \tau'$;
- abscisse du sommet S : $x_S = x_C + (R + d) \cdot \cotan(\gamma/2) - h$, avec $d - d' = h \cdot \sin \gamma$;
- dans le repère O',x',y': $x'_S = x'_C + (R + d') \cdot \cotan(\gamma/2) + h$;
- on en déduit : $\tan \gamma_1 = (R + d) / (x_S - x_C)$ et $\tan \gamma_2 = (R + d') / (x'_S - x'_C)$;
- distance du sommet S à l'arc de cercle : $SH = (R + d) / \sin \gamma_1 - R = (R + d') / \sin \gamma_2 - R$.

Dans ce cas, la condition d'existence du raccordement circulaire fait intervenir A et A' :

$$200 - \gamma - \tau - \tau' > 0 \text{ d'où } \frac{200}{\pi} \cdot \frac{A^2}{2R^2} + \frac{200}{\pi} \cdot \frac{A'^2}{2R^2} < 200 - \gamma$$

$$\text{donc : } A^2 + A'^2 < \frac{(200 - \gamma)\pi \cdot R^2}{100}.$$

$$\text{On peut aussi écrire : } 200 - \gamma \cdot \frac{200}{\pi} \cdot \frac{A'^2}{2R^2} > \frac{200}{\pi} \cdot \frac{A^2}{2R^2} > 0 \text{ donc } A'^2 < \frac{R}{10} \cdot \sqrt{\pi(200 - \gamma)}.$$

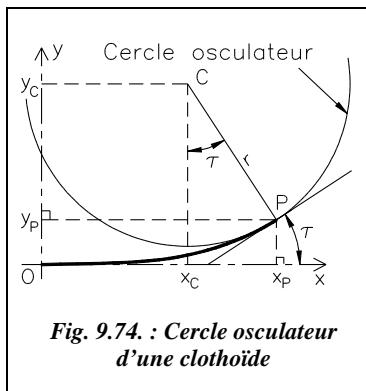
$$\text{De même, on obtient : } A^2 < \frac{R}{10} \cdot \sqrt{\pi(200 - \gamma)}.$$

Ce qui donne trois conditions à vérifier sur A et A' .

6.2.7 Raccordement entre deux arcs circulaires

Les moyens de calcul modernes autorisent de plus en plus l'utilisation de formules complexes. Ainsi, pour les tracés routiers, il devient courant de remplacer les alignements droits par des courbes de très grand rayon permettant de mieux s'adapter aux contraintes du terrain. Le cas d'un raccordement progressif entre deux arcs circulaires de même sens, courbe en ove, ou de sens contraire, courbe en S, se rencontre donc plus souvent.

6.2.7.1 Cercle osculateur d'une cloïdoïde



C'est le cercle de rayon r tangent en P à la cloïdoïde. Dans le repère (O, x, y) , les coordonnées du centre de ce cercle sont :

$$x_C = x_P - r \cdot \sin \tau,$$

$$y_C = y_P + r \cdot \cos \tau.$$

En utilisant les expressions développées de x_P et y_P (voir § 6.2.3), on obtient, en fonction de s_P abscisse curviligne de P :

$$x_C = s_P/2 - s_P^5/240.A^4 + s_P^9/34560.A^8 - \dots$$

$$y_C = A^2/s_P + s_P^3/24.A^2 - s_P^7/2688.A^6 + \dots$$

6.2.7.2 Distance entre les centres C et C'

La distance entre les centres C et C' (fig. 9.75.) est $CC' = \sqrt{(x_C - x_{C'})^2 + (y_C - y_{C'})^2}$.

En négligeant les termes du second ordre et en travaillant sur la clothoïde unité $A = 1$, on démontre, avec $t = s_C - s_{C'}$, que

$$CC'^2 = (r - r')^2 - 2rr' \frac{t^4}{24} \left[1 - \left(\frac{3}{14} + \frac{4\rho}{5} \right)^2 + \left(\frac{3}{110} + \frac{34\rho}{175} + \frac{12\rho^2}{35} \right) \cdot \left(\frac{t^4}{24} \right)^2 \right]$$

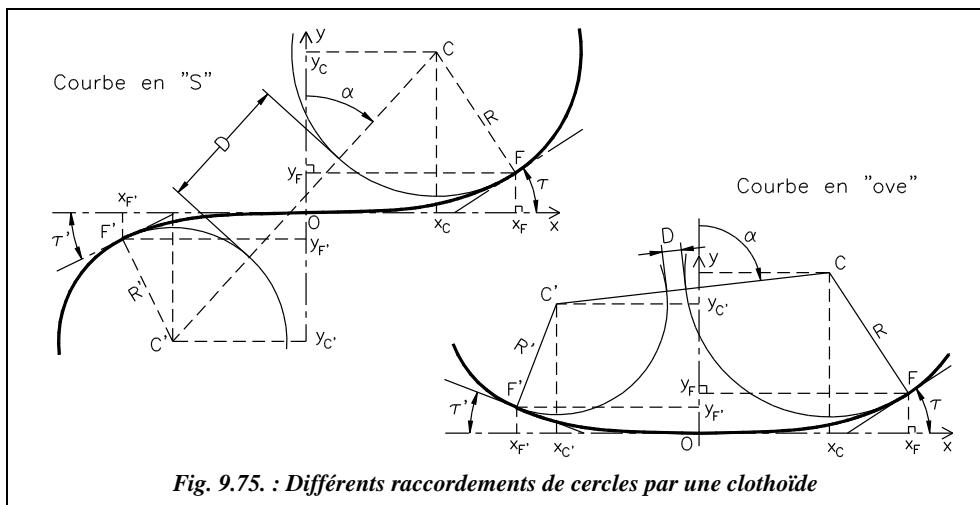
$\rho = \frac{rr'}{(r - r')^2}$, par convention on a $\rho > 0$ pour une courbe en ove et $\rho < 0$ pour une courbe en S. r et r' sont les rayons des cercles osculateurs en P et P' sur la clothoïde unité $r = R/A^2$ et $r' = R'/A^2$.

6.2.7.3 Calcul de la différence d'abscisses curvilignes t entre C et C'

Pour calculer t, différence d'abscisse curviligne $s_C - s_{C'}$, on fait intervenir la plus courte distance D entre les deux arcs de cercle ; on arrive à l'expression suivante de t :

$$\frac{t^4}{24} = \lambda + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{7} + \frac{\rho}{5} \right) \cdot \lambda^2 + \frac{1}{35} \left(\frac{174}{77} + \frac{97\rho}{10} + \frac{24\rho^2}{5} \right) \lambda^3$$

avec: $\lambda = \frac{D(R' - R)}{RR'}$ et $\rho = \frac{RR'}{(R - R')^2}$



Comme on peut le voir sur la figure 9.75., on a : $D = CC' - R - R'$ et $\rho > 0$.

Pour une courbe en S, on convient que R' est négatif ; par suite $D = CC' - R + R'$ et $\rho < 0$.

On connaît donc la différence d'abscisse curviligne $t = s_C - s_{C'}$ en fonction des données CC' , R' et R qui fixent les deux arcs de cercle à raccorder. Cela permet de déterminer le paramètre A de la clohoïde de raccordement.

En observant la figure 9.75., on remarque que si la clohoïde est unique, il est possible de la disposer de deux manières différentes symétriquement par rapport à la ligne des centres CC' ; il existe donc deux solutions d'implantation (voir fig. 9.81.).

6.2.7.4 Paramètre A et longueur L de la clohoïde de raccordement

Pour calculer A et L on utilise la différence d'abscisse curviligne t .

$$t = s_C - s_{C'} = \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} = \frac{r' - r}{rr'} = A \cdot \frac{R' - R}{RR'} \text{ d'où}$$

La longueur du raccordement devient :

$$\boxed{\begin{aligned} A &= t \cdot \frac{RR'}{R' - R} \\ L &= t \cdot A \end{aligned}}$$

Cette clohoïde est unique si l'on fixe la distance CC' , les rayons R et R' . A et L sont calculés à partir de t vu au paragraphe 6.2.7.3.

En faisant tendre R' vers l'infini, on peut obtenir les expressions valables pour le raccordement entre un alignement droit $R' = \infty$ et un cercle de rayon R : λ tend vers D/R , ρ tend vers 0, t tend vers A/R .

$$\text{Donc : } A^4 = 24 \left[DR^3 + \frac{3}{14} \cdot D^2 R^2 + \frac{174}{2695} \cdot D^3 R \right] \text{ et } L = A^2 / R.$$

En posant $D = R + d$, on obtient¹ une expression de A et L en fonction du ripage d .

6.2.8 Détermination et piquetage de la clohoïde

6.2.8.1 Raccordement entre un alignement et un arc de cercle

Les données sont généralement (fig. 9.76.) les alignements, donc le sommet S et l'angle γ , le rayon R de l'arc à raccorder et la longueur L de raccordement, qui sont fixés par le type de route (voir les tableaux du paragraphe 6.1.2). On en déduit le paramètre A et les paramètres de la clohoïde énumérés au paragraphe 6.2.5. On peut ensuite calculer les coordonnées (x_P, y_P) d'un point P quelconque dans le repère (O, x, y) ou P' dans (O', x', y') .

Implantation depuis O ou O'

Le plus simple est de prévoir une implantation en coordonnées rectangulaires données par les formules du paragraphe 6.2.3 ou en coordonnées polaires déduites des rectangulaires ou encore calculées par les formules du paragraphe 6.2.4. L'implantation se fait à

¹ Pour le détail de toutes les démonstrations, voir l'article « clohoïde unique de raccordement entre deux circonférences » paru dans le n° 16 de la revue XYZ.

partir de l'origine du raccordement O ou O' directement dans le repère (O,x,y) de calcul du raccordement.

Positionnez le point O sur l'alignement SO en chaînant depuis S la distance $SO = x_F - R \cdot \sin \tau + (R + d) \cdot \cotan(\gamma/2)$ (voir § 6.2.5); si le sommet S n'est pas accessible, on utilise la méthode vue au paragraphe 5.1, à savoir : station en O, référence sur l'alignement SO et implantation directe des points en coordonnées (x, y) ou (c, ω) .

Cela permet d'implanter des points régulièrement espacés sur l'arc de cloïdoïde en faisant varier l'abscisse curviligne s de manière linéaire, voir l'exemple du paragraphe 6.2.9.

On contrôle les distances entre points sur le terrain. Si l'on implante directement en coordonnées rectangulaires, on peut aussi contrôler les longueurs des cordes dont les valeurs sont déduites des coordonnées.

On peut planter en même temps l'arc de cercle ainsi : on calcule les coordonnées de plusieurs points de l'arc de cercle dans le repère (F, x'', y'') en vue d'une implantation par abscisses et ordonnées sur la tangente (§ 5.4.2.2), l'angle au centre α étant connu. On effectue sur ces points un changement de repère (voir tome 2, chap. 5, § 8.2) de (F, x'', y'') vers (O, x, y) par translation de vecteur FO et rotation d'angle $-\tau$ donné en conventions mathématiques (voir les exemples présentés au paragraphe 6.2.9). Certains points de l'arc de cercle peuvent être implantés depuis O et depuis O' pour un contrôle.

On pourrait de même planter le deuxième arc de cloïdoïde depuis la station en O : les coordonnées des points du deuxième arc sont transformées par translation de vecteur $O'O$ ($x_{O'} = x_S - x'_S \cdot \cos \gamma$; $y_{O'} = x'_S \cdot \sin \gamma$) suivie d'une rotation d'angle γ .

Cette dernière méthode est à éviter puisque l'homogénéité en précision n'est pas conservée pour les points les plus éloignés. De plus, il est rare que la visibilité permette une implantation en une seule station.

Implantation depuis un point quelconque P

Si pour des raisons de visibilité, on doit planter le raccordement depuis un point quelconque de l'arc de cloïdoïde, on positionne ce point P depuis une station en O ou O' et l'on calcule à nouveau les coordonnées des points à planter dans le repère (P, x'', y'') . Ceci s'effectue par changement de repère, translation de vecteur OP et rotation d'angle τ_P (fig. 9.77.).

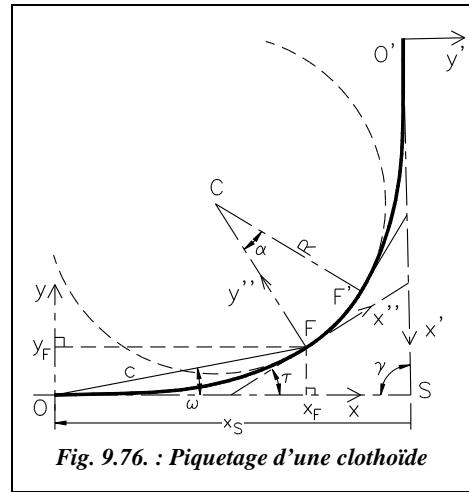


Fig. 9.76. : Piquetage d'une cloïdoïde

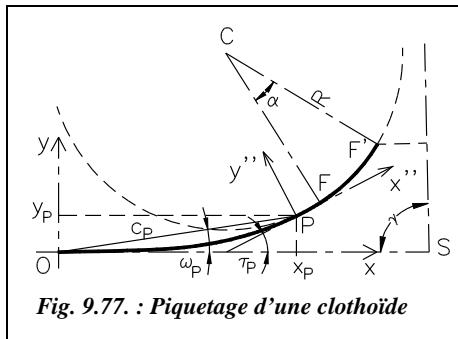


Fig. 9.77. : Piquetage d'une clochôïde

Sur le terrain, l'opérateur implante le point P depuis O, par exemple en coordonnées polaires (c_p ; ω_p). Ensuite il stationne sur P et positionne l'angle $300 + (\tau_p - \omega_p)$ sur le point O ; le zéro du limbe est alors sur l'axe Py'' . Cela permet d'effectuer par exemple une implantation depuis F ou F' , point plus central que O ou O' .

6.2.8.2 Raccordement entre deux cercles

On connaît la position des centres des cercles C et C' ainsi que les rayons R et R' (fig. 9.78.).

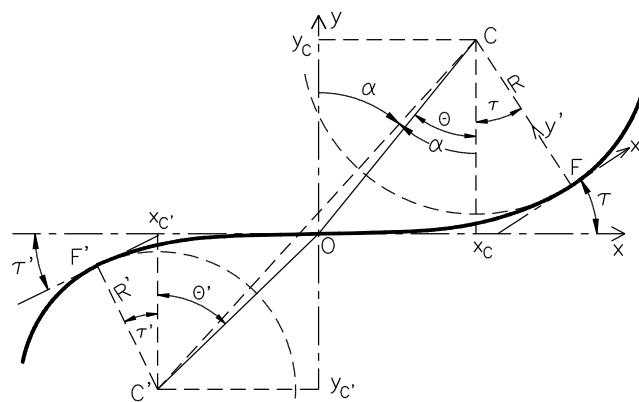


Fig. 9.78. : Piquetage d'une clochôïde raccordant deux cercles

On calcule t (§ 6.2.7), on en déduit A et L.

On détermine ensuite les coordonnées de tout point de la clochôïde (formules du paragraphe 6.2.2) dans le repère (O,x,y).

Le problème est que O, point d'inflexion, n'est pas connu. Il faut donc commencer par le positionner.

- **Implantation de O**

Il faut calculer les coordonnées des points F et F' dans le repère (O,x,y) (formules du paragraphe 6.2.2). Leurs abscisses curvilignes sont : $s_F = A^2 / R$ et $s_{F'} = A^2 / R'$.

On connaît l'angle des tangentes aux points F et F' par rapport à l'axe Ox : τ et τ' . On en déduit les coordonnées des centres C et C' en utilisant les formules du paragraphe 6.2.7.1.

On peut calculer les angles θ et θ' , soit : $\tan \theta = x_C / y_C$ et $\tan \theta' = x_{C'} / y_{C'}$.

On en déduit une implantation de l'origine O depuis le point C : station au point C puis ouverture de l'angle $400 - (\alpha - \theta)$ depuis une visée sur C' et implantation à la distance $OC = \sqrt{x_C^2 + y_C^2}$.

Le contrôle s'effectue depuis C' : l'angle ouvert en C' depuis C sur O doit être $(\theta' - \alpha)$ et la distance $OC' = \sqrt{x_{C'}^2 + y_{C'}^2}$.

- ***Implantation de la clohoïde depuis l'origine O***

On connaît les coordonnées cartésiennes ou polaires de tout point de la spirale dans le repère (O,x,y). On stationne donc O, on affiche l'angle θ sur C ou l'angle $200 + \theta'$ sur C' de manière à positionner le zéro du limbe sur l'axe Oy. On peut ensuite planter tout point de la clohoïde en coordonnées rectangulaires ou polaires dans le repère local (O,x,y). L'avantage de cette méthode est de disposer d'un point central.

- ***Implantation de la clohoïde depuis F (ou F') ou depuis un point quelconque P de la clohoïde***

On implante le point F depuis une station en C : pour cela, on ouvre d'un angle de $400 - \alpha + \tau$ depuis une visée sur le point C' et on positionne le point F à la distance R. En station sur F, on positionne le zéro du limbe sur le point C de manière à travailler dans le repère (F,x',y'). On implante ensuite chaque point de la clohoïde après avoir transformé les coordonnées calculées dans le repère (O,x,y) vers le repère (F,x',y') par translation de vecteur OF puis rotation d'un angle τ (voir les exemples exposés au paragraphe 6.2.9).

6.2.9 Applications

6.2.9.1 Raccordement entre deux alignements

Sur une route de type L80, il faut raccorder deux alignements faisant entre eux un angle de $\gamma = 157,3233$ gon par un cercle de rayon $R = 400$ m. Le dévers en alignement est de 2,5 %. Les tableaux du paragraphe 6.1.2.5 fixent la longueur minimale de raccordement comme suit : $L_{\min} = \sup(14 \cdot |p_M - p_m| ; R/9)$.

Le dévers maximal est de $7\% + (2,5\% - 7\%) \cdot (400 - 240) / (650 - 240) = 5,2\%$.

Donc $L_{\min} = \sup[400/9 = 44,44 \text{ m} ; 14 \cdot (5,2 - (-2,5)) = 107,8 \text{ m}] = 107,8 \text{ m}$.

Le paramètre de la clohoïde est donc $A \geq 207,65 \text{ m}$.

La condition d'existence est $A < 400 / 10 \cdot \sqrt{[(200 - \gamma) \cdot \pi / 2]} = 327,5 \text{ m}$.

La condition de visibilité est $A > R/3 = 133,33 \text{ m}$.

1 - On choisit un raccordement symétrique ce qui implique une valeur unique de A.

On choisit pour A la valeur 210 m, valeur entière pour simplifier les calculs. La longueur de raccordement est alors $L = 110,25$ m. Les tableaux suivants donnent les paramètres du raccordement progressif et du raccordement circulaire.

Autres paramètres de la cloïdoïde :

Paramètres	Valeur
τ (gon)	8,7734
x_F (m)	110,041
y_F (m)	5,058
Ripage d (m)	1,265
x_C (m)	55,090
y_C (m)	401,265
x_S (m)	194,861
Corde OF (m)	110,157
Angle ω_F gon	2,9240

Paramètres de l'arc raccordé :

Paramètres	Valeur
α (gon)	25,1299
Longueur (m)	157,896
Corde FF' (m)	156,872
Flèche (m)	7,766

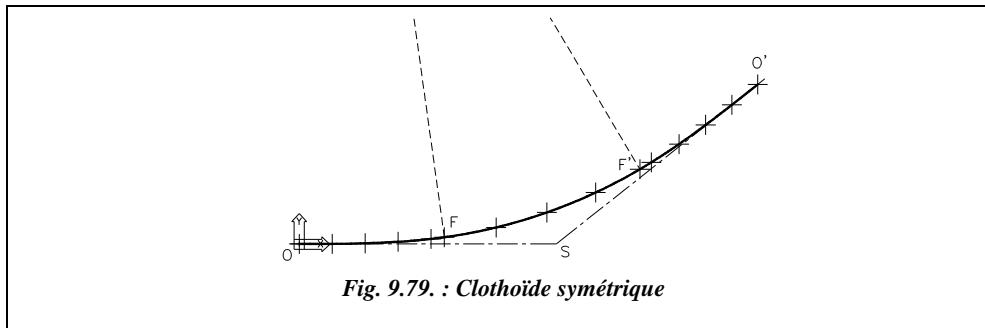
On commence par planter O à la distance X_S du sommet S connu.

Sur le tableau de piquetage, on choisit d'implanter OF et l'arc circulaire depuis O. Le tronçon O'F sera implanté depuis O' avec un contrôle de certains points de l'arc circulaire. On choisit de placer un point tous les 25 m sur la spirale et un point tous les 40 m sur l'arc de cercle (fig. 9.79.). Le tableau de piquetage suivant est calculé pour une station au point O avec un angle de 100 gon affiché sur le sommet S.

Cloïdoïde					Arc circulaire				
Li (m)	x (m)	y (m)	Dh (m)	Hz (gon)	Li (m)	x (m)	y (m)	Dh (m)	Hz (gon)
25,000	25,000	0,059	25,000	99,8496	150,250	149,321	12,523	149,845	94,6734
50,000	49,996	0,472	49,998	99,3985	190,250	187,660	23,873	189,172	91,9447
75,000	74,970	1,594	74,986	98,6467	230,250	224,674	38,993	228,032	89,0602
100,000	99,872	3,776	99,943	97,5943	268,146	258,183	56,660	264,327	86,2471
110,250	110,041	5,058	110,157	97,0760					

Les points du raccordement circulaire sont obtenus par translation de vecteur \overrightarrow{FO} et rotation d'angle $-\tau$.

Les deux tronçons OF et O'F' étant symétriques, leurs paramètres sont identiques. Seules les ordonnées y changent pour le tronçon O'F' (cloïdoïde à droite) : les ordonnées y deviennent négatives et les angles polaires ω d'implantation sont retranchés à 200 gon pour obtenir les valeurs à planter dans le repère (O',x',y').



Ces calculs peuvent être réalisés à l'aide du tableau CLOTHO.XLS fourni sur le cédérom. Le tableau comprend trois feuilles : une pour les clochoïdes symétriques de raccordement entre deux alignements, une pour les clochoïdes dissymétriques et une dernière pour les raccordements entre deux cercles.



On ne peut pas utiliser directement AutoCAD LT pour calculer la clochoïde. En revanche, on peut l'utiliser pour dessiner le raccordement et obtenir les coordonnées des points à planter dans n'importe quel repère. L'environnement de travail est le suivant : angles en grades, zéro au nord, sens horaire, longueurs à trois chiffres après la virgule et angles à quatre chiffres.

Par exemple (fig. 9.79.), dessinez les alignements : *LIGNE* d'un point quelconque au point @200,0 au point @200<57.3233. Changez de repère : *SCU* Origine à l'*EXTrémité* de (point O).

Dessinez le cercle à raccorder: *CERCLE* de centre 55.090,401.265.

Placez tous les points calculés du raccordement en clochoïde : commande *POINT*. Changez l'aspect des points dans *FORMAT / STYLE DES POINTS* (choisissez par exemple la croix) puis demandez une régénération du dessin (commande *REGEN*).

Construisez les points du deuxième arc de clochoïde par symétrie (commande *MIROIR*) d'axe la ligne passant par le *CENTRE* du cercle de raccordement et le sommet S (*EXTrémité* de...).

Reliez les points de la clochoïde par une polyligne : *POLYLIGNE* du point *NODal de... Arc* au point *NODal de...* etc. jusqu'au point F puis passez directement au point F' et poursuivez sur les points de l'arc de clochoïde symétrique pour terminer en O'.

On peut placer des points régulièrement répartis sur l'arc de cercle grâce à la commande *DIVISER*. Notez que les points seront alors différents de ceux du tableau d'implantation précédent qui sont répartis tous les 20 m. Ici l'arc sera divisé en un nombre *n* d'arcs d'angles au centre égaux...

Les coordonnées de tous les points peuvent ensuite être obtenues (commande *ID* dans le repère d'implantation choisi : pour planter toute la clochoïde dans

le repère centré en F et d'axe x sur la ligne OF, dessinez OF: LIGNE ↴ de EXTrémité de... à NODal de... Puis changez de repère : SCU ↴ OBjet ↴ et cliquer sur la droite OF vers F. Lisez enfin les coordonnées cartésiennes et polaires des points à planter (IDentité point).

2- La présence d'un obstacle oblige à prendre **un raccordement dissymétrique** ce qui implique le choix de deux paramètres A et A' différents pour chaque cloïde.

Si l'on garde $A = 210$ m, A' vérifie : $A' < [(200 - \gamma) \cdot \pi \cdot R^2 / 100 - A^2]^{1/2} = 412,82$ m. On choisit $A' = 300$ m. Les longueurs de raccordement sont $L = 110,25$ m et $L' = 225,00$ m.

Paramètres des deux cloïdes :

Paramètres	Clotho. 1	Clotho. 2
τ (gon)	8,7734	17,9049
x_F (m)	110,041	223,227
y_F (m)	5,058	20,975
Ripage d (m)	1,265	5,259
x_C (m)	55,090	112,204
y_C (m)	401,265	405,259
x_S (m)	194,861	253,366
Corde OF (m)	110,157	224,210
Angle ω_F (gon)	2,9240	5,964

Paramètres de l'arc de cercle :

Paramètres	Valeur
α (gon)	15,9984
Longueur (m)	100,521
Corde FF' (m)	100,256
Flèche (m)	3,153

Sur le tableau de piquetage, on choisit d'implanter OF et l'arc circulaire depuis O. Le tronçon O'F' est implanté depuis O' avec un contrôle de certains points de l'arc circulaire. On choisit de placer un point tous les 25 m sur les spirales et un point tous les 30 m sur l'arc de cercle (fig. 9.80.). Le tableau de piquetage de la cloïde 1 est identique à celui de l'exemple précédent, pour le raccordement symétrique.

Le piquetage de la cloïde 2 et de l'arc de cercle sont réalisés à partir d'une station en O', avec un angle de 100 gon affiché sur le sommet S.

Cloïde 2 depuis O'					Arc circulaire depuis O'				
Li (m)	x (m)	y (m)	Dh (m)	Hz (gon)	Li (m)	x (m)	y (m)	Dh (m)	Hz (gon)
25,000	25,000	-0,029	25,000	100,0737	235,521	233,294	-24,028	234,528	106,5338
50,000	49,999	-0,231	50,000	100,2947	265,521	261,520	-34,173	263,743	108,2719
75,000	74,993	-0,781	74,997	100,6631	295,521	288,905	-46,404	292,608	110,1388
100,000	99,969	-1,851	99,986	101,1789	325,521	315,297	-60,653	321,078	112,0987
125,000	124,906	-3,615	124,958	101,8420					
150,000	149,766	-6,243	149,896	102,6522					
175,000	174,494	-9,904	174,775	103,6096					
200,000	199,015	-14,763	199,561	104,7137					
225,000	223,227	-20,975	224,210	105,9643					

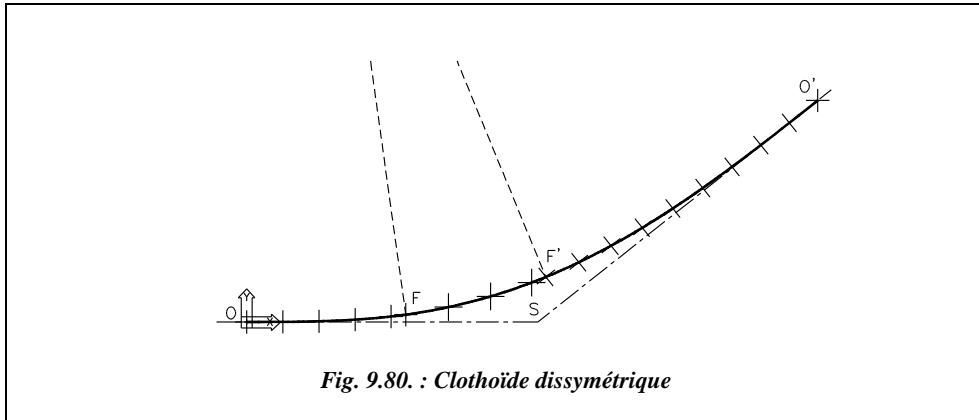


Fig. 9.80. : Clochoid dissymétrique

Le point F est implanté depuis les points O et O' ce qui en permet un contrôle.

Il est possible de compléter ce contrôle en stationnant un point implanté quelconque et en relevant la position de tous les autres points implantés (y compris O, O', F, F' et C s'il est accessible). L'obtention des coordonnées théoriques peut avantageusement être réalisé à l'aide d'AutoCAD LT par changement de repère, comme pour l'exemple de la clochoid symétrique.

6.2.9.2 Raccordement entre deux cercles

Considérons deux arcs circulaires à raccorder :

- Premier arc de centre C (254,88 m ; 941,74 m) et de rayon $R = 480$ m,
- Second arc de centre C' (363,24 m ; 102,78 m) et de rayon $R' = 350$ m.

Le raccordement à effectuer est en forme de S. Calculez le paramètre de la clochoid unique de raccordement et donnez un tableau de piquetage depuis le point d'inflexion O. Prévoyez un contrôle. Pour le calcul du paramètre A, le raccordement étant en forme de S, le rayon R' est négatif dans les calculs $R' = -350$ m.

Distance C'C (m)	845,929
Distance minimale D (m)	15,929
Lambda (λ)	0,078697
Rho (ρ)	-0,243867
t	1,175559
A (m)	237,944

Paramètres des deux tronçons de clochoid		
Paramètre	1 ^{er} tronçon	2 ^e tronçon
Rayon R (m)	480,000	-350,000
Longueur L (m)	117,953	-161,764
Angle (τ) (gon)	7,8220	14,7118
Ripage d (m)	1,207	-3,109

Le tableau ci-dessous fournit les coordonnées des points caractéristiques dans (O, x, y) :

Points	x (m)	y (m)
Centre C	58,947	481,207
Point F₁	117,775	4,826
Point F₂	-117,775	4,826
Centre C'	-80,738	-353,109
Point F'₁	-160,903	-12,413
Point F'₂	160,903	-12,413

À ce stade, il existe deux solutions possibles pour positionner le raccordement : elles sont symétriques par rapport à la ligne des centres CC' et introduisent donc deux point F (F₁ et F₂) et deux points F' (F'₁ et F'₂) dont les signes des abscisses sont opposés dans le repère (O, x, y). Il existe deux repères (O_1, x, y) et (O_2, x', y') symétriques par rapport à la ligne des centres C'C (leurs axes ne sont donc pas parallèles). Les coordonnées des points F₁ et F'₁ sont données dans le repère (O_1, x, y), celles des points F₂, F'₂ dans le repère (O_2, x', y') (voir fig. 9.81.).

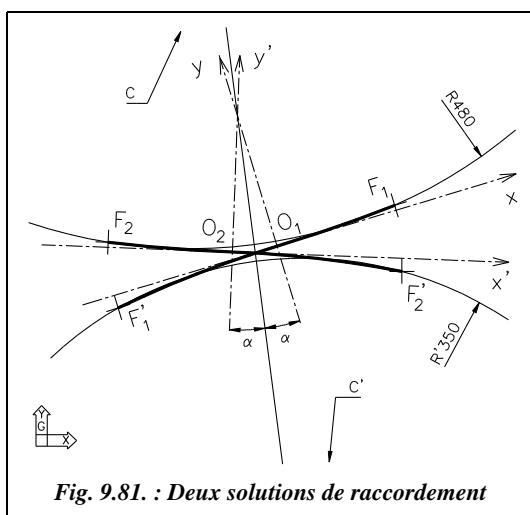
Les coordonnées en repère général (O, X, Y) des points de tangence et du point d'inflexion peuvent se calculer de deux manières :

- Première solution

Pour passer du repère (O_1, x, y) au repère général, il faut effectuer une rotation d'angle ($G_{C'C} - \alpha$) avec : gisement $G_{C'C}$ (en repère général) = 391,8227 gon ;

α est le gisement $g_{C'C}$ (en repère local (O_1, x, y) ou bien (O_2, x', y')).

α se calcule par : $\alpha = \arctan[(58,947+80,738)/(481,207+353,109)]$ d'où $\alpha = 10,5607$ gon.



Donc l'angle de rotation cherché a pour valeur ($G_{C'C} - \alpha$) = 381,2620 gon

Les coordonnées de F₁, F'₁ et C dans le repère (O_1, X, Y) après rotation sont les suivantes :

F₁ (111,310 m ; 38,785 m),
 F'₁ (-150,382 m ; -58,558 m),
 C (-83,188 m ; 477,614 m).

Pour passer en repère général, on effectue une translation de vecteur $\overrightarrow{O_1O} = \overrightarrow{O_1C} + \overrightarrow{CO}$.

On obtient finalement, en repère général :

$F_1(449,378 \text{ m} ; 502,912 \text{ m})$; $F'_1(187,686 \text{ m} ; 405,568 \text{ m})$; $O_1(338,068 \text{ m} ; 464,126 \text{ m})$.

- Seconde solution

Pour passer du repère (O_2, x', y') au repère général, il faut faire une rotation d'angle $G_{C'C} + \alpha = 2,3834 \text{ gon}$. Par le même raisonnement, on arrive à :

$F_2(178,262 \text{ m} ; 467,894 \text{ m})$; $F'_2(456,100 \text{ m} ; 440,237 \text{ m})$; $O_2(295,775 \text{ m} ; 458,664 \text{ m})$.



Ces derniers calculs (changements de repère) peuvent être effectués à l'aide d'AutoCAD LT. L'environnement de travail est identique à celui du paragraphe 6.2.9.1.

En repère local, le dessin du raccordement s'effectue comme suit (première solution seulement) :

- ligne $C'C$: LIGNE du point 58.947,481.207 au point -80.738,-353.109 ;
- points O, F et F' : POINT ↴117.775,4.826 ↴-160.903,-12.413 ↴0,0 ↴

Tracez la ligne des centres en repère général : LIGNE ↴ du point 254.88,941.74 ↴ au point 363.24,102.78 ↴

Zoom ↴ Etendu ↴ suivi de Zoom ↴ 0.8x ↴ pour voir l'ensemble du dessin (fig. 9.82.).

DEPLACER ↴ les points F, F' et O depuis le point C en repère local vers le point C en repère général.

ROTATION ↴ des mêmes points F, F' et O autour de C, option Référence ↴ : angle de référence ligne CC' en repère local, nouvel angle : ligne CC' en repère général.

Les points F, F' et O sont à présent tous en repère général ; prendre leurs coordonnées avec la commande ID ↴ NODal de...

Pour obtenir la deuxième solution, MIROIR ↴ des points F, F' et O par rapport à la ligne CC' . Il est également possible de préparer le piquetage et son contrôle sur DAO en calculant la position de plusieurs points des raccordements OF et OF' ; chaque demi-raccordement peut être considéré comme un raccordement à un alignement droit ; les calculs sont donc les mêmes que pour l'exemple précédent (§ 6.2.9.1). Placez ces points dans le repère local avant de déplacer les points F, F' et O vers le repère général et déplacez les avec les autres vers le repère général. On obtient ainsi les coordonnées en système général des points à implanter.

Pour le contrôle, effectuez un changement de repère vers la station d'où l'on souhaite effectuer ce contrôle.

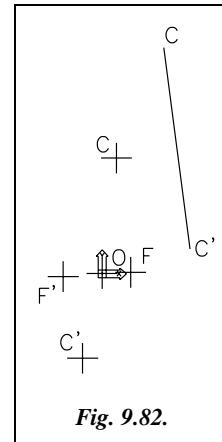


Fig. 9.82.



Excel 7

Le tableau de piquetage suivant est obtenu grâce à la feuille de calcul des cloïdoïdes symétriques du tableau CLOTHO.XLS : entrez un paramètre $A = 237,944$ m et un rayon $R = 480$ m pour obtenir le tronçon OF de la cloïdoïde ; changez le rayon pour $R = 350$ m pour obtenir le tronçon OF' (attention aux signes !).

Le tableau ci-après donne le piquetage en coordonnées locales et générales de la première solution depuis une station au point O.

Li (m)	x (m)	y (m)	Dh (m)	H_z (gon)	X (m)	Y (m)	G (gon)
Tronçon OF							
25,000	25,000	0,046	25,000	99,8829	361,979	471,423	81,1449
50,000	49,998	0,368	49,999	99,5315	385,809	478,983	80,7935
75,000	74,981	1,242	74,992	98,9459	409,464	487,067	80,2079
100,000	99,922	2,942	99,965	98,1261	432,839	495,930	79,3881
117,953	117,775	4,826	117,874	97,3930	449,378	502,912	78,6550
Tronçon OF'							
25,000	-25,000	-0,046	25,000	299,8829	314,156	456,830	281,1449
50,000	-49,998	-0,368	49,999	299,5315	290,327	449,270	280,7935
75,000	-74,981	-1,242	74,992	298,9459	266,672	441,186	280,2079
100,000	-99,922	-2,942	99,965	298,1261	243,296	432,323	279,3881
125,000	-124,762	-5,742	124,894	297,0723	220,337	422,437	278,3343
150,000	-149,409	-9,907	149,737	295,7848	197,958	411,301	277,0468
161,764	-160,902	-12,413	161,380	295,0983	187,686	405,568	276,3603

Pratiquement, l'opérateur implante O depuis C ou C' avec un contrôle depuis C' ou C. Ensuite, en station sur le point O, l'opérateur affiche le gisement OC sur le point C, soit : $G_{OC} = 389,0219$ gon. Puis il implante les points en distances c et gisements G .

Le contrôle peut être réalisé depuis C' en relevant les coordonnées en repère général d'un certain nombre de points implantés. D'où l'intérêt pour tout chantier de disposer des coordonnées en système général de tous les points.

6.2.10 Variation progressive du dévers

Le dévers doit aussi être introduit progressivement entre l'alignement et l'arc de cercle : cela fait partie des hypothèses permettant d'établir l'équation de la cloïdoïde (§ 6.2.2).

Sur l'arc de cercle, le dévers reste constant. Sur l'alignement droit, il a aussi une valeur constante. Il doit donc passer sur le raccordement progressif d'une valeur minimale en alignement à une valeur maximale sur la courbe circulaire.

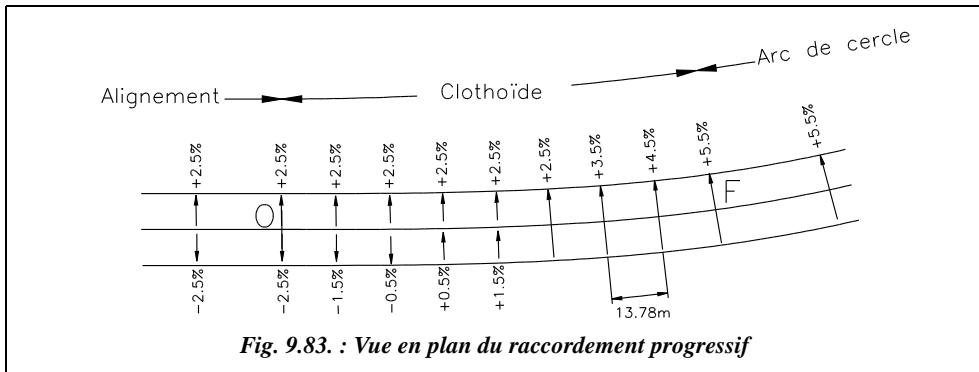


Fig. 9.83. : Vue en plan du raccordement progressif

Sur l'exemple du paragraphe 6.2.9.1, le dévers minimal en alignement droit, sur le côté de la chaussée qui passe en extérieur du virage, est de $-2,5\%$ (ce signe correspond à la convention indiquée au paragraphe 6.1.2.5 si l'on parcourt le virage dans le sens OF ; fig. 9.83.). Ce dévers doit passer à la valeur $+5,2\%$ (arrondie à $+5,5\%$) dans le virage. La variation est donc de $5,5 - (-2,5) = 8\%$ et doit se répartir sur la longueur du raccordement progressif, soit 110,25 m donc à raison de 1 % tous les 13,78 m.

Pratiquement, il existe deux solutions :

- soit on commence à inverser le dévers sur la voie extérieure du virage jusqu'à rattraper la valeur de dévers de la voie intérieure, ici $+2,5\%$, et ensuite on déverse la chaussée sur toute sa largeur (fig. 9.83.) ;
- soit on fait basculer symétriquement les deux voies de la chaussée autour de l'axe central.

S'il n'y a pas de raccordement progressif, le dévers débute sur l'alignement droit pour atteindre sa valeur maximale au début de l'arc de cercle du virage.

6.3 Raccordement en profil en long

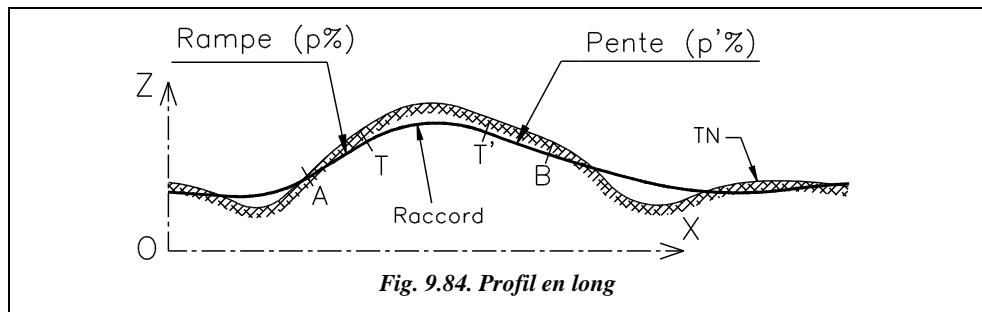
Après avoir vu en détail les raccordements en planimétrie, sont abordés dans ce paragraphe les raccordements dans le sens du profil en long, c'est-à-dire entre les pentes et les rampes.

Le tracé et la terminologie des profils en long sont abordés au chapitre 10, paragraphe 2.

6.3.1 Raccordement théorique

La propriété que doit assurer la courbe de transition TT' permettant de passer de la rampe AT à la pente T'B (fig. 9.84.) est d'assurer un taux de changement de pente constant. Ainsi le passage de la pente p , positive par convention à la pente p' négative, sera le plus progressif possible. Dans le repère (O, X, Z) associé au profil en long, on peut exprimer

la pente par $p = \frac{dZ}{dX}$; la variation de pente est donc $\frac{d^2Z}{dX^2}$, soit la dérivée seconde de l'altitude Z par rapport à l'abscisse X .



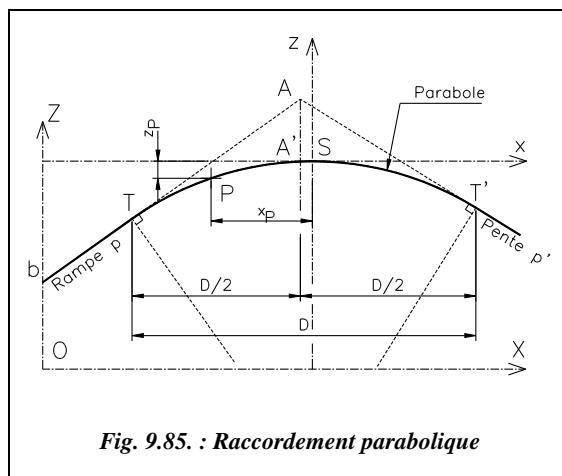
Si la variation de pente est constante, alors : $\frac{d^2Z}{dX^2} = K$ d'où $Z = K.X^2/2 + K'.X + K''$.

C'est l'équation d'une parabole d'axe de symétrie vertical qui est la courbe cherchée.

Remarque

Dans la pratique, le raccordement circulaire est plus simple à mettre en place (surtout en informatique). On assimile donc souvent la parabole théorique à un arc de cercle au voisinage du raccordement puisque les rayons sont très grands, généralement supérieurs à 1 500 m (revoir les tableaux du paragraphe 6.1.2.4). Les calculs ou les constructions graphiques sont alors ceux traités au paragraphes 5.

6.3.2 Propriétés de la parabole



On considère une parabole d'axe vertical tangente en S à l'axe des abscisses x (fig. 9.85.) et d'équation $z = ax^2$ dans le repère (S, x, z) associé à cette parabole ; S est le sommet de la parabole.

La pente en un point quelconque P de cette parabole est le suivant :

$$z' = 2.a.x$$

L'abscisse du point A de rencontre des tangentes se calcule ainsi :

$$(z_T - z_A) / (x_T - x_A) = 2.a.x_T,$$

$$(z_{T'} - z_A) / (x_{T'} - x_A) = 2.a.x_{T'}.$$

Comme $z_T = a \cdot x_T^2$, $z_{T'} = a \cdot x_{T'}^2$, on obtient :

$$x_A = \frac{x_T + x_{T'}}{2}$$

Donc :

$$z_A = z_T + p \cdot (x_A - x_T)$$

Le point A est le point de rencontre des pentes à raccorder. Il est situé à la verticale de A'.

- L'équation du cercle le plus proche de la parabole autour de S est $(z - R)^2 + x^2 = R^2$.

On prend : $R < 0$ si la concavité est tournée vers le bas (z négatifs) et
 $R > 0$ si la concavité est tournée vers le haut (z positifs).

En développant, on obtient : $z^2 - 2z \cdot R + R^2 + x^2 = R^2$ d'où $2z \cdot R \cdot (1 - \frac{z}{2R}) = x^2$.

Le terme $(z/2R)$ étant petit devant 1, les rayons de raccord utilisés étant grands, on obtient l'équation suivante qui correspond à la parabole la plus proche du cercle de rayon choisi :

Dans le repère local (S, x, z) :

$$z = \frac{x^2}{2R}$$

d'où $p = z' = \frac{x}{R}$, ici $R < 0$

Dans le repère général (O, X, Z) :

$$Z - Z_s = \frac{(X - X_s)^2}{2R}$$

Le repère général (fig. 9.85.) est associé au profil en long ou au projet ; l'origine des Z est soit le niveau 0, soit le plan de référence adopté pour le projet et l'origine des abscisses X est celle du projet ou celle du profil en long étudié. Le plan de référence est aussi appelé plan de comparaison.

Remarque

On arrive au même résultat en reprenant l'équation générale de la parabole $z = k \cdot x^2 / 2 + k' \cdot x + k''$ et en écrivant que pour $x = 0$: $z = 0$ (sommet S de coordonnées (0,0)), $z' = 0$ (tangente horizontale en S), $z'' = 1/R$: courbure de $1/R$ en S. Cela donne : $k'' = k' = 0$ et $k = 1/R$. Donc $z = x^2 / (2 \cdot R)$.

• Positions relatives du cercle et de la parabole

En étudiant le signe de la différence $[z_{\text{parabole}} - z_{\text{cercle}} = \frac{x^2}{2R} - (R \pm \sqrt{R^2 - x^2})]$, on peut remarquer que le cercle est à l'intérieur de la parabole (fig. 9.86.), ce qui implique que R est le rayon minimal du raccordement (ce qui va dans le sens de la sécurité...).

Démontrons ce résultat : pour une abscisse x proche de l'origine et très petite par rapport au rayon R , on peut écrire :

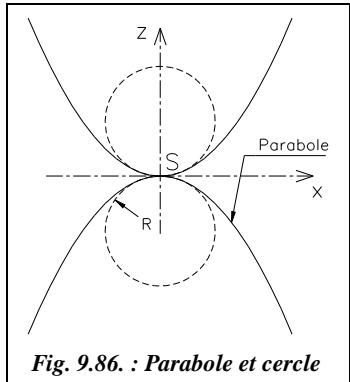


Fig. 9.86. : Parabole et cercle

$$z_{\text{parabole}} - z_{\text{cercle}} = \frac{x^2}{2R} - R \pm R \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{R^2}},$$

$$z_{\text{parabole}} - z_{\text{cercle}} \approx \frac{x^2}{2R} - R \pm R \left(1 - \frac{x^2}{2R^2} - \frac{x^4}{8R^4} \right).$$

Cela donne deux solutions :

$$z_{\text{parabole}} - z_{\text{cercle}} \approx -\frac{x^4}{8R^3} < 0 \quad (\text{près de l'origine } S),$$

$$z_{\text{parabole}} - z_{\text{cercle}} \approx -2R < 0 \quad (\text{zone diamétrale opposée à l'origine } S).$$

Dans tous les cas, on vérifie que $z_{\text{parabole}} < z_{\text{cercle}}$. Le cercle est à l'intérieur de la parabole.

- **La distance horizontale D entre les points de tangence T et T' se calcule comme suit :**

Les coordonnées de T sont : $(x_T, y_T = x_T^2/(2.R))$, la pente en T est $p = x_T/R$ donc $x_T = p.R$. Les coordonnées de T' sont : $(x_{T'}, y_{T'} = x_{T'}^2/(2.R))$, Pente en T' : $p' = x_{T'}/R$ donc $x_{T'} = p'.R$.

Donc : $D = |x_{T'} - x_T| = |R \cdot (p' - p)|$ R, p et p' sont des valeurs algébriques.

Grâce aux relations démontrées dans ce paragraphe, il est possible de positionner les points de tangence T et T' à partir de la connaissance des pentes à raccorder et du rayon choisi lors du projet.

6.3.3 Implantation du raccordement en profil en long

Implanter un raccordement en profil en long, revient à positionner un point P quelconque de l'axe du projet dans le repère (O, X, Z) associé au profil en long étudié (fig. 9.87.).

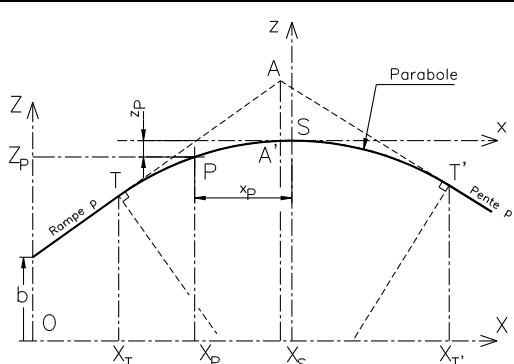


Fig. 9.87. : Calcul du raccordement parabolique

Les deux pentes à raccorder sont définies en général par les coordonnées X_E et Z_E d'une extrémité et leur pourcentage p ; on peut donc en déduire leur intersection A.

- l'équation de la première tangente est $Z = p.X + b$; comme $b = Z_E - p.X_E$, on en déduit que $Z = p.(X - X_E) + Z_E$.
- l'équation de la deuxième tangente est $Z = p'.X + b'$; comme $b' = Z_{E'} - p'.X_{E'}$, on en déduit que $Z = p'.(X - X_{E'}) + Z_{E'}$.

On obtient :
$$X_A = \frac{b' - b}{p - p'} \quad \text{et} \quad Z_A = p \cdot X_A + b$$
 ou encore
$$Z_A = \frac{pb' - p'b}{p - p'}$$
.

Connaissant $D = |R.(p' - p)|$, on calcule T et T' :

$X_T = X_A - D/2 ; Z_T = p \cdot X_T + b$	$X_{T'} = X_A + D/2 ; Z_{T'} = p' \cdot X_{T'} + b'$
---	--

Notez que, dans le cas de la figure 9.87., on a : $R < 0, p > 0$ et $p' < 0$.

On peut à présent calculer les coordonnées du sommet S :

$$Z_S = Z_T - z_T = Z_T - \frac{x_T^2}{2R} = Z_T - \frac{p^2 \cdot R}{2} ; X_S = X_T - x_T = X_T - p \cdot R$$

ou bien :

$$Z_S = Z_{T'} - z_{T'} = Z_{T'} - \frac{x_{T'}^2}{2R} = Z_{T'} - \frac{p'^2 \cdot R}{2} ; X_S = X_{T'} - x_{T'} = X_{T'} - p' \cdot R$$

Enfin, pour tout point P d'abscisse X_P fixée, on a :

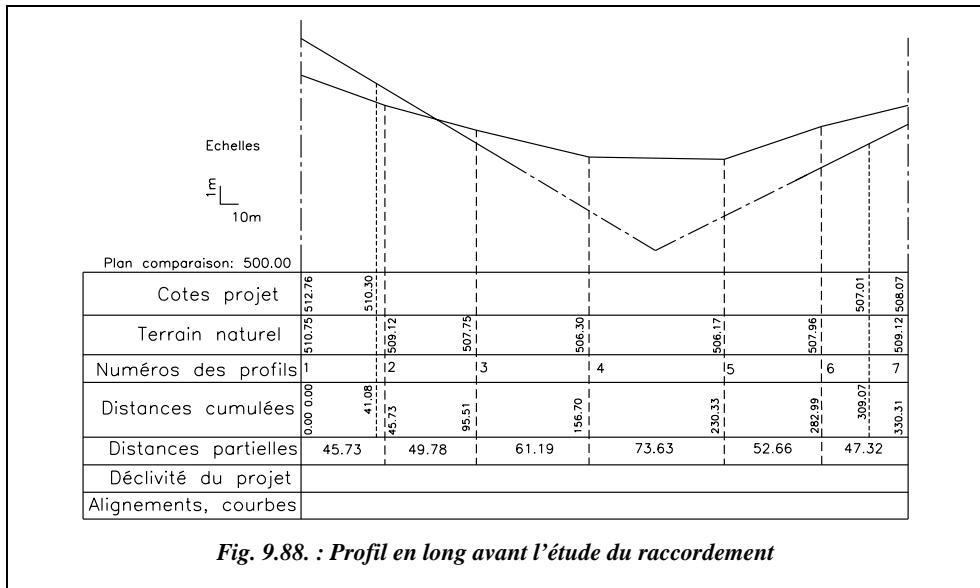
$$Z_P - Z_S = \frac{(X_P - X_S)^2}{2R} .$$

On peut être amené à calculer la distance AA' appelée abaissement et donnée par :

$$D_{AA'} = z_A - z_{A'} = z_T + p \cdot D/2 - \frac{x_{A'}^2}{2R} = \frac{x_T^2}{2R} + p \cdot D/2 - \frac{(x_T + D/2)^2}{2R} = \frac{D^2}{8R} = \left| \frac{R}{8}(p' - p)^2 \right| .$$

6.3.4 Application

- Sur une route du type R60, une pente de 6 % de déclivité doit être raccordée à une rampe de 5 % de déclivité. Les pentes à raccorder, figurent sur le profil en long (fig. 9.88.). Définissez la position des points caractéristiques de ce raccordement. Le raccordement est en angle rentrant, son rayon minimal est $R = 1500$ m. Effectuez les calculs avec cette valeur minimale. Ci-dessous est donné le profil en long avant le calcul du raccordement.



Le calcul de la position du point A, intersection des pentes, s'effectue comme suit :

- pente : $p = -0,06$ et $b = 510,30 + 0,06 \cdot 41,08 = 512,765$;
 - rampe : $p' = 0,05$ et $b' = 507,01 - 0,05 \cdot 309,07 = 491,557$.

$$\text{Donc : } X_A = (491,557 - 512,765) / (-0,06 - 0,05) = 192,800 \text{ m} ;$$

$$Z_A = -0,06 \cdot 192,800 + 512,765 = 501,197 \text{ m.}$$

Le calcul de la distance horizontale D entre points de tangence s'effectue ainsi :

$$D = |1500 \cdot (0,05 + 0,06)|, \text{ soit } D = 165,00 \text{ m.}$$

La position des points de tangence T et T' se calcule ainsi :

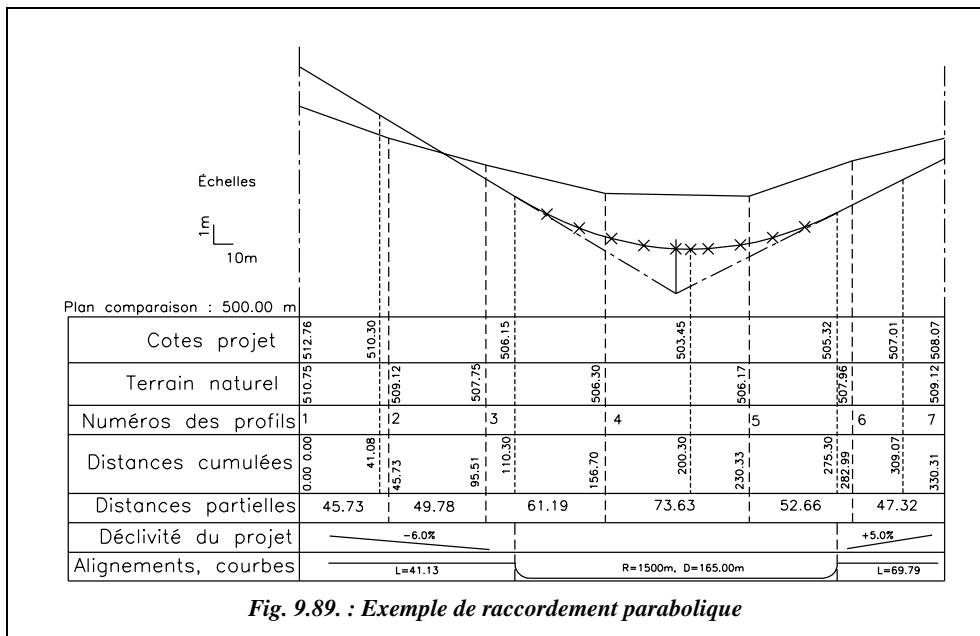
- Coordonnées de T (sur la pente) : $X_T = 192,80 - 165,00 / 2 = 110,30$ m,
 $Z_T = - 0,06 \cdot 110,30 + 512,765 = 506,15$ m.
 - Coordonnées de T' (sur la rampe) : $X_{T'} = 192,80 + 165,00 / 2 = 275,30$ m,
 $Z_{T'} = 275,30 \cdot 0,05 + 491,557 = 505,32$ m.

Position du sommet S, calculé depuis le point T et vérifié depuis le point T' :

- depuis le point T : $X_S = 110,30 + 0,06 \cdot 1500 = 200,30$ m,
 $Z_S = 506,15 - 0,06^2 \cdot 1500/2 = 503,45$ m.
 - depuis le point T' : $X_S = 275,30 - 0,05 \cdot 1500 = 200,30$ m,
 $Z_S = 505,32 - 0,05^2 \cdot 1500/2 = 503,45$ m.

Pour le piquetage de neuf points sur le raccordement parabolique, on place un point tous les 16,50 m. On peut voir sur la figure 9.89. le résultatat de ce piquetage sur le profil en long.

Point	Abscisse (m)	Altitude (m)	Point	Abscisse (m)	Altitude (m)
P1	126,80	505,25	P6	209,30	503,48
P2	143,30	504,53	P7	225,80	503,67
P3	159,80	504,00	P8	242,30	504,04
P4	176,30	503,64	P9	258,80	504,59
P5	192,80	503,47			



Le calcul de l'abaissement donne $D_{AA'} = (-0,06 - 0,05)^2 \cdot 1500 / 8 = 2,27 \text{ m}$.

Cette faible valeur de l'abaissement malgré les conditions extrêmes choisies dans cet exemple montre que l'on peut confondre la parabole avec un cercle de rayon R constant.

Attention aux erreurs classiques suivantes :

- oubli de l'amplification d'échelle en Z en reportant les cotes sur le profil en long ;
- oubli des signes de R , p et p' .

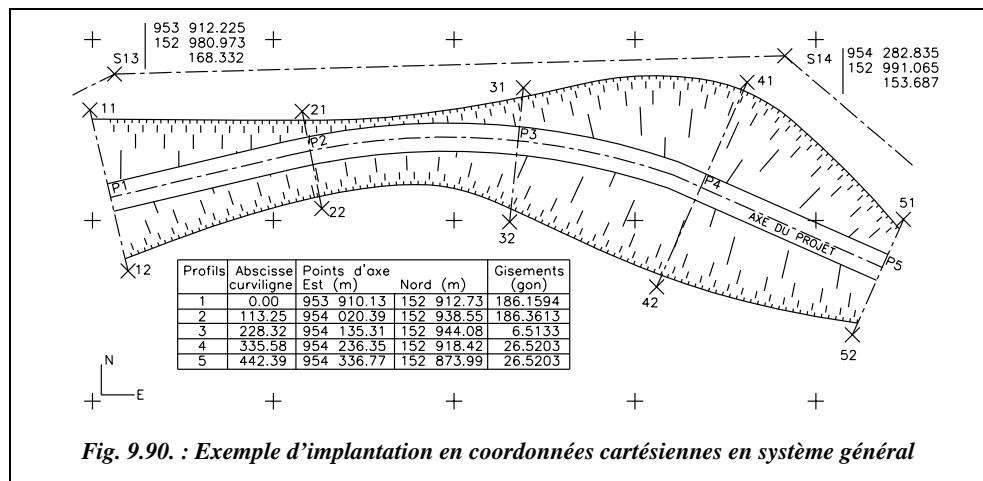
7

TERRASSEMENTS D'UN PROJET ROUTIER

7.1

Lever du terrain naturel

Dans l'étude préliminaire de l'avant-projet sommaire, le profil en long et les profils en travers peuvent être simplement établis à partir d'une carte existante, en s'appuyant sur les courbes de niveau et/ou les points cotés en altitude. Si aucune carte n'existe, on peut avoir recours à la photographie aérienne et à la restitution photogrammétrique (voir chap. 7, § 5). On peut aussi recourir à la digitalisation (voir l'exemple au chap. 10, § 1.6) d'une carte existante pour bénéficier des apports de l'informatique.



En phase de réalisation, le lever doit être le plus précis possible : il est donc effectué sur le terrain. On procède au piquetage d'une polygonale de base dont les sommets sont rattachés au système Lambert par les techniques abordées au chapitre 2 du tome 2, paragraphe 1. La polygonale de base est généralement constituée d'un cheminement à longs côtés, de l'ordre du kilomètre, rattaché tous les 5 km au système Lambert, et de cheminements polygonaux (côtés de 100 à 300 m de longueur) encadrés par les points du cheminement à longs côtés (par exemple S13 et S14, fig. 9.90.).

Les sommets de la polygonale de base doivent être positionnés hors de la zone de travaux de manière à assurer la durabilité des repères pendant toute la durée du chantier. À ce stade du projet, l'axe en plan est déjà défini par les impératifs de visibilité, de déclivité maximale, de rayons de courbure, etc. (voir § 6.1). Les coordonnées des points d'axe sont connues ; ceux-ci sont régulièrement répartis le long du projet. Ils sont implantés et nivelés à partir de la polygonale de base. De plus, à chaque point d'axe et à chaque changement de pente, un profil en travers est levé : cela nécessite de stationner le point d'axe puis de lever des points sur la perpendiculaire à l'axe en ce point. Pour gagner du

temps, il suffit de calculer la position en planimétrie d'un certain nombre de points sur le profil en travers et de les lever depuis une seule station ; par exemple, les points 11,12, 21 et 22 sont levés depuis la station S13 (fig. 9.90.).

On peut compléter les leviers des lignes d'axe et de profils en travers par des semis de points entre profils dans le but d'améliorer la discrétisation du terrain naturel (voir chap. 10, § 1.3). Ce levé, plus précis, du terrain permet d'affiner le calcul des cubatures et de préciser la position des points d'entrée en terre théoriques. Si le lever est effectué au moyen d'une station totale, on peut utiliser les fonctionnalités des logiciels de topographie pour le calcul et le dessin assisté des profils.

Pour faciliter toutes les opérations de calcul, de lever et d'implantation, il est recommandé de repérer chaque profil en travers sur la vue en plan du projet par les paramètres suivants (voir tableau fig. 9.90.) :

- **l'abscisse curviligne** du point d'axe pour situer le profil dans le projet ;
- les **coordonnées du point d'axe** dans le système général ;
- le **gisement du profil** afin de faciliter les calculs de coordonnées des points sur le profil en travers.

7.2 Implantation des terrassements

Le plus simple dans l'implantation des terrassements est de positionner en premier l'axe du projet puisque tous les éléments s'y rattachent. En pratique, il n'est pas possible de conserver des piquets d'axe puisqu'ils sont dans la zone des travaux. On utilise donc la méthode suivante.

À partir des points d'axe définis en coordonnées générales (E, N) ou locales, on calcule sur la perpendiculaire à l'axe les coordonnées de deux points situés à environ 2 m au-delà de **l'emprise théorique** des terrassements (voir fig. 9.90. les points 11, 12, 21, 22, 31, etc. et 52). Ces points sont implantés sur le terrain à partir de la polygonale de base. Ces piquets sont ensuite nivelés en nivellation direct ou bien en nivellation indirect pendant la phase d'implantation de manière à gagner du temps.

Ces points dont les coordonnées (E, N et H) sont connues, permettent au géomètre toutes les implantations et tous les contrôles ultérieurs possibles : implantation des points d'entrée en terre, contrôle des terrassements à chaque profil, etc.

7.2.1 Implantation des points d'entrée en terre réels

Étant donnée la modélisation du terrain naturel (supposé linéaire entre deux courbes de niveau ou entre deux points connus) adoptée pour tous les calculs, les points d'entrée en terre déterminés sont théoriques et décalés par rapport aux points réels. Il existe un moyen très simple de positionner sur le terrain le point d'entrée en terre réel à partir du point d'entrée en terre théorique.

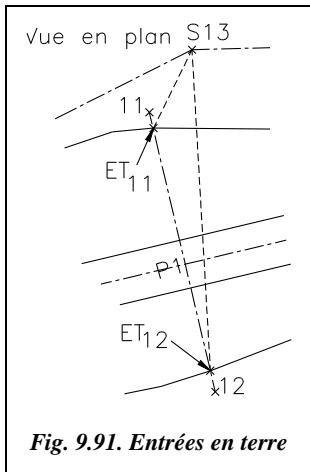


Fig. 9.91. Entrées en terre

Par exemple, au profil P1 (fig. 9.91., extrait de la figure 9.90.), les points d'entrée en terre ET₁₁ et ET₁₂ sont déterminés en planimétrie (*E, N*). Ils peuvent donc être implantés depuis la station la plus proche S13 ou par alignement sur la droite 11-12 qui définit l'alignement du profil en travers P1. On obtient la position théorique notée ET'₁₁ et ET'₁₂.

La position réelle est notée ET₁₁ et ET₁₂.

Pour déterminer la position réelle ET₁₂ (fig. 9.92.), il suffit de déterminer l'altitude du terrain naturel à la verticale du point ET'₁₂. Cela donne une différence de hauteur ΔH avec le point ET'₁₂ théorique. On en déduit le point correspondant sur le talus positionné à la distance ΔX correspondante : $\Delta X = \frac{\Delta H}{p}$.

$$\text{telle que : } \Delta X = \frac{\Delta H}{p}$$

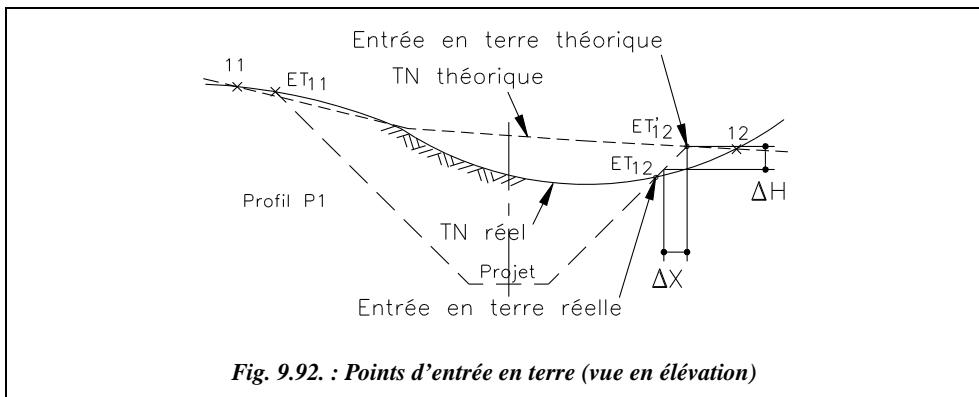


Fig. 9.92. : Points d'entrée en terre (vue en élévation)

La pente du talus p , est conventionnellement exprimée sous forme de fraction f telle que 1/1, 1/2 ou 1/3 représentant l'inverse de la pente ($f = 1/3$ donne une pente $p = 3$, soit 300 %). Si l'on utilise cette fraction f , la relation précédente devient : $\Delta X = f \cdot \Delta H$.

On note sur la figure 9.92. que le point ainsi déterminé, à la distance ΔX de ET'₁₂ sur l'alignement 11-12, n'est pas encore exactement le point d'entrée en terre réel. On répète la manipulation jusqu'à obtenir de proche en proche le point réel. En pratique, cela n'est nécessaire que si le terrain est très irrégulier à cet endroit précis ; sinon, dès la première manipulation, on obtient une position suffisamment précise du point réel ET₁₂.

- Application numérique :**
- altitude théorique de ET'₁₂ : 162,121 m,
 - altitude du terrain naturel en ET'₁₂ : 162,497 m,
 - pente du talus de déblai : 1/3.

Le point ET_{12} est situé sur l'alignement 11-12 vers l'extérieur c'est-à-dire vers la droite du point ET'_{12} sur la figure 9.92, parce que le terrain naturel réel est plus haut que le terrain naturel théorique à cet endroit. Il est décalé de $\Delta X = 12,5$ cm.

7.2.2 Pose des gabarits de talutage

Les gabarits de talutage sont des éléments en bois destinés à guider les engins de terrassement lors de la réalisation des talus d'un projet.

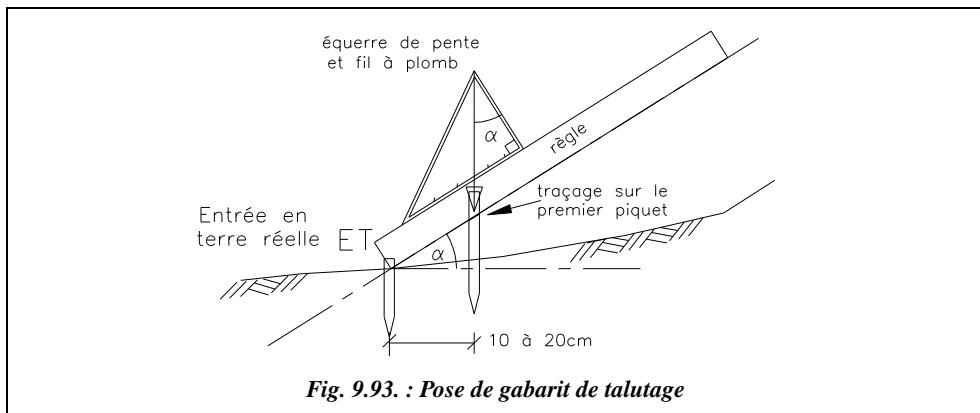
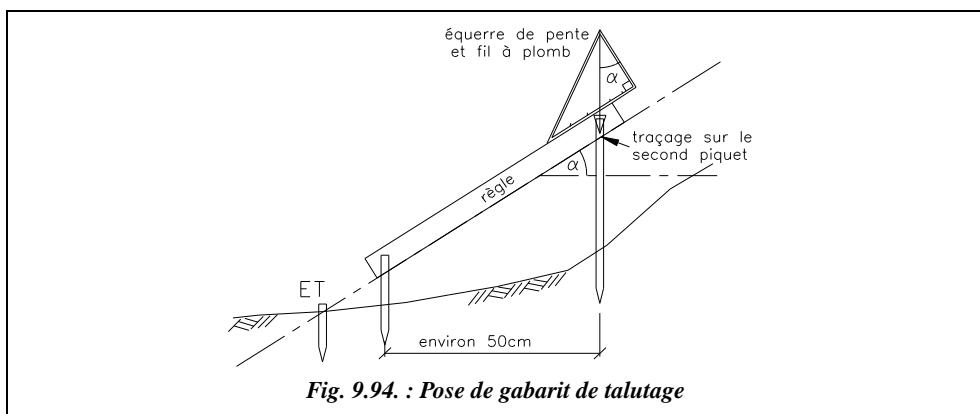


Fig. 9.93. : Pose de gabarit de talutage

- Phase 1** : l'opérateur met en place le premier piquet du gabarit à environ 10 à 20 cm de l'entrée en terre réelle (§ 7.2.1) ; puis il trace sur le piquet le prolongement du talus à l'aide d'un niveau de pente ou d'une équerre de pente et d'une règle (fig. 9.93.).
- Phase 2** : l'opérateur met en place le second piquet à environ 50 cm en amont du premier et il trace un repère dans le prolongement du talus projeté (fig. 9.94.).
- Phase 3** : l'opérateur fixe la traverse au-dessus des repères tracés sur les piquets de telle sorte que l'arête inférieure soit dans le prolongement du talus projeté.



Ce type de gabarit suffit pour descendre jusqu'à 50 cm du fond de fouilles. Ensuite, le topographe doit vérifier la largeur du terrassement et préciser la cote exacte du fond de fouilles.

Le pied du talus de remblai doit aussi être signalé par un gabarit. En pratique, ces gabarits sont enfouis ou déplacés par les engins de terrassement. Il est alors préférable de contrôler régulièrement, tous les 3 à 4 mètres de terrassement, l'emprise des talus de remblai et la largeur de la plateforme¹.

¹ Voir aussi l'article *Implantation des gabarits de talutage*, revue XYZ n° 23.